Objetivo:

Medir la aceleración gravitatoria, con el fin de poner en práctica los conocimientos y herramientas sobre tratamiento estadístico de datos con las que contamos.

Fundamento teórico:

Un péndulo simple es un dispositivo que modela un sistema físico en la realidad. Este consiste en una masa *m* sostenida por un hilo inextensible de masa mucho menor que *m,* de manera que la masa quede suspendida de un soporte fijo. Con esto se pretende modelar el sistema físico de una masa puntual *m*, suspendida de un soporte fijo al estar sostenida por un hilo sin masa, inextensible y flexible, que se mueva libremente sobre un plano. Se desprecian las fuerzas de rozamiento del aire y del contacto entre el hilo y su punto de contacto con la superficie.

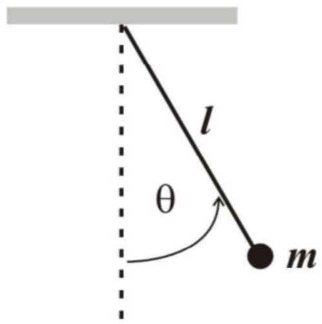


Imagen ilustra de un péndulo simple.

El movimiento del péndulo simple está dado por la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{\partial^2 \theta(t)}{\partial t} + \frac{g}{l} sen(\theta(t)) = 0$$

donde l es el largo del hilo que sostiene la masa, g es la aceleración gravitatoria y θ el ángulo con respecto a la vertical. La ecuación sale de plantear la segunda ley de Newton en dirección del eje tangencial a la curva de movimiento: $ma = -mgsen\theta$, donde *a* es la aceleración tangencial. Reemplazando esta última por la aceleración angular ω (ω=*a/l*), la cual es la derivada segunda de la función $\theta(t)$ se llega a la ecuación.
Además consideramos pequeñas oscilaciones, sabiendo que sen(θ) $\simeq \theta$ cuando $\theta \to 0$ podemos asumir que la ecuación de movimiento es la siguiente:

$\frac{\partial^2 \theta(t)}{\partial t} + \frac{g}{l}\theta(t) = 0$ $\longrightarrow$ Que tiene solución $\theta(t) = \theta max * sen(t\sqrt{\frac{g}{l}})$

Lo que nos muestra que el movimiento es igual a uno armónico simple de frecuencia angular $\sqrt{\frac{g}{l}}$. Por lo tanto su período es $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

Dispositivo experimental:

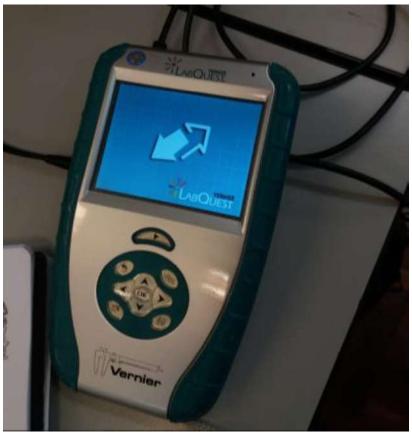
La idea fue calcular la aceleración gravitatoria despejándola de la ecuación del período. Para ello primero estimamos el período mediante un dispositivo que consta de un trozo de tanza de largo l = 0, 6 m $\pm$ 1,0x10^{-3} m, una bolita de plomo de masa *m* (irrelevante, dado que el periodo del péndulo no depende de la misma como se vio en la ecuación del mismo), un soporte de aluminio fijado a la mesa donde nos encontrábamos trabajando, que dada su gran longitud, tuvimos que colgarle de su parte superior una varilla que nos permitió acortar bastante el largo de tanza a utilizar y mayor comodidad a la hora de realizar el trabajo. Este soporte estaba totalmente quieto junto con la barra de aluminio, por lo que no generaron ningún disturbio al oscilar el péndulo durante la práctica. Para medir el ángulo con el que siempre se soltaba la masa colocamos un semicírculo graduado en el comienzo de la tanza (pegado a la varilla de aluminio en su extremo). A continuación se muestran fotos del experimento:

Semicírculo pegado al extremo de la varilla fija y el comienzo del trozo de tanza que usamos.

El ángulo que usamos siempre en todas las tiradas fue $\theta = 5°$.

El otro extremo de la tanza con la bolita de plomo colgando, y un sensor infrarrojo ubicado a una altura adecuada para que pueda percibir el movimiento de la bola y así, mediante un aparato que mostraremos a continuación, poder calcular el período del péndulo.

Para la toma de medidas de los periodos utilizamos dos instrumentos, uno fue un cronómetro, con el cual teníamos el problema de que existe una incertidumbre de aprox. 0,1s de diferencia entre el momento en que comienza la oscilación y en que comenzamos el conteo en el cronómetro (debido a que 0,1 segundos es el tiempo aproximado de reacción de una persona), lo mismo al finalizar el conteo, por lo que en realidad son 0,2 s de incertidumbre. Para achicar este error dejamos oscilar 5 ciclos completos por tirada, y dividimos el tiempo medido en el mismo número.

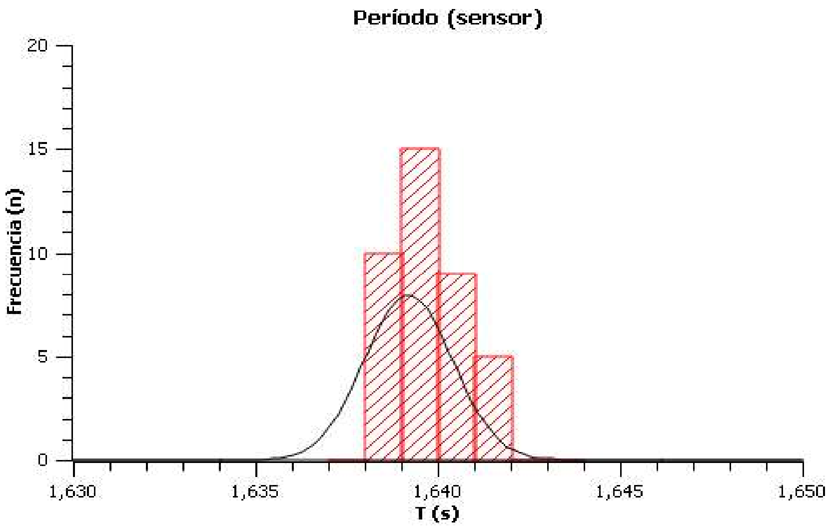


El segundo instrumento fue un sensor infrarrojo conectado a la computadora mediante el dispositivo mostrado llamado LABQuest, que en cada tirada marcaba el tiempo en el que la bolita pasaba por el sensor y luego arrojaba entre otros datos el período del péndulo. Al tener una respuesta casi inmediata mediante el láser, claramente este método va a dar resultados más cercanos entre sí que los obtenidos por el cronómetro. La única incertidumbre que tuvimos (al igual que en el cronómetro) fue el ángulo en el que soltábamos la bolita, el cual fue de 1°

Realizamos las mediciones 40 veces y en igualdad de condiciones, para poder usar la distribución gaussiana, además de realizar un histograma. De esta forma conseguimos un período T bastante genérico.

Análisis de datos: método 1

Utilizando los datos obtenidos por el sensor, conseguimos un promedio (μ) de 1,639 segundos de período con un desvío (σ) de 0,001 (estos dados por el programa SciDavis). A continuación el histograma con la función gaussiana correspondiente:



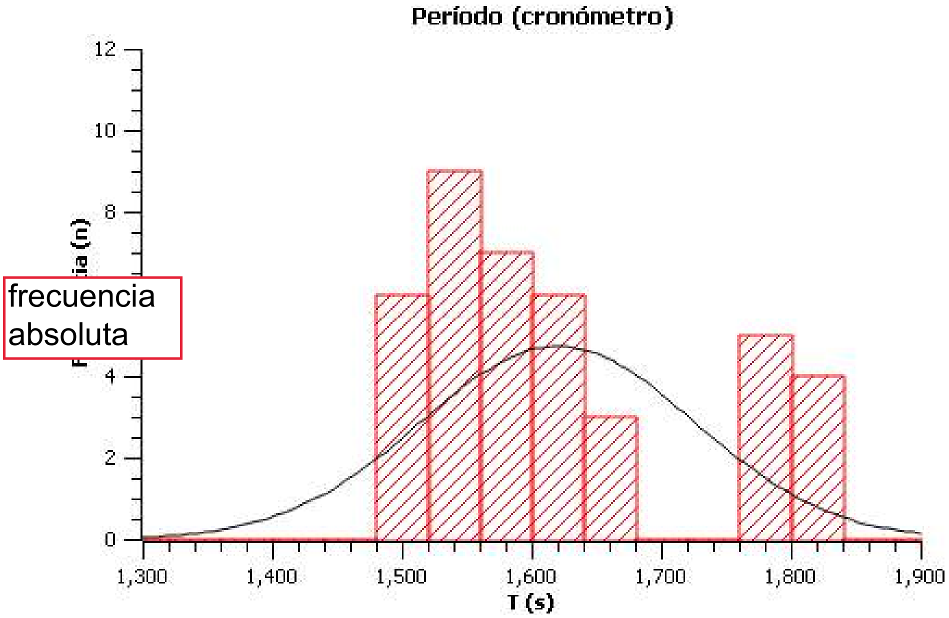
Gráfica 1

Se descartaron 2 medidas puesto que no estaban dentro del intervalo μ ∓ 2*σ, usado como criterio de descarte en este informe.

De estas medidas se consiguió un resultado final para el período usando la fórmula:

$T = \mu \mp (\sigma/\sqrt{40}) = 1{,}6\ s \mp 1{,}6x10^{-4}\ s$

Haciendo el mismo procedimiento para las medidas con <u>cronómetro</u>, conseguimos un promedio (μ) de 1,620 segundos de período con un desvío (σ) de 0,106. A continuación el histograma con la función gaussiana correspondiente:



Gráfica 2

No fue necesario descartar medidas puesto que ninguna sobresalía del criterio de descarte

De estas medidas se consiguió un resultado final para el período usando la misma fórmula:

$T = 1{,}6\ s \mp 1{,}7x10^{-2}\ s$

Los datos obtenidos por el cronómetro tienen un desvío mayor, esto debido a que la incertidumbre fue mayor por lo mencionado anteriormente, y tuvimos resultados más distribuidos que los obtenidos por el sensor.

Entonces, despejando la aceleración gravitatoria de la fórmula del período, nos queda:

$$\frac{4\pi^2 * l}{T^2} = g$$

Además, la incertidumbre de g está dada por:

$$\Delta g = \sqrt{(\tfrac{\partial g}{\partial l})^2 * (\Delta l)^2 + (\tfrac{\partial g}{\partial T})^2 * (\Delta T)^2}$$ (Propagación de incertidumbres)

Por lo tanto:

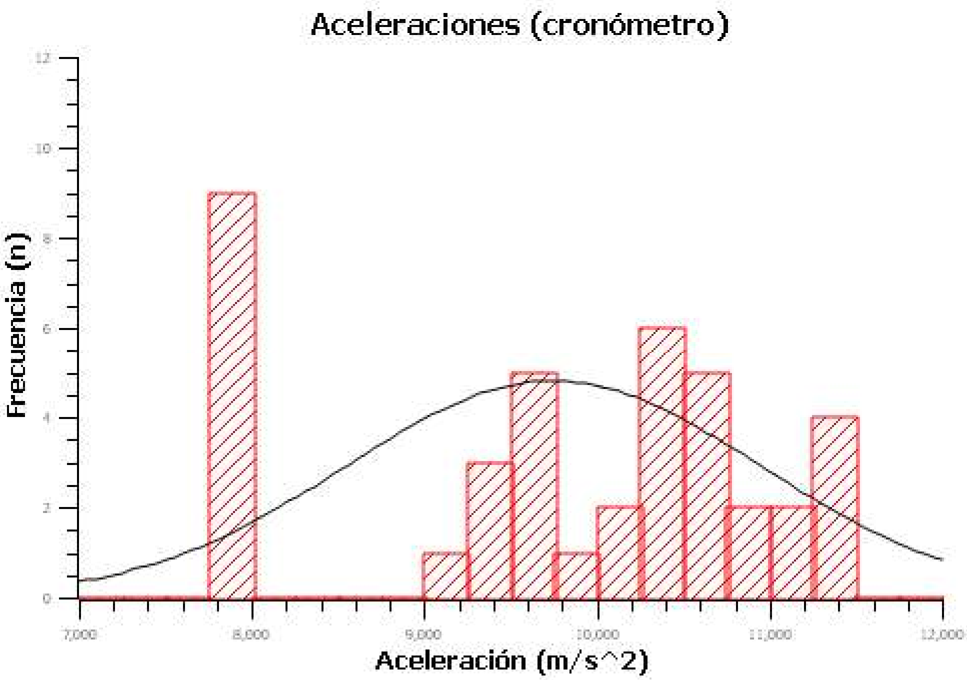
g(Sensor)= 9,9m/s^2 $\pm$ 1,6 x10^{-2} m/s^2

g(Cronómetro)= 9,87m/s^2 $\pm$ 0,21 m/s^2

<u>Análisis de datos: método 2</u>

Ahora, vamos a estimar g calculando todas las aceleraciones por separado de los periodos conseguidos por el método del cronómetro (usando $\frac{4\pi^2 * l}{T^2} = g$), para luego hacer la estimación.

A continuación el histograma de las aceleraciones calculadas con su función gaussiana correspondiente:



Gráfica 3

No fue necesario descartar medidas puesto que ninguna sobresalía del criterio de descarte

Con estos datos se consiguió una aceleración (con un promedio de 9,75 y un desvío de 1,20) de la forma:

g= 9,75 $\mp$ 0,19 m/s^2

Conclusión:

De las dos primeras aceleraciones calculadas mediante el método 1, solamente la realizada con el cronómetro nos dio concordante con el valor de referencia (9,8 m/s^2). La realizada con el sensor nos quedó apenas por fuera del rango debido a que nuestra incertidumbre fue demasiado pequeña, al tener un desvío casi despreciable y no logró la concordancia. La aceleración obtenida mediante el método 2 si nos dio concordante con el valor de referencia. Aunque no todos lograron la concordancia, si se aproximaron bastante al verdadero valor de la aceleración gravitatoria, por lo tanto se puede decir que los comportamientos estadísticos seguidos por los datos del período y de la aceleración fueron los esperados.