



Física Experimental 1



Práctica 3 - Oscilaciones Amortiguadas

Objetivos

En esta práctica abordamos el estudio del movimiento de un sistema masa-resorte amortiguado por un medio viscoso. Los objetivos específicos son los siguientes:

- Diseñar una experiencia que permita determinar la constante elástica del resorte.
- Evaluar el coeficiente de amortiguamiento viscoso en diferentes medios y condiciones.
- Aplicar y reforzar los conceptos y herramientas de análisis de datos adquiridos en clases anteriores.

1. Fundamento Teórico

La elasticidad es la propiedad de un material de recuperar su tamaño y forma original después de ser comprimido o estirado por una fuerza externa. En muchos materiales (metales y minerales) la deformación es directamente proporcional a la fuerza. Esto se conoce como la ley de Hooke, publicada en 1678 por Robert Hooke, uno de los científicos experimentales más importantes de la historia. Sin embargo, si la fuerza supera determinado valor, el material queda deformado permanentemente y la ley de Hooke ya no es válida. La máxima fuerza que un material puede resistir en una sección determinada sin sufrir deformaciones permanentes se denomina límite de elasticidad.

Ahora supongamos un sistema masa - resorte amortiguado tal como el que se observa en la Figura 1, donde aplicamos la segunda ley de Newton según la dirección del versor $\hat{j}$.

En dicha dirección, la fuerza restauradora del resorte (F_e) la describimos según la siguiente ecuación:

$$F_e = -k(y - l_0) \quad (1)$$

donde k es la constante elástica del resorte y l_0 su longitud natural, de modo que $(y - l_0)$ representa la elongación respecto a la longitud natural.

Por otro lado, la fuerza viscosa F_v ejercida por el medio (aire, agua, etc.) es compleja de modelar y depende de varios factores como la viscosidad del fluido, el tamaño del objeto sumergido y la velocidad relativa entre ellos. Para velocidades bajas y alta viscosidad, esta fuerza se puede modelar como:

$$F_v = -b\dot{y} \quad (2)$$

donde b es el coeficiente de amortiguamiento viscoso. En un cierto rango de velocidades más altas se puede aproximar como dependiente de una constante por la velocidad al cuadrado.

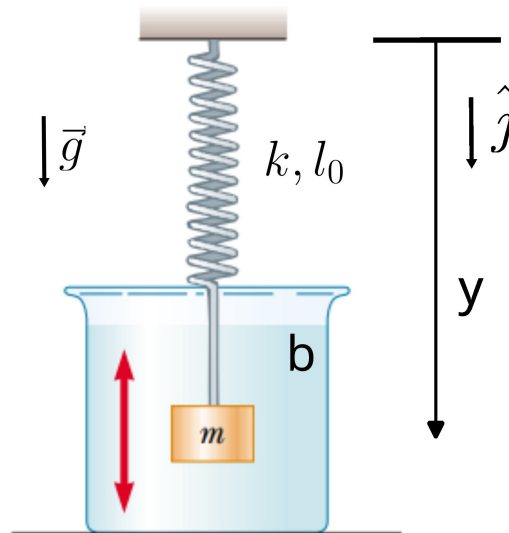


Figura 1: Sistema masa - resorte con amortiguamiento.

Para nuestro experimento, este último efecto puede ser una mejor aproximación, pero al ser no lineal, ya no se pueden resolver las ecuaciones analíticamente. Por tal motivo, se trabajará con el modelo planteado en la ecuación 2.

Teniendo en cuenta las fuerzas que actúan sobre la masa descritas por las ecuaciones 1 y 2 además del peso, se llega a la siguiente ecuación de movimiento,

$$-k(y - l_0) - b\dot{y} + mg = m\ddot{y} \quad (3)$$

donde g es la aceleración gravitatoria terrestre y m la masa que oscila unida al resorte.

Hallamos la posición de equilibrio y_0 imponiendo que en esa posición la velocidad y la aceleración de la masa son nulas:

$$\begin{cases} \dot{y} = 0 \\ \ddot{y} = 0 \end{cases} \rightarrow y_0 = l_0 + mg/k \quad (4)$$

Realizando el cambio de variable: $x = y - y_0$, se resuelve la ecuación 3 para obtener la ley $x(t)$ (ver ejercicio 1), que representa la posición de la masa respecto de la posición de equilibrio (elongación) en función del tiempo, involucrando los parámetros propios del sistema (masa, constante del resorte, constante de amortiguamiento).

Ejercicio 1:

Realizar el cambio de variable planteado en la parte anterior y obtener la ley horaria del movimiento.

Según la relación que vincula los parámetros del sistema existen tres tipos de soluciones para la ec. 3:

- Si $b^2 > 4mk$ el movimiento de la masa es **sobreamortiguado** y el gráfico de la elongación en función del tiempo será como se muestra en la Figura 2.

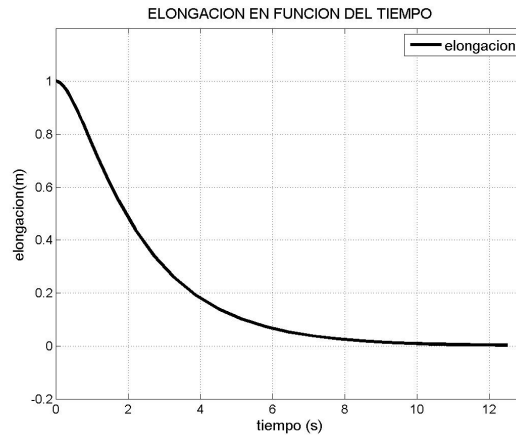


Figura 2: Gráfica de la elongación en función del tiempo para el caso sobreamortiguado.

- b) Si $b^2 < 4mk$, se dice que el movimiento es **subamortiguado** y el gráfico de la elongación en función del tiempo será como se muestra en la Figura 3. Este caso se va a trabajar en más detalle y la ley horaria $x(t)$ se analiza más adelante.

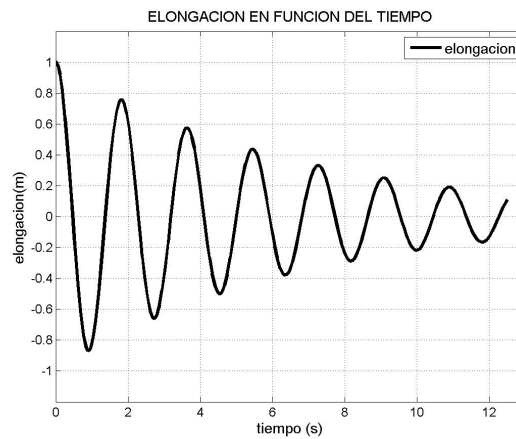


Figura 3: Gráfica de la elongación en función del tiempo para el caso subamortiguado.

- c) Si $b^2 = 4mk$ se dice que existe **amortiguamiento crítico** y el gráfico de la elongación en función del tiempo será como se muestra en la Figura 4.

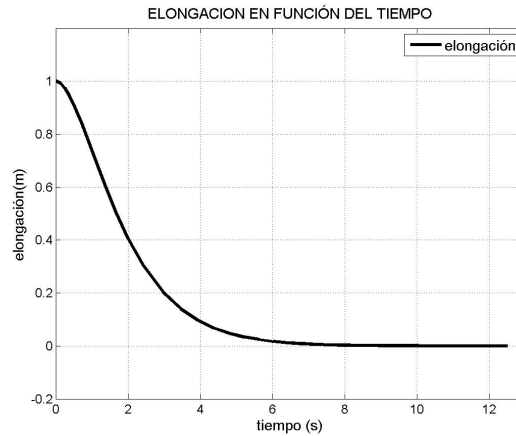


Figura 4: Gráfica de la elongación en función del tiempo para el caso de amortiguamiento crítico.

Ejercicio 2:

Para el caso subamortiguado:

- a) Verificar que la expresión $x(t)$ que se presenta a continuación es solución de la ecuación de movimiento obtenida en el Ejercicio 1:

$$\begin{aligned}
 x(t) &= A(t) \operatorname{sen}(wt - \phi) \quad A(t) = A_0 e^{-t/\tau} \\
 w^2 &= w_0^2 - \left(\frac{1}{\tau}\right)^2 \\
 \tau &= \frac{2m}{b} \qquad w_0^2 = \frac{k}{m}
 \end{aligned} \tag{5}$$

donde A_0 es una amplitud para la oscilación y la curva $A(t)$ es la envolvente de $x(t)$.

- b) Pensar como aplicaría el método de Mínimos Cuadrados para obtener el valor de b y de A_0 y sus respectivas incertidumbres. ¿Qué significado físico tiene el valor obtenido de A_0 ?
- c) Demostrar que si despreciamos el coeficiente de amortiguamiento viscoso (b) la constante del resorte esta dada por la expresión:

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} \tag{6}$$

2. Dispositivo experimental

Para realizar esta experiencia disponemos de un sistema masa - resorte que puede oscilar tanto en aire como en agua. La posición de la masa se determinará utilizando un dinamómetro, que es un instrumento capaz de medir fuerzas de empuje y tracción. El funcionamiento se describe en el apéndice.

- Recordando que la fuerza elástica se determina según la ecuación 1, discutan en grupos que metodología pueden utilizar para determinar el valor de la constante elástica k del resorte. Tener en cuenta que disponen de un sensor de fuerzas y de varias masas diferentes.

2. Determinar k usando diferentes masas y midiendo el estiramiento y la fuerza cuando las masas están en equilibrio.
3. Analicen como usar el método de mínimos cuadrados para determinar k con su incertidumbre.
4. Antes de comenzar a medir se debe analizar qué cuidados experimentales deben tomarse para cumplir las hipótesis del modelo teórico que se quiere aplicar para el análisis.
5. Los datos obtenidos deberán ser exportados desde LoggerPro a un archivo de texto para poder analizarlos utilizando el programa SciDavis o similar. Visualizando la curva obtenida de las oscilaciones del sistema, infiera a cuál de los movimientos oscilatorios que estudiamos corresponde.
6. Encontrar b y su incertidumbre. Para obtener el valor de b , se deberá ajustar los valores de amplitudes máximas por una función adecuada, utilizando el método de mínimos cuadrados. Las medidas y el análisis de b deben ser realizados para un medio de amortiguamiento a elección: Aire o Agua.
7. Con los valores de b y de k obtenidos graficar la función elongación en función del tiempo que se desprende del modelo teórico (Ec. 5) y compararla con la gráfica obtenida experimentalmente.

A. APÉNDICE: Sensor de Fuerzas (dinamómetro)

El sensor de fuerza de doble rango que se muestra en la figura 5 es un dispositivo que permite medir fuerzas de empuje y tracción. En este caso, el sensor mide la fuerza que se ejerce sobre su asa (ya sea de empuje o tracción). Se puede usar como reemplazo de una balanza de resorte manual, montarse en un soporte para medir fuerzas verticales o en un carro dinámico para estudiar colisiones. Puede entonces ser utilizado en una amplia variedad de experimentos, que incluyen, por ejemplo: colisiones, movimientos armónicos, ley de Hooke, etc.

En el caso del experimento de ley de Hooke con el sensor vertical, basta con colocar un extremo del resorte en el asa del sensor y el otro extremo en la masa. Se deja que la masa estire al resorte hasta que este alcance la longitud de equilibrio, de esta forma el sensor mide la fuerza ejercida por el resorte que es necesaria para que la masa esté en equilibrio.

Entre otras características el sensor permite medir fuerzas desde 0.01 Newton hasta 50 N. Tiene dos escalas diferentes (rangos): una de 10 N (con resolución de 0.01 N) y otra de 50 N (con resolución de 0.05 N).



Figura 5: Esquema del sensor de fuerza