Continuando con el ejemplo:

$$L_{20ºC} = \bar{L}[1 + \alpha(t_{amb} - 20\ ºC)]$$

Fuente incertidumbre	**Clasificación**	**Símbolo**	**Distribución**
Repetibilidad de las mediciones	Tipo A	u_{rep}	T-student
Resolución del calibre	Tipo B	u_{res_cal}	Triangular
Corrección en la lectura del calibre	Tipo B	u_{cal_cal}	Normal
Coeficiente de expansión térmica	Tipo B	u_{coef}	Rectangular
Repetibilidad del termómetro	Tipo B	u_{rep_term}	Normal
Resolución del termómetro	Tipo B	u_{res_term}	Rectangular/Triangular
Corrección del termómetro	Tipo B	u_{cal_term}	Normal

Pasos para estimar la incertidumbre

1. Determinar el mensurando → Modelo de medición
2. Identificar y clasificar las fuentes → Tipo A, Tipo B
3. Cuantificar las componentes
4. Expresar como incertidumbre estándar $u_{\_estándar}$
5. Calcular la incertidumbre combinada $u_{\_combinada}$
6. Obtener el factor de cobertura o factor de expansión → $t_{-student}$
7. Calcular la incertidumbre expandida U

Continuando con el ejemplo:

Fuente incertidumbre	**Símbolo**	**Distribución**	**U_estándar**
Repetibilidad de las mediciones	u_{rep}	T-student	$s(\bar{x}) = \frac{s(x_i)}{\sqrt{n}}$
Resolución del calibre	u_{res_cal}	Triangular	$\frac{Res\_cal}{2\sqrt{6}}$
Corrección en la lectura del calibre	u_{cal_cal}	Normal	$\frac{U_{cal\_cal}}{2}$
Coeficiente de expansión térmica	u_{coef}	Rectangular	$\frac{Resolucion\ tabla}{\sqrt{3}}$
Repetibilidad del termómetro	u_{rep_term}	Normal	s_{rep_term}
Resolución del termómetro	u_{res_term}	Rectangular/Triangular	$\frac{Res\_term}{2\sqrt{6}}$
Corrección del termómetro	u_{cal_term}	Normal	$\frac{U_{cal\_term}}{2}$

Pasos para estimar la incertidumbre

1. Determinar el mensurando → Modelo de medición
2. Identificar y clasificar las fuentes → Tipo A, Tipo B
3. Cuantificar las componentes
4. Expresar como incertidumbre estándar $u_{\_estándar}$
5. Calcular la incertidumbre combinada $u_{\_combinada}$
6. Obtener el factor de cobertura o factor de expansión → $t_{-student}$
7. Calcular la incertidumbre expandida U

Incertidumbre típica combinada

incertidumbre típica del resultado de una medición, cuando el resultado se obtiene a partir de los valores de otras magnitudes, igual a la raíz cuadrada positiva de una suma de términos, siendo éstos las varianzas o covarianzas de esas otras magnitudes, ponderadas en función de la variación del resultado de medida con la variación de dichas magnitudes.

Cálculo de la incertidumbre combinada

Si tenemos un modelo de medición dónde obtenemos una variable y a partir de otras variables:

$$y = f(x_1, x_2, \ldots., x_n)$$

En una calibración frecuentemente los c_i valen 1, salvo en calibraciones indirectas

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} {c_i}^2 u(xi)^2}$$

Magnitudes de entrada no correlacionadas

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} u(xi)^2}$$

$$c_i = \frac{\partial y}{\partial x_i}$$

LEY DE PROPAGACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE

Cálculo de la incertidumbre combinada

Si tenemos un modelo de medición dónde obtenemos una magnitud y a partir de otras magnitudes:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$u_c(y) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i}^{2} u(xi)^2 + \boxed{2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j)}$$

Magnitudes de entrada Correlacionadas

LEY DE PROPAGACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE PARA MAGNITUDES DE ENTRADA CORRELACIONADAS

Cálculo de la incertidumbre combinada

$$u_c(y) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i}^2 u(xi)^2 + 2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N} \frac{\partial f}{\partial x_i}\frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j)$$

Magnitudes de entrada Correlacionadas

$$r(x_i, x_j) = \frac{u(x_i, x_j)}{u(x_i)u(x_j)}$$

El coeficiente de correlación expresa el grado de correlación entre x_i y x_j

$$u_c(y) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i}^2 u(xi)^2 + 2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N} \frac{\partial f}{\partial x_i}\frac{\partial f}{\partial x_j} r(x_i, x_j)u(x_i)u(x_j)$$

$$\boxed{u_c(y) = \sum_{i=1}^{n} {c_i}^2 u(xi)^2 + 2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N} c_i c_j r(x_i, x_j)u(x_i)u(x_j)}$$

Cálculo de la incertidumbre combinada

$$u_c{}^2(y) = \left(\sum_{i=1}^{n} c_i u(x_i)\right)^2$$

Caso MUY particular: todas las magnitudes de entrada 100% correlacionadas (r=1)

Las componentes de incertidumbre se suman linealmente

Cálculo de la incertidumbre combinada

Si tenemos un modelo de medición dónde obtenemos una variable y a partir de otras variables:

$$y = f(x_1, x_2, \ldots.., x_n)$$

$$c_i = \frac{\partial y}{\partial x_i}$$

$$L_{20ºC} = \bar{L}[1 + \alpha(t_{amb} - 20\ ºC)]$$

$$\frac{\partial L_{20ºC}}{\partial \bar{L}} = \left(1 + \alpha(t_{amb} - 20\ ºC)\right)$$

$$\frac{\partial L_{20ºC}}{\partial \alpha} = \bar{L}(t_{amb} - 20\ ºC)$$

$$\frac{\partial L_{20ºC}}{\partial t_{amb}} = \alpha\bar{L}$$

Cálculo de la incertidumbre combinada

Variables de entrada no correlacionadas

$y = f(x_1, x_2, \ldots., x_n)$

$$u_c{}^2(y) = \sum_{i=1}^{n} [c_i u(xi)]^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(u_i(y)\right)^2$$

$$c_i = \frac{\partial y}{\partial x_i} \qquad u_i(y) = |c_i| u(xi)$$

Cálculo de la incertidumbre combinada

$$Y = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \cdots + C_n X_n$$

Variables de entrada no correlacionadas
El mensurando es una función lineal de las magnitudes de entrada
Lectura directa

$$u_c{}^2(y) = \sum_{i=1}^{n} u^2(x_i)$$

$$c_i = +1 \text{ ó } -1$$

Cálculo de la incertidumbre combinada

$$Y = C_1 {X_1}^{p_1} + C_2 {X_2}^{p_2} + \cdots + C_n {X_n}^{p_n}$$

Variables de entrada no correlacionadas
El mensurando es una función lineal de las magnitudes de entrada
Lectura directa

$$\left[\frac{u_c(y)}{y}\right]^2 = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{p_i u(x_i)}{x_i}\right]^2$$

Observar que en este caso es sencillo propagar varianzas relativas para obtener una varianza combinada relativa

Continuando con el ejemplo:

Fuente incertidumbre	**Símbolo**	**Distribución**		c_i **Coeficientes de sensibilidad**
Repetibilidad de las mediciones	u_{rep}	T-student	$s(\bar{x}) = \frac{s(x_i)}{\sqrt{n}}$	$1 + \alpha(t_{amb} - 20\ ºC)$
Resolución del calibre	u_{res_cal}	Triangular	$\frac{Res\_cal}{2\sqrt{6}}$	$1 + \alpha(t_{amb} - 20\ ºC)$
Corrección en la lectura del calibre	u_{cal_cal}	Normal	$\frac{U_{cal\_cal}}{2}$	$1 + \alpha(t_{amb} - 20\ ºC)$
Coeficiente de expansión térmica	u_{coef}	Rectangular	$\frac{Resolucion\ tabla}{\sqrt{3}}$	$\bar{L}(t_{amb} - 20\ ºC)$
Repetibilidad del termómetro	u_{rep_term}	Normal	s_{rep_term}	$\alpha\bar{L}$
Resolución del termómetro	u_{res_term}	Rectangular/Triangular	$\frac{Res\_term}{2\sqrt{6}}$	$\alpha\bar{L}$
Corrección del termómetro	u_{cal_term}	Normal	$\frac{U_{cal\_term}}{2}$	$\alpha\bar{L}$

Pasos para estimar la incertidumbre

1. Determinar el mensurando → Modelo de medición

$$E = I - VCM \quad \text{ó} \quad C = VCM - I$$

2. Identificar y clasificar las fuentes → Tipo A, Tipo B
3. Cuantificar las componentes
4. Expresar como incertidumbre estándar $u_{\_estándar}$
5. Calcular la incertidumbre combinada $u_{\_combinada}$
6. Obtener el factor de cobertura o factor de expansión → $t_{\text{-student}}$
7. Calcular la incertidumbre expandida U

Muchas veces puede ser necesario Informar un valor de incertidumbre que abarque, alrededor del resultado de la medida, un intervalo que contenga los valores que razonablemente se le pueden atribuir al mensurando con una determinada probabilidad.

Para esto necesitamos encontrar un factor de cobertura que nos permita expandir la incertidumbre combinada.

$$U=k.u_c(y)$$

factor de cobertura

factor numérico utilizado como multiplicador de la incertidumbre típica combinada, para obtener la incertidumbre expandida

NOTA Un factor de cobertura k típico, toma valores comprendidos entre 2 y 3.

Obtener el factor de cobertura o factor de expansión

Para obtener el fator de cobertura o fator de expansión se utiliza la tabla t-student para una determinada probabilidad (≈95 %) y grados de libertad efectivos v_{eff}.

Tabla G.2: Valor de $t_p(\nu)$ de la distribución t, para ν grados de libertad, que define un intervalo de $-t_p(\nu)$ a $+t_p(\nu)$, que comprende la fracción p de la distribución

Grados de libertad	Fracción p (%)					
ν	68,27 [a)]	90	95	95,45 [a)]	99	99,73 [a)]
1	1,84	6,31	12,71	13,97	63,66	235,80
2	1,32	2,92	4,30	4,53	9,92	19,21
3	1,20	2,35	3,18	3,31	5,84	9,22
4	1,14	2,13	2,78	2,87	4,60	6,62
5	1,11	2,02	2,57	2,65	4,03	5,51
6	1,09	1,94	2,45	2,52	3,71	4,90
7	1,08	1,89	2,36	2,43	3,50	4,53
8	1,07	1,86	2,31	2,37	3,36	4,28
9	1,06	1,83	2,26	2,32	3,25	4,09
10	1,05	1,81	2,23	2,28	3,17	3,96
50	1,01	1,68	2,01	2,05	2,68	3,16
100	1,005	1,660	1,984	2,025	2,626	3,077
∞	1,000	1,645	1,960	2,000	2,576	3,000

a) Para una magnitud z descrita por una distribución normal de esperanza matemática μ_z y desviación típica σ, el intervalo $\mu_z \pm k\sigma$ comprende respectivamente las fracciones p = 68,27 %; 95,45 % y 99,73 % de la distribución, para los valores k = 1, 2 y 3.

Obtener el factor de cobertura o factor de expansión

Para obtener el fator de cobertura precisamos conocer los grados de libertad.

A partir de los grados de libertad de cada componente de medición, v_i, podemos calcular los grados de libertad efectivos, v_{eff}, utilizando la ecuación de Welch-Statterthwaite:

$$v_{eff} = \frac{u_c(y)^4}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{(c_i.u(xi))^4}{v_i}\right)}$$

Donde la incertidumbre combinada u_c se calcula según la ecuación vista anteriormente, y *u(xi)* es la incertidumbre estándar de la componente i y v_i los grados de libertad.

Obtener el factor de cobertura o factor de expansión

¿Como obtener vi, los grados de libertad de cada componente de medición?

Componentes tipo A:

Obtenidas a partir de una serie de n mediciones independientes: $v_i, = n-1$

Componentes tipo B:

Obtenidas a partir de distribuciones de probabilidad definidas a priori:

- Rectangular y triangular: u(xi) se considera sin incertidumbre, pues se eligen los límites a+ y a- para definir el intervalo a de forma que la probabilidad de que la magnitud en cuestión esté fuera del intervalo es extremadamente pequeña.
- Normal: se obtiene un valor *k* (ó t) del certificado de calibración, por ejemplo.

Continuando con el ejemplo:

Fuente incertidumbre	**Símbolo**	**Distribución**		c_i **Coeficientes de sensibilidad**	v_{eff}
Repetibilidad de las mediciones	u_{rep}	T-student	$s(\bar{x}) = \frac{s(x_i)}{\sqrt{n}}$	$1 + \alpha(t_{amb} - 20\ ºC)$	n-1
Resolución del calibre	u_{res_cal}	Triangular	$\frac{Res\_cal}{2\sqrt{6}}$	$1 + \alpha(t_{amb} - 20\ ºC)$	∞
Corrección en la lectura del calibre	u_{cal_cal}	Normal	$\frac{U_{cal\_cal}}{2}$	$1 + \alpha(t_{amb} - 20\ ºC)$	t
Coeficiente de expansión térmica	u_{coef}	Rectangular	$\frac{Resolucion\ ta}{\sqrt{3}}$	$\bar{L}(t_{amb} - 20\ ºC)$	∞
Repetibilidad del termómetro	u_{rep_term}	Normal	s_{rep_term}	$\alpha\bar{L}$	n-1 certificado
Resolución del termómetro	u_{res_term}	Rectangular/Triangular	$\frac{Res\_term}{2\sqrt{6}}$	$\alpha\bar{L}$	∞
Corrección del termómetro	u_{cal_term}	Normal	$\frac{U_{cal\_term}}{2}$	$\alpha\bar{L}$	t

Pasos para estimar la incertidumbre

1. Determinar el mensurando → Modelo de medición

$$E = I - VCM \quad \text{ó} \quad C = VCM - I$$

2. Identificar y clasificar las fuentes → Tipo A, Tipo B
3. Cuantificar las componentes
4. Expresar como incertidumbre estándar $u_{\_estándar}$
5. Calcular la incertidumbre combinada $u_{\_combinada}$
6. Obtener el factor de cobertura o factor de expansión → $t_{\text{-student}}$
7. Calcular la incertidumbre expandida U

Incertidumbre expandida

magnitud que define un intervalo en torno al resultado de una medición, y en el que se espera encontrar una fracción importante de la distribución de valores que podrían ser atribuidos razonablemente al mensurando

NOTA 1 La fracción puede entenderse como la probabilidad o el nivel de confianza del intervalo.

NOTA 2 Para asociar un nivel específico de confianza a un intervalo definido por la incertidumbre expandida, se requieren hipótesis explícitas o implícitas sobre la distribución de probabilidad representada por el resultado de medida y su incertidumbre típica combinada. El nivel de confianza que puede atribuirse a este intervalo posee la misma validez que las hipótesis realizadas.

NOTA 3 La incertidumbre expandida se denomina incertidumbre global en el apartado 5 de la Recomendación INC-1 (1980).

Calcular la incertidumbre expandida U

La incertidumbre expandida se obtiene multiplicando la incertidumbre combinada por el factor de expansión obtenido de la tabla t.

$$U=k.u_c(y)$$

Declaración de incertidumbre:

La incertidumbre en las mediciones fue calculada teniendo en cuenta las magnitudes de influencia: patrón, sistema de calibración, repetibilidad e histéresis, y corresponde a un nivel de confianza de 95%, con un factor de cobertura *k*=2 (documento JCGM 100 Evaluación of measurement data – Guide to the expresión of uncertainty in measurement).
La incertidumbre en las correcciones se estima en: 0,035 bar.

Resulta conveniente expresar el **resultado de una medición** en la forma $Y = y \pm U$

La incertidumbre por convención se informa con dos cifras significativas.
El resultado de la medición se informa con la misma cantidad de cifras decimales que la incertidumbre.

Reglas de redondeo

1. Si el primer dígito que se descarta es menor que 5, el último dígito retenido no se modifica Los dígitos descartados en la parte entera del número se reemplazan por cero y se eliminan en la parte de fracción decimal.

Ejemplos. Redondear el número 32,453 a cuatro dígitos significativos da como resultado el número 32,45. Redondear el número 165,245 a cuatro dígitos significativos da como resultado el número 165,2.

2. El último dígito retenido se incrementa en 1 si el dígito adyacente que se descarta es mayor que 5 o si es igual a 5 y hay dígitos distintos de cero a su derecha.

Ejemplos. Si se conservan tres dígitos significativos, el número 18,598 se redondea a 18,6 y el número 152,56 se redondea a 153.

Reglas de redondeo

3. Si el dígito que se descarta es igual a 5 y los dígitos a su derecha son desconocidos o son iguales a cero, entonces el último dígito retenido no se cambia si es par y se aumenta en 1 si es impar. Ejemplos. Si se conservan dos dígitos significativos, el número 10,5 se redondea a 10 y el número 11,50 se redondea a 12.

4. Si la fracción decimal en el valor numérico del resultado de una medición termina en cero, entonces los ceros se eliminan solo hasta el dígito que corresponde al rango del dígito menos significativo del valor numérico de la estimación de incertidumbre.