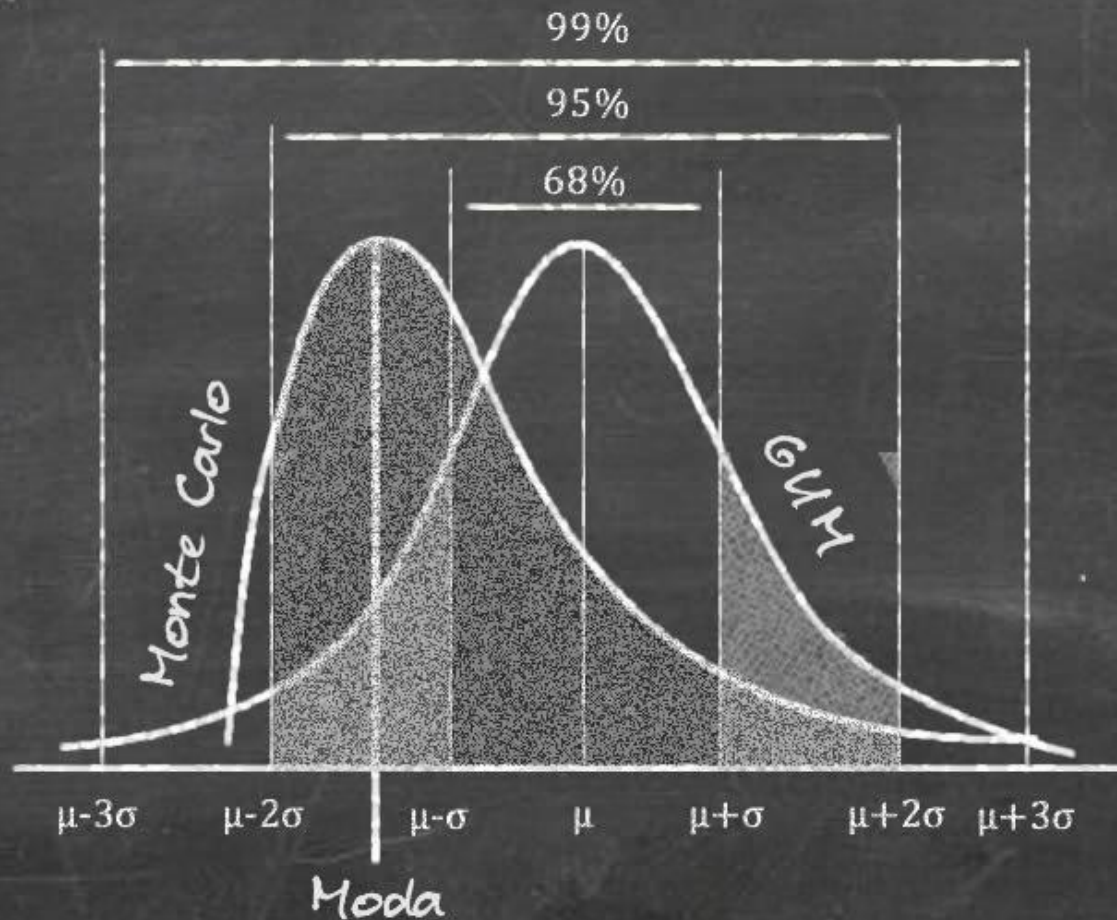


INCERTIDUMBRES por el Método de MONTE CARLO con MCM ALCHIMIA



- GUM vs Monte Carlo
- Modelos matemáticos
- Distribuciones
- MCM Alchimia
- Ejemplos



latu.org.uy

Pablo Constantino
Depto de Metrología Física - LATU

Generalidades y concepto práctico de incertidumbre.

Atributos de una incertidumbre de medición

- **Mensurando**

No es un ente aislado en si mismo, toda incertidumbre está asociada a un Mensurando bien definido.

- **Resultado**

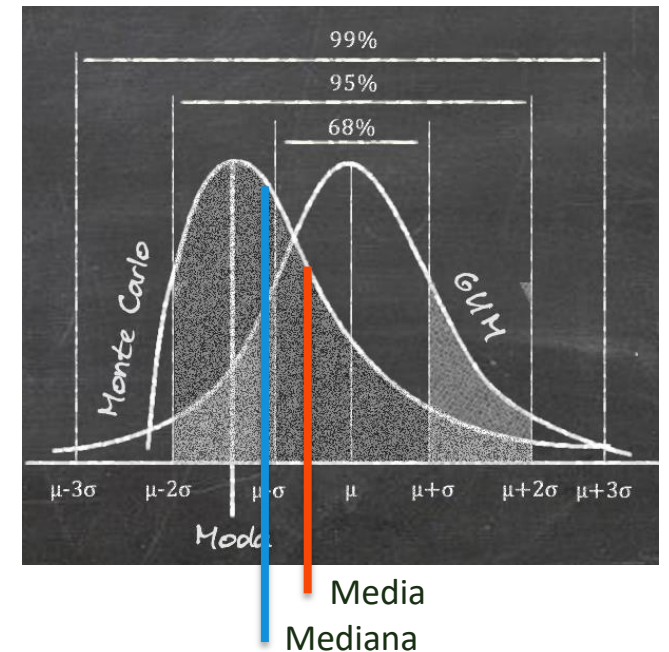
En GUM es la media, en MCM puede ser conveniente otra variable de posición.

- **Probabilidad de Cobertura**

“Probabilidad de que el conjunto de los valores verdaderos de un mensurando esté contenido en un intervalo de cobertura especificado”

- **Intervalo de Cobertura**

“Intervalo que contiene el conjunto de valores verdaderos de un mensurando con una probabilidad determinada, basada en la información disponible”



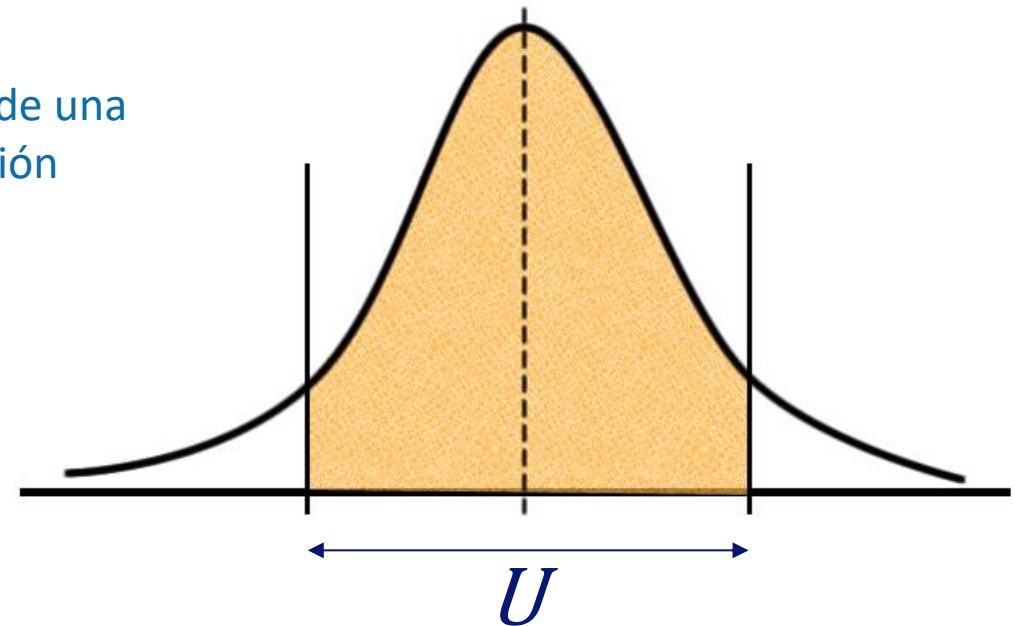
Generalidades y concepto práctico de incertidumbre.

Definición VIM (Vocabulario Internacional de Metrología).

“Parámetro asociado con el resultado de una medición, que caracteriza la dispersión de los valores que razonablemente podrían ser atribuidos al Mensurando”

El resultado en valor “**Y**” la incertidumbre componen el resultado de una medición

Representación posible de una incertidumbre de medición



latu.org.uy

Incertidumbre estándar – Incertidumbre expandida.

Incertidumbre estándar (Incertidumbre típica)

Incertidumbre del ensayo expresada como desviación estándar.
En GUM sería la desviación estándar de la distribución Normal del mensurando.

Incertidumbre estándar combinada (u)

La incertidumbre estándar que se obtiene de combinar las incertidumbres estándar de las magnitudes de entrada del modelo matemático de la medición.

Incertidumbre expandida (U)

Incertidumbre que representa el intervalo dentro del cual se encuentra el valor verdadero del mesurando con una probabilidad igual a la probabilidad de cobertura.

Se obtiene del producto de la Incertidumbre estándar combinada por un factor mayor que cero (llamado **Factor de Cobertura**).



Ley de propagación de incertidumbres

$$u_c = \sqrt{\sum_i [c_i \cdot u(x_i)]^2} = \sqrt{\sum_i \left[\frac{\partial X_i}{\partial Y} u(x_i) \right]^2}$$

Diagram illustrating the propagation of uncertainty law with annotations:

- Incetidumbre estándar**: Points to the overall expression u_c .
- Fuentes de incetidumbre**: Points to the summation index i .
- Coef. de sensibilidad**: Points to the coefficient c_i .
- Incetidumbre estándar del componente "i"**: Points to the uncertainty $u(x_i)$.
- Derivada parcial de la función Y en función de la magnitud X**: Points to the partial derivative $\frac{\partial X_i}{\partial Y}$.

Coeficiente de sensibilidad

Multiplicador utilizado para convertir las unidades de las incertidumbres estándar de las fuentes de incertidumbre a las unidades de la magnitud de salida para calcular su incertidumbre.



CG4 EURACHEM: 2012 pto 8.2.3

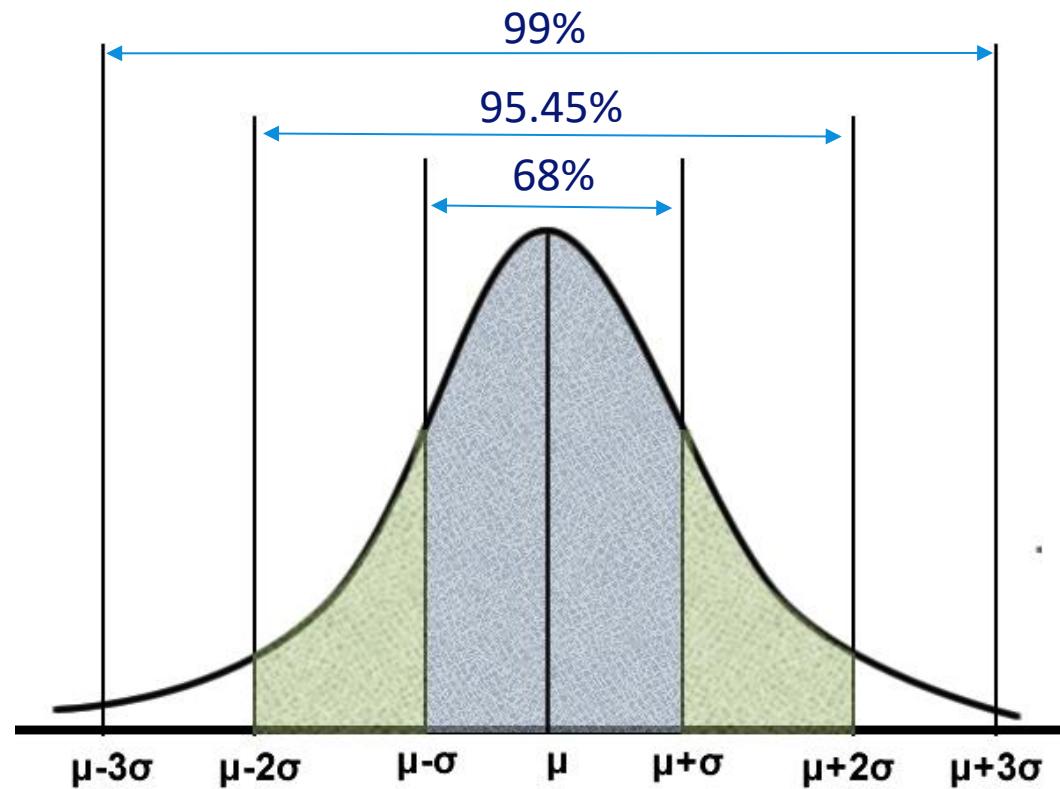
$$u(y(x_i, j, \dots)) = \sqrt{\sum_{i=1, n} c_i^2 u(x_i)^2 + \sum_{\substack{i, k=1, n \\ i \neq k}} c_i c_k \cdot u(x_i, x_k)}$$

Corrección por correlación entre magnitudes de entrada



Incertidumbre expandida


$$U = k \cdot u_c$$



Incertidumbre expandida

$$U = k \cdot u_c$$

Factor de cobertura



Factor de cobertura

Multiplicador utilizado para convertir la incertidumbre estándar en Incertidumbre expandida.


Se obtiene de tablas de student o se calcula con planillas de cálculo a partir de la probabilidad de cobertura (en general 95% o 95.45%) y los grados de libertad efectivos.

$$v_{ef} = \frac{u^4(y)}{\sum_{n=1}^n \frac{u_i^4(y)}{v_i}}$$

En Excel o Open office k se obtiene con la función:

Probabilidad de cobertura

DISTR.T.INV (1-(Pc/100) , grados de libertad)



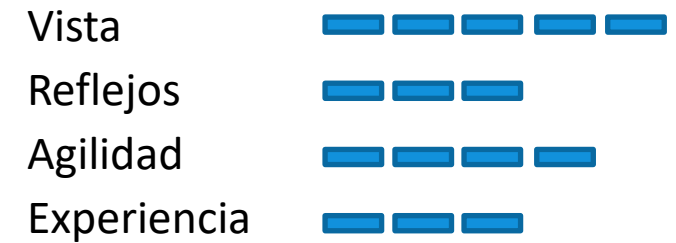
¿Quién es mejor bateador?



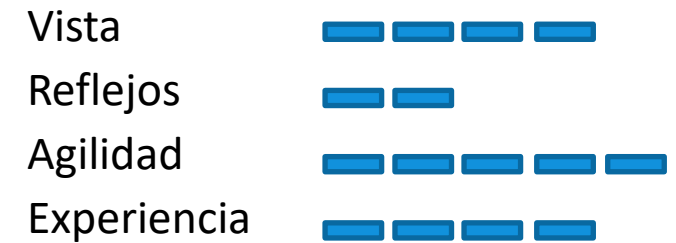
Relevancia

- 40% Vista
- 25% Reflejos
- 30% Agilidad
- 30% Experiencia

Evalina

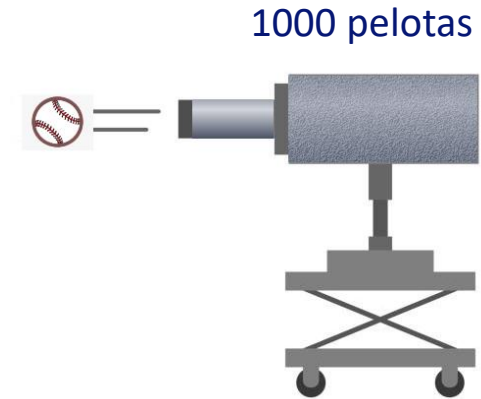


Bastián



Estrategia de MCM

¿Quién es mejor bateador?



Vista ?
Reflejos ?
Agilidad ?
Experiencia ?

Vista ?
Reflejos ?
Agilidad ?
Experiencia ?

Bateó 65%

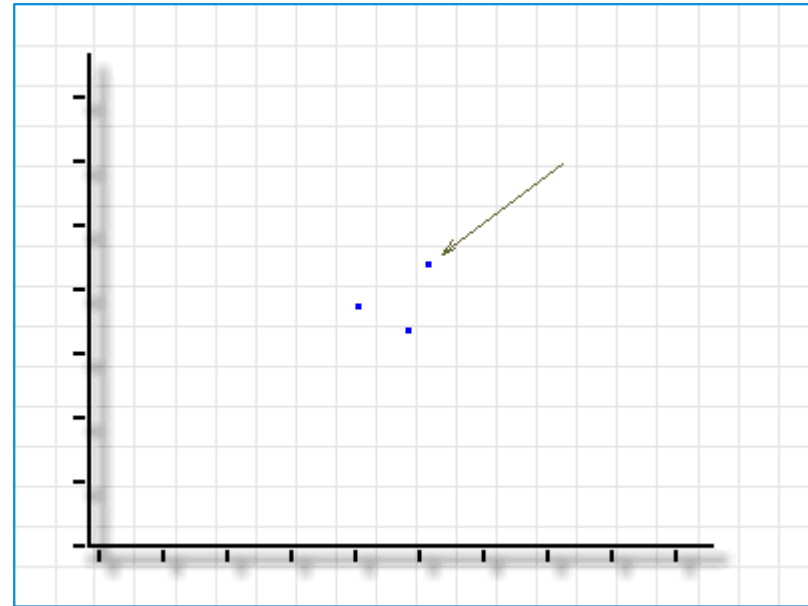
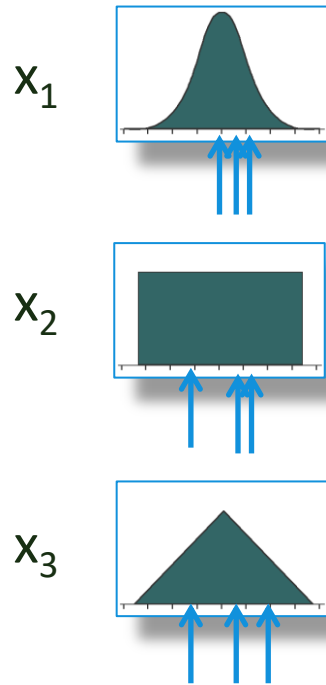
Bateó 52%



latu.org.uy

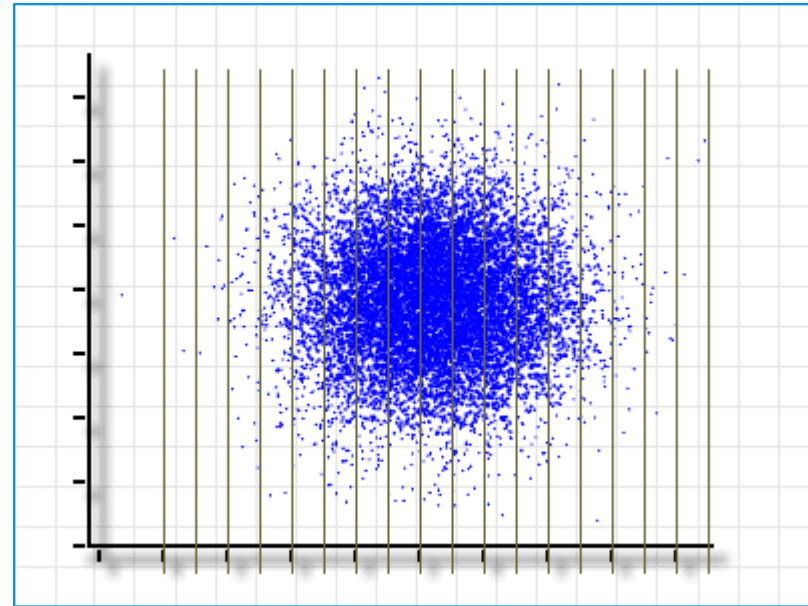
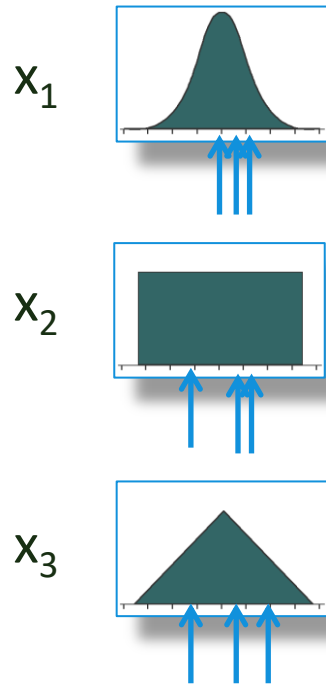


latu.org.uy



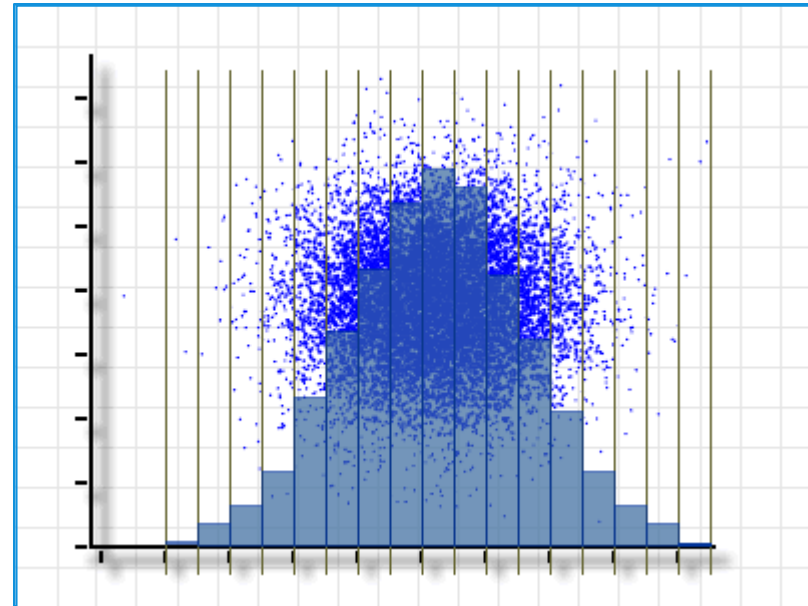
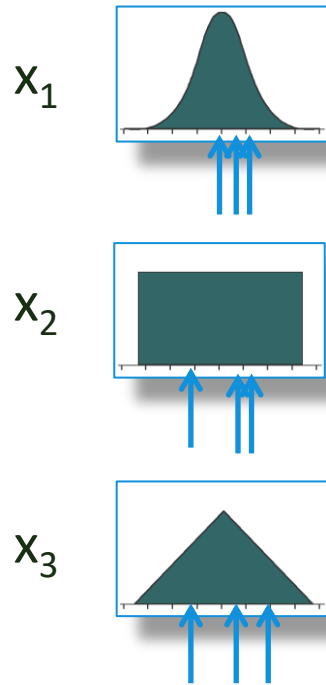


latu.org.uy





latu.org.uy



Comparación GUM vs MCM

Eurachem/GUM

- El Método está basado en aproximaciones (Series de Taylor)
- FDP Mesurando se supone SIEMPRE Normal (Gauss). Todo se “normaliza”

Teorema Central del Límite

La suma de n variables aleatorias independientes da como resultado una distribución aproximadamente Normal, sin importar la distribución de las variables sumadas (en la práctica esto solo es cierto si no hay una variable cuya contribución a la variabilidad total sea dominante en el modelo).

MCM

- El Método está basado en un muestreo aleatorio
- FDP Mesurando no se supone nada.
Todo se simula imitando la realidad

Ley de los grandes números

Cuanto mayor sea el tamaño de la muestra, la media de la muestra se aproximará más a la media poblacional, y, en la práctica, mayor será el ajuste entre la distribución muestral y la distribución teórica sobre la que se basa la muestra.



latu.org.uy

Comparación GUM vs MCM

GUM

PROS

- Aceptado internacionalmente.
- Comparable en Ens. Aptitud (interlab).
- No necesita de software específico.
- Muy rápido para modelos sencillos.

CONTRAS

- Difícil en calcular coef. de sensibilidad
- Difícil de calcular gr. de lib. efectivos
- Fácil de equivocarse en modelos complejos
- No siempre es un buen estimador.

MCM

PROS

- Rápido con un buen software.
- **Representa exactamente el mensurando.**
- Adecuado para Incert. asimétricas.
- Proporciona mucha info del Mensurando

CONTRAS

- Se necesita un software adecuado
- Puede dar diferencias con resultados GUM
- No recomendable en Interlaboratorios.
- Expresión de incertidumbres asimétricas puede ser confusa



latu.org.uy

Validación de incertidumbres

De acuerdo a JCGM 101:2008, es posible validar una incertidumbre estimada por el método clásico (GUM) contra la estimación por MCM.

Para esto se utiliza el concepto de tolerancia numérica.



latu.org.uy

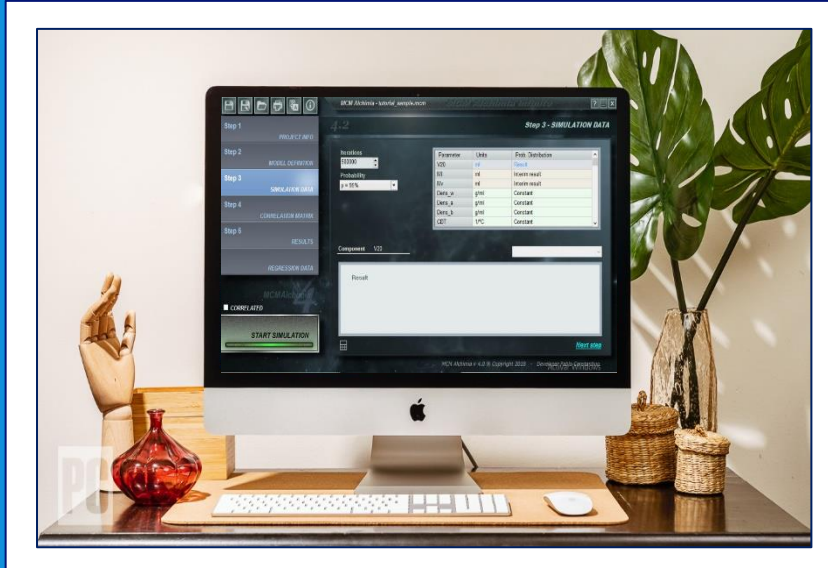
<i>GUM</i>	<i>MCM</i>	<i>Expresión</i>
0.0117	0.0121	0.012
0.0986	0.0980	0.099 / 0.098

*Para estimar una incertidumbre de medición (por GUM o MCM)
es necesario:*

- 1 .- Un **mensurando** perfectamente definido.*
- 2 .- Un **modelo matemático** que represente exactamente la medición.*
- 3 .- **Fuentes de incertidumbre** perfectamente determinadas
(en valor, y distribución de probabilidad).*



RESUMEN



- La Incertidumbre está asociada a un mensurando bien definido
- Definir modelo matemático con todas las magnitudes de entrada
- Asignar FDP y grados de libertad a cada magnitud del modelo

GUM

- Calcular incertidumbres estándar de cada variable
- Calcular coeficientes de sensibilidad de cada variable
- Calcular incertidumbre estándar combinada
- Calcular grados de libertad efectivos del mensurando
- Calcular factor de cobertura
- Calcular Incertidumbre expandida

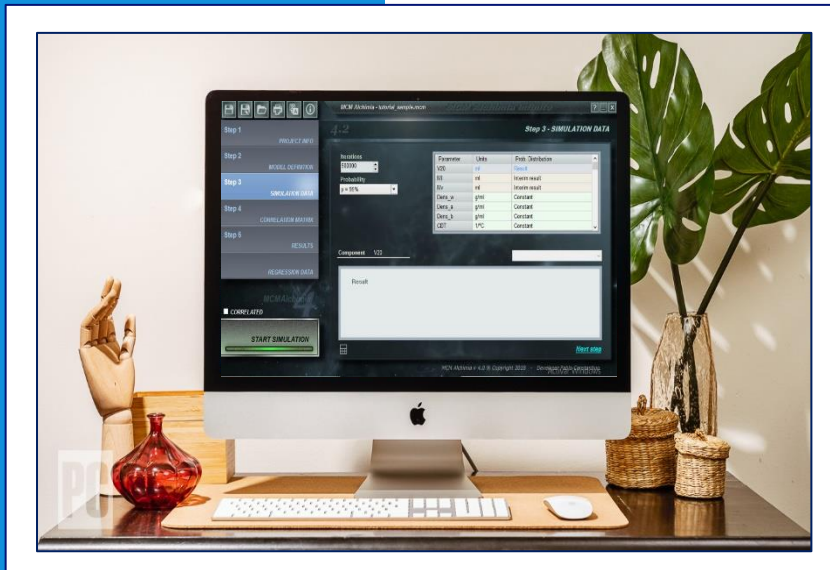
$$u_c = \sqrt{\sum_i [c_i \cdot u(x_i)]^2}$$

MCM

- Cargar datos de simulación en un software adecuado.
- Correr simulación.



latu.org.uy



- La Incertidumbre está asociada a un **mensurando bien definido**
- Definir **modelo matemático** con todas las magnitudes de entrada



latu.org.uy

El modelo matemático para utilizar con un software debe ser de una sola etapa y contener TODAS las fuentes de incertidumbre

¿Qué fuentes de incertidumbre hay en una medición?

- Definición incompleta del mensurando (ej. **diámetro de un aro**);
- Realización imperfecta de la definición del mensurando (**masa sin ρ_a**)
- Muestra no representativa del mensurando (**muestra contaminada**)
- Conocimiento incompleto de los efectos de las condiciones ambientales (**Bloques patrón sin conocer composición**)
- Lectura sesgada de instrumentos analógicos (**paralaje**)
- Resolución instrumento de medida (**división**)
- Valores inexactos de los patrones de medida o de los mat. de referencia (**calibración de los patrones**)
- Valores inexactos de constantes de fuentes externas (**gravedad sin medir**)
- Variaciones en las observaciones repetidas del mensurando (**Repetibilidad**)





latu.org.uy



¿Cuánto pesa una manzana?



Qué fuentes de incertidumbre encuentra
(sin importar que tanto influye)

Peso de una manzana - Fuentes de incertidumbre

- Definición incompleta del mensurando A (**Qué tipo de manzana. ¿todas? ¿esa?**)
- Definición incompleta del mensurando A (**¿Es “peso” o “masa”? porque si es peso influye la gravedad**)
- Realización imperfecta de la definición del mensurando (**que significa “una manzana”, ¿esa en particular, ese tipo, o cualquiera?**)
- Muestra no representativa del mensurando (**varios tipos, cantidades**)
- Conocimiento incompleto de los efectos de las condiciones ambientales (**Corr. por temperatura de la balanza, humedad afecta**)
- Resolución instrumento de medida (**división**)
- Valores inexactos de los patrones de medida o de los mat. de referencia (**calibración de la balanza**)
- Variaciones en las observaciones repetidas del mensurando (**falta repetibilidad**)



Optimización del modelo matemático del ensayo



Para poder obtener el resultado y su incertidumbre asociada utilizando herramientas informáticas es necesario que todas las magnitudes de influencia estén en un modelo matemático de una etapa.

Estas magnitudes de influencia pueden ser **generales** del proceso, como la repetibilidad, o **particulares** de una magnitud de entrada.

Las variables generales se incluyen en el modelo como sumandos o multiplicadores según el caso. Las particulares deben integrarse a la variable que integran como sumandos o en ecuaciones separadas.



latu.org.uy

Método 1

Una variable con más de una fuente de incertidumbre debe ser sustituida en el modelo por **un paréntesis** conteniendo la sumatoria de una variable con el valor y tantas variables adicionales como fuentes de incertidumbre de valor = 0

Método 2

Una variable con más de una fuente de incertidumbre debe considerarse como el resultado intermedio de una **ecuación** conteniendo la sumatoria de una variable con el valor y tantas variables adicionales como fuentes de incertidumbre

Notación

Las subvariables agregadas se llamarán igual que la variable de origen con un subíndice indicando la fuente de incertidumbre que representan



Ejemplo

$$A = A_{valor} + \underbrace{A_{Inc\ 1} + A_{Inc\ 2} + \dots + A_{Inc\ n}}$$

Magnitud de la Ecuación del ensayo Valor = A
Inc = ? Valor = 0
Inc ≠ 0

$$Y = A * B$$

$$Y = (A_{valor} + A_{Inc\ 1} + A_{Inc\ 2} + \dots + A_{Inc\ n}) * B$$

Notación

Las variables agregadas al Modelo únicamente como fuente de incertidumbre se escriben con el prefijo δ

$$Y = (A_{valor} + \delta A_{Inc\ 1} + \delta A_{Inc\ 2} + \dots + \delta A_{Inc\ n}) * B$$




<http://www.mcm-alchimia.com>

MCM Alchimia 3.0 "Infinito"

DESCARGAR MCM ALCHIMIA INFINITO [ESP] DOWNLOAD MCM ALCHIMIA INFINITO [ENG]

MCM Alchimia 3.0. "Infinito"

 "Infinito" es la nueva versión del software MCM Alchimia, una aplicación Premium gratuita para realizar simulaciones de Monte Carlo aplicadas a la estimación de incertidumbres de ensayo y calibración de acuerdo a la Norma JCGM 101. Esta versión presenta una nueva interfaz en pasos, además de tener soporte para variables correlacionadas y curvas de regresión, reduciendo hasta 1/10 el tiempo de operación de versiones anteriores.

Descargar MCMAlchimia 3.0 infinito en español


Códigos de activación / Activation codes

Short key
?8B3G#
Copy and paste in Short Key field

Long key
8VAGXNRRFFQDJ!MS
Copy and paste in Long Key field

Free full featured annual licence. Next come back here for new free codes.

MCM Alchimia 3.0 "Infinito"

 "Infinito" is the last release of the Premium freeware application MCM Alchimia, which was developed specifically for estimating uncertainty of measurement and calibrations by Monte Carlo method consistent with JCGM 101. This release introduce a new and most friendly interface based on steps, having support on correlated quantities and regression curves, reducing performance time up to 1/10 of precedent release.

Download MCMAlchimia 3.0 infinito english version



latu.org.uy

Discutir posibles distribuciones a asignar para el MCM a las siguientes magnitudes de entrada de un modelo hipotético:

1. Lectura de un termómetro de mercurio de div = 1°C
2. Lectura de una balanza digital de div = 0,01g
3. U de un certificado con k=2
4. Promedio de dos lecturas de la balanza del pto 2
5. Repetibilidad con 4 lecturas
6. Repetibilidad con 30 lecturas.
7. Temperatura Normal (de PTN) = 20°C
8. Volumen de un matraz clase A (tolerancia 0,04 ml)
9. Constante de disociación del agua $pK_w = 14$
10. Valor obtenido a partir de una regresión lineal.
11. Densidad de una pesa calibrada en Masa Convencional





**Medición del diámetro
de una pieza metálica**

Medición de una pieza metálica



Mensurando Diámetro externo de una pieza circular

Método de calibración

- La medición se realiza con un calibre en 5 posiciones diferentes de la pieza para obtener el diámetro promedio

Ecuación del ensayo

$$D = L_p \left[1 + \alpha_p (T_p - T_{ref_p}) - \alpha_o (T_o - T_{ref_o}) \right]$$

Donde:

D = Diámetro promedio de la pieza metálica

L_p = Lectura del patrón (calibre)

α_p = Coeficiente de expansión lineal del calibre

α_o = Coeficiente de expansión lineal del objeto

T_p = Temperatura del patrón

T_{ref p} = Temperatura de referencia del patrón (20 °C)

T_o = Temperatura del objeto

T_{ref o} = Temperatura de referencia del objeto (20 °C)



latu.org.uy

Medición de una pieza metálica



$$D = L_p \left[1 + \alpha_p (T_p - T_{ref_p}) - \alpha_o (T_o - T_{ref_o}) \right]$$

Supongamos que el calibre fue calibrado por lo que L_p tiene correcciones

$$D = (L_p + C_p) \left[1 + \alpha_p (T_p - T_{ref_p}) - \alpha_o (T_o - T_{ref_o}) \right]$$

L_p es el promedio de 5 lecturas del calibre en diferente posición

$$D = (L_p + C_p) \left[1 + \alpha_p (T_p - T_{ref_p}) - \alpha_o (T_o - T_{ref_o}) \right] + \delta_{rep}$$

Todos los instrumentos tienen resolución y calibración como fuentes de incertidumbre. Puedo desglosar estas magnitudes en ecuaciones secundarias:



Medición de una pieza metálica



$$L_p = L_{p,val} + \delta L_{p,rep} + \delta L_{p,res} + \delta L_{p,cal}$$

$$T_p = T_{p,val} + \delta T_{p,res} + \delta T_{p,cal}$$

$$T_o = T_{o,val} + \delta T_{o,res} + \delta T_{o,cal}$$

Si la repetibilidad está asociada a una sola variable es usual calcular promedio e incertidumbre (**desvío estándar de las medias**) en la misma variable $L_{p,rep}$.

Si se pone aquí no va en la ecuación principal.



Ejercicio

Discutir distribuciones de probabilidad de las magnitudes de entrada

C_p	Corrección del patrón (certificado)	$T_{p,val}$	T del patrón (termómetro digital de contacto)
α_p	Coef. de dilatación térmica (de tabla)	$\delta T_{p,res}$	Componente de inc. de T_p debida a resolución
T_{ref}	Temperatura de referencia (20°C)	$\delta T_{p,cal}$	Componente de inc. de T_p debida a calibración
α_o	Coef. de dilatación térmica (de tabla)	$T_{o,val}$	Temperatura de la muestra
δrep	Componente de incert. por repetibilidad	$\delta T_{o,res}$	Componente de inc. de T_o debida a resolución
$L_{p,val}$	Lectura del calibre	$\delta T_{o,cal}$	Componente de inc. de T_o debida a calibración
$\delta L_{p,res}$	Componente de inc. de lectura por resolución		
$\delta L_{p,cal}$	Componente de inc. de lectura por Calibración		



Datos experimentales

Resultados de calibración del calibre

Corrección = 0.005 mm
Incertidumbre = 0.004 mm

Resultados de calibración del termómetro

Corrección = 0.0 °C
Incertidumbre = 0.5 °C

Mediciones repetidas

Lp / mm
51,750
51,755
51,750
51,750
51,755
51,755

- Temperatura del laboratorio = **20,7 °C**
- Resolución del termómetro = **0,1 °C**
- Coef. dilatación acero = **12 E-06 1/°C**
U = 10%
- Coef. dilatación aluminio = **23 E-06 1/°C**
U = 10%



latu.org.uy