



# Evaluación de la Incertidumbre en las mediciones

---

# Temario



- Introducción a la GUM
- Conceptos básicos
- El modelo de medición
- Evaluación de la Incertidumbre estándar
- Calculo de la Incertidumbre combinada
- Determinación de la Incertidumbre expandida
- Información de resultados

JCGM 100: 2008  
GUM 1995 con ligeras correcciones



EDICIÓN DIGITAL 1 en español (traducción 1ª Ed. Sept. 2008)  
Primera edición Septiembre 2008 (original en inglés)  
Centro Español de Metrología

© JCGM 2008

JCGM © 2008 - Reservados todos los derechos

# Introducción a la GUM

## Guide Uncertainty Measurements

Presentación de la Guía para la expresión de la  
incertidumbre en las mediciones.

BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP y OIML

# VENTAJAS

- Universal
- Internamente consistente
- Transferible

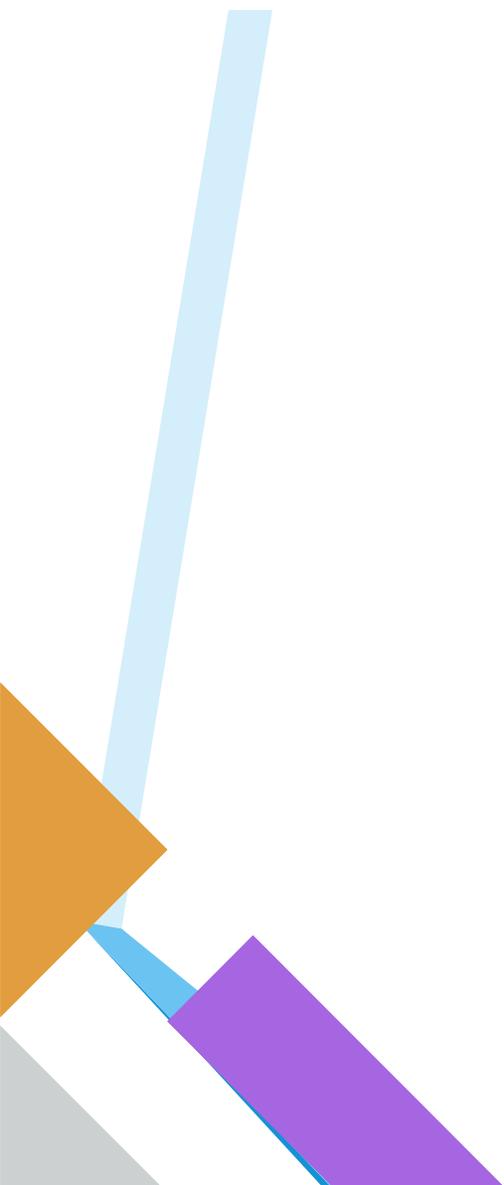


# Conceptualizando la incertidumbre

## **incertidumbre (de medida)**

(GUM) parámetro asociado al resultado de una medición, que caracteriza la dispersión de los valores que podrían ser razonablemente atribuidos al mensurando.

(VIM) parámetro no negativo que caracteriza la dispersión de los valores atribuidos a un mensurando, a partir de la información que se utiliza



# Otras definiciones...

medida del **error** posible en el valor estimado del mensurando, proporcionado como resultado de una medición;

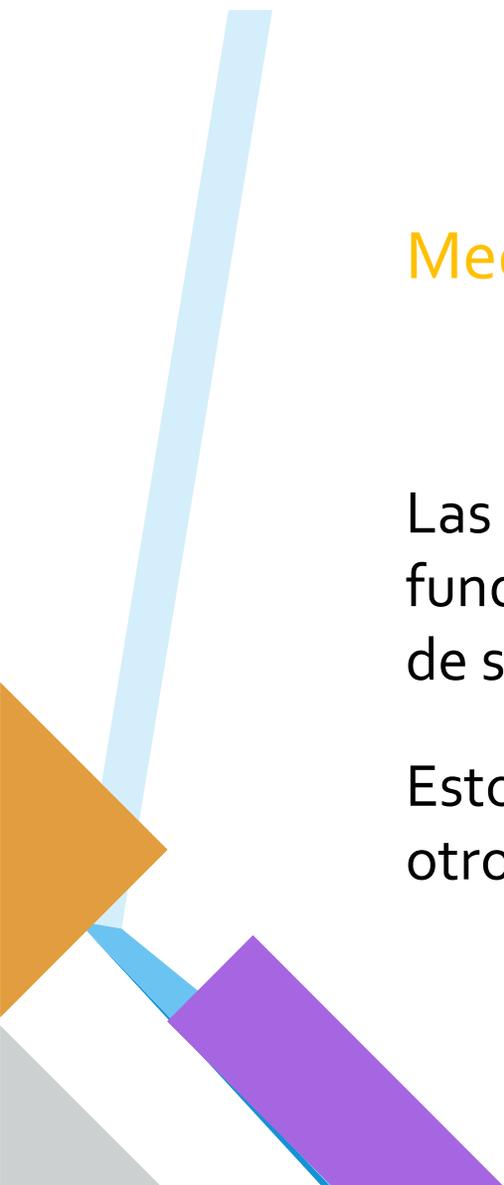
estimación que expresa el campo de valores dentro del cual se halla el **verdadero valor** del mensurando (VIM: 1984, definición 3.09).



## Medición

El objetivo de una **medición** es determinar el **valor** del **mensurando**; esto es, el valor de **la magnitud particular** bajo medición.

Por tanto, una medición comienza con una adecuada definición del mensurando, del **método de medida** y del **procedimiento de medida**.



## Medición

Las mediciones deben ser *reproducibles*. Una característica fundamental para la reproducibilidad es una adecuada estimación de su exactitud.

Esto le confiere *comparabilidad* con resultados obtenidos por otros actores.

medición, medida

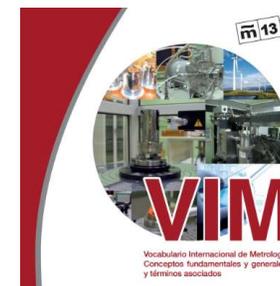
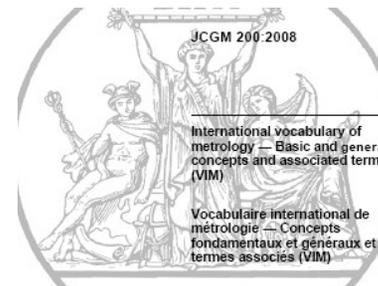
proceso que consiste en obtener experimentalmente uno o varios valores que pueden atribuirse razonablemente a una magnitud

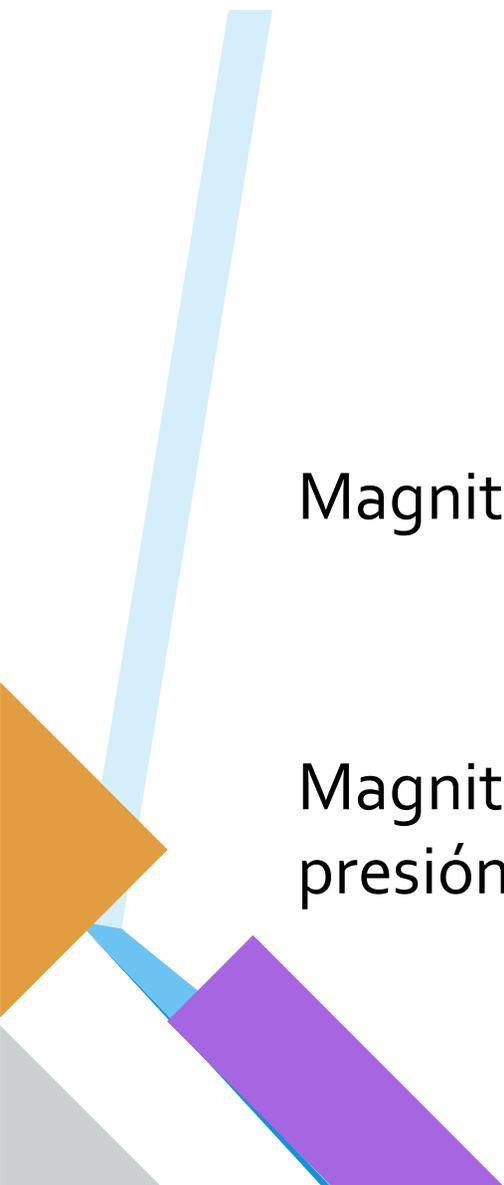
magnitud,

propiedad de un fenómeno, cuerpo o sustancia, que puede expresarse cuantitativamente mediante un número y una referencia

mensurando,

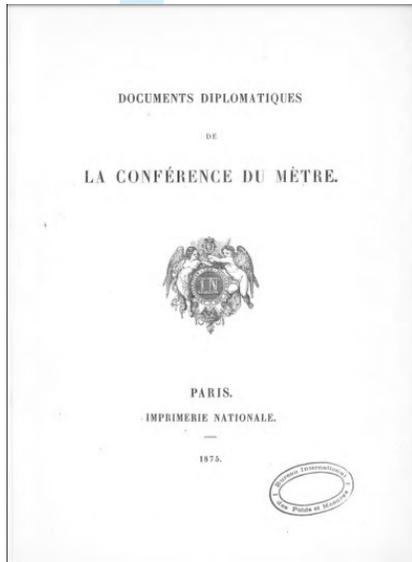
magnitud que se desea medir





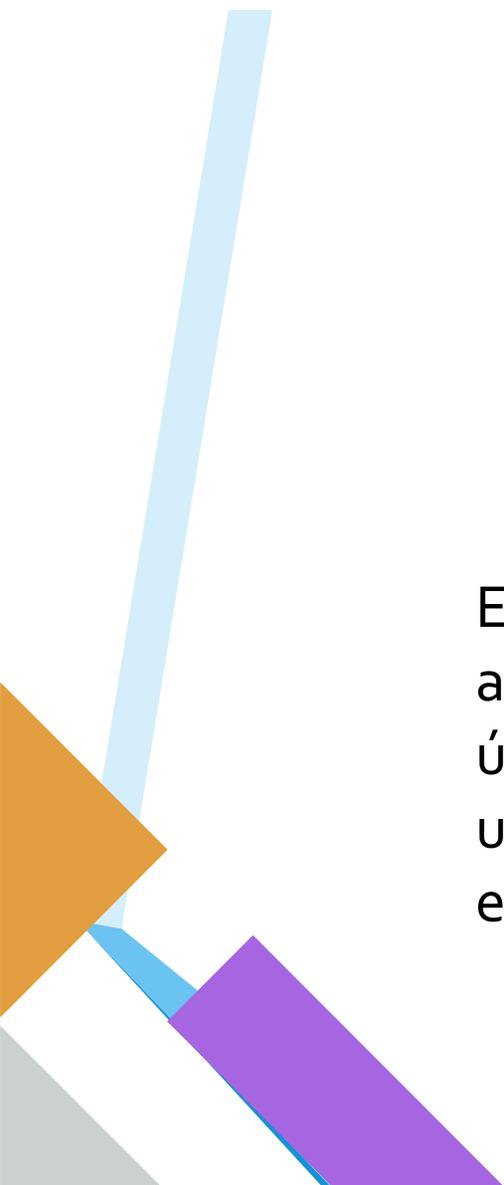
Magnitud de entrada: ej:  $d = \frac{m}{V}$

Magnitud de influencia: ej: el empuje del aire (que varía con la presión y la temperatura) en una medición de masa.



Sistema Internacional de magnitudes	Sistema internacional de unidades
longitud	metro , m
masa	kilogramo, kg
tiempo	segundo, s
corriente eléctrica	ampere, A
temperatura termodinámica	kelvin, K
cantidad de sustancia	mol, mol
intensidad luminosa	candela, (cd)

<https://www.bipm.org/en/publications/si-brochure>



### **estimación**

proceso que tiene por finalidad atribuir, a partir de observaciones en una muestra, valores numéricos a los parámetros de una distribución elegida como modelo estadístico de la población, de la cuál la muestra fue tomada

En general, el resultado de una medición es sólo una aproximación o **estimación** del valor del mensurando, y únicamente se halla completo cuando está acompañado de una declaración acerca de la incertidumbre de dicha estimación.

# Pasos para estimar la incertidumbre

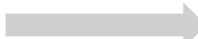
1. Determinar el mensurando  Modelo de medición

$$E = I - VCM \quad \text{ó} \quad C = VCM - I \quad \text{ó}$$

**Calibración**

$$\textit{Resultado medición} = I + C_{\textit{instrumento}}$$

**Medición Directa**

2. Identificar y clasificar las fuentes  Tipo A, Tipo B
3. Cuantificar las componentes
4. Expresar como incertidumbre estándar  $u_{\text{estándar}}$
5. Calcular la incertidumbre combinada  $u_{\text{combinada}}$
6. Obtener el factor de cobertura o factor de expansión   $t_{\text{-student}}$
7. Calcular la incertidumbre expandida  $U$



El modelo de medición

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_3)$$

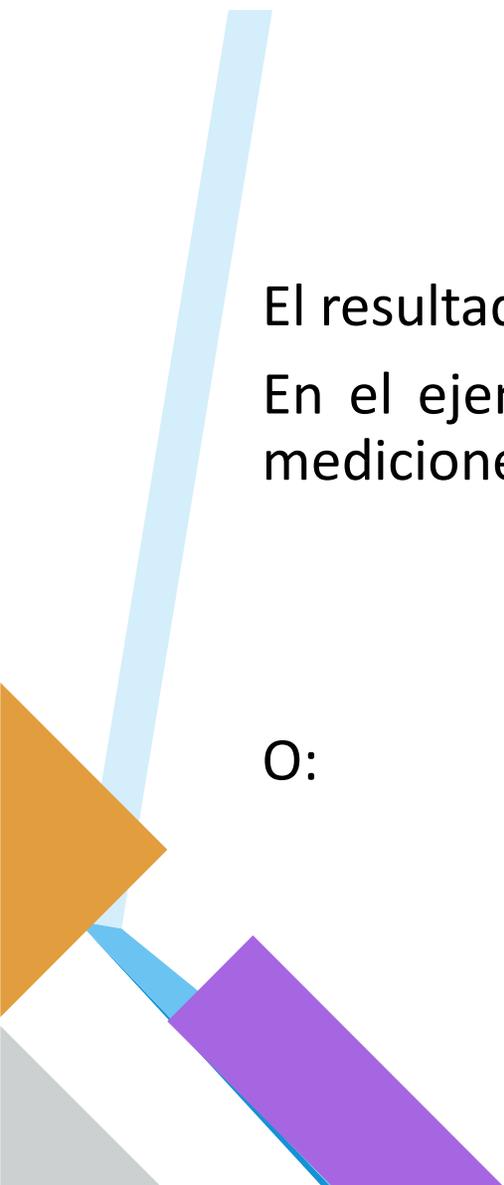
La función  $f$  puede referirse a la obtención de un mensurando a partir de las **magnitudes de entrada**, como, por ejemplo:

$$d = \frac{m}{V}$$

Medición Indirecta

También la función  $f$  puede interpretarse en un sentido amplio, incluyendo las correcciones y efectos sistemáticos que pueden contribuir a la incertidumbre del resultado:

$$d = \frac{m}{V} = \frac{(L_{balanza} + C)}{V(1 + \alpha\Delta T)}$$



El resultado de una medición es un estimador del mensurando

En el ejemplo de la medición de la densidad, podemos hacer varias mediciones de la masa y varias mediciones del volumen.

O:

$$\hat{d} = \frac{\bar{m}}{\bar{V}}$$

$$\hat{d} = \frac{1}{N} \sum_{1}^{N} d_i$$

# Pasos para estimar la incertidumbre

1. Determinar el mensurando  $\longrightarrow$  Modelo de medición
2. Identificar y clasificar las fuentes  $\longrightarrow$  Tipo A, Tipo B
3. Cuantificar las componentes
4. Expresar como incertidumbre estándar  $u_{\text{estándar}}$
5. Calcular la incertidumbre combinada  $u_{\text{combinada}}$
6. Obtener el factor de cobertura o factor de expansión  $\longrightarrow$   $t_{\text{-student}}$
7. Calcular la incertidumbre expandida  $U$

## Evaluación tipo A de la incertidumbre de medida

Evaluación de una componente de la incertidumbre de medida mediante un ***análisis estadístico*** de los valores medidos obtenidos bajo condiciones de medida definidas

NOTA 1 Para varios tipos de condiciones de medida, véase **condición de repetibilidad, condición de precisión intermedia y condición de reproducibilidad.**

En muchos casos la media aritmética es el mejor estimador de la esperanza matemática de una variable aleatoria de la que se hizo una serie de  $n$  observaciones independientes y la dispersión de esta muestra de valores se evalúa utilizando el desvió estándar:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{1}^{n} x_i \quad s(x_i) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{(n - 1)}} \quad s^2(\bar{x}) = \frac{s^2(x_i)}{n}$$

## Evaluación tipo A de la incertidumbre de medida

Para una magnitud de entrada que se obtiene a partir de  $n$  observaciones repetidas e independientes, la incertidumbre estándar de su estimador se obtiene de :

$$u(x_i) = s(\bar{x})$$

Con  $v_i$  grados de libertad, que en el caso más sencillo corresponden a  $n-1$ . Y siempre deben ser informados en este tipo de evaluación.



## Evaluación tipo B de la incertidumbre de medida

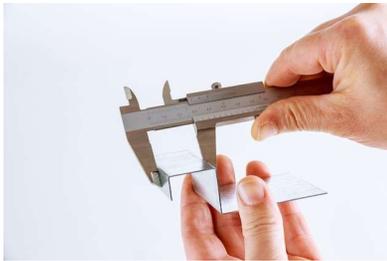
Evaluación de una componente de la incertidumbre de medida de manera distinta a una evaluación tipo A de la incertidumbre de medida.

EJEMPLOS Evaluación basada en informaciones

- asociadas a valores publicados y reconocidos;
- asociadas al valor de un material de referencia certificado;
- obtenidas a partir de un certificado de calibración;
- relativas a la deriva;
- obtenidas a partir de la clase de exactitud de un instrumento de medida verificado;
- obtenidas a partir de los límites procedentes de la experiencia personal.

## Ejemplo de evaluación de un componente de incertidumbre tipo A

Se desea medir el largo de una pieza metálica en un proceso de fabricación.  
Se realizan 10 mediciones a lo largo del ancho.



L <sub>1</sub>
L <sub>2</sub>
L <sub>3</sub>
...
...
...
...
L <sub>10</sub>

$$\bar{L} = \frac{\sum L_i}{10}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum (L_i - \bar{L})^2}{n - 1}}$$

## Ejemplo de evaluación de un componente de incertidumbre tipo A

Se desea medir el largo de una pieza metálica en un proceso de fabricación.  
Se realizan 10 mediciones a lo largo del ancho.

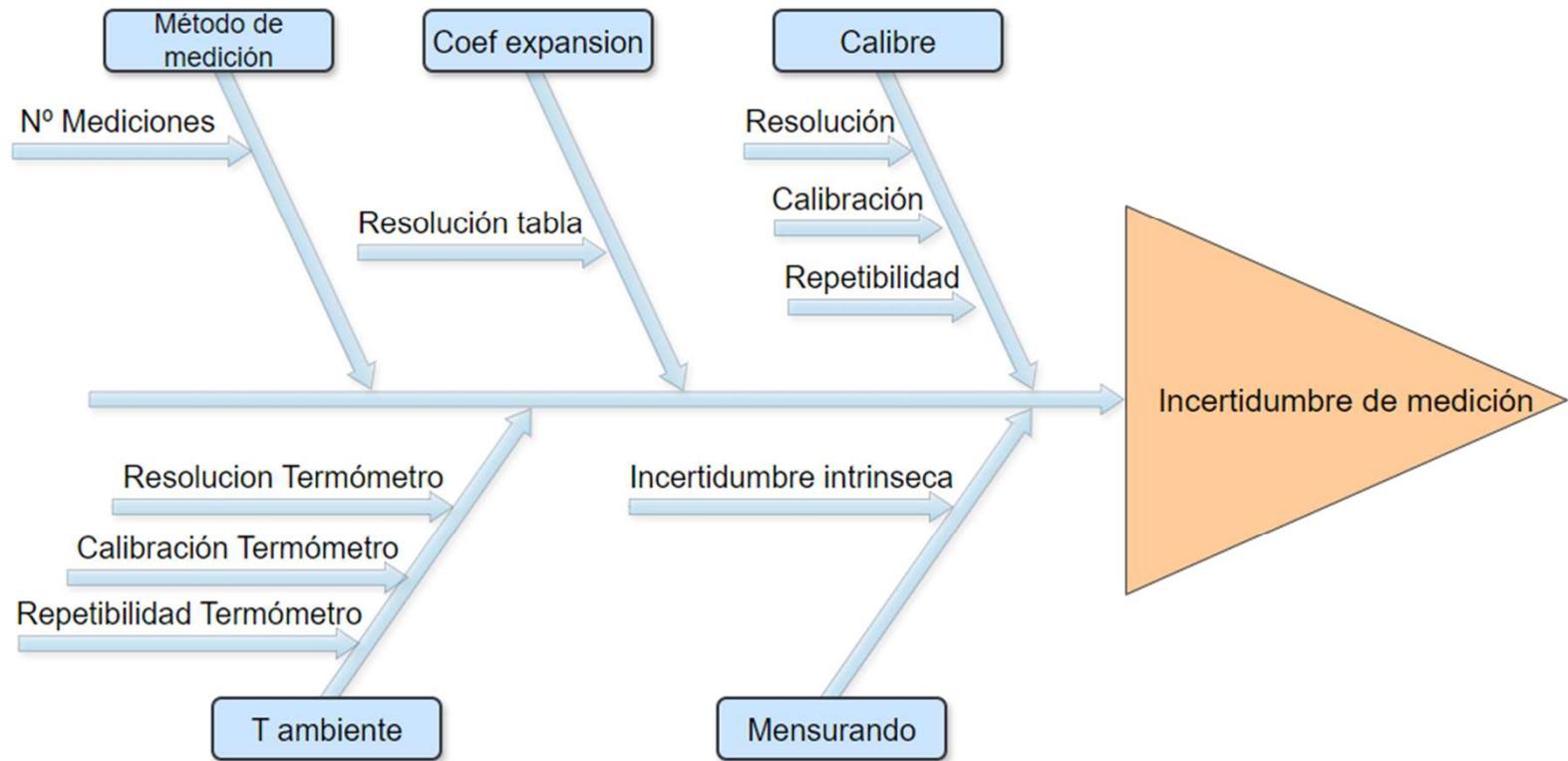


L <sub>1</sub>
L <sub>2</sub>
L <sub>3</sub>
...
...
...
...
L <sub>10</sub>

$$\bar{L} = \frac{\sum L_i}{10} \quad s = \sqrt{\frac{\sum (L_i - \bar{L})^2}{n - 1}}$$
$$L_{20^\circ\text{C}} = \bar{L}[1 + \alpha(t_{\text{amb}} - 20^\circ\text{C})]$$

Fuentes de incertidumbre:

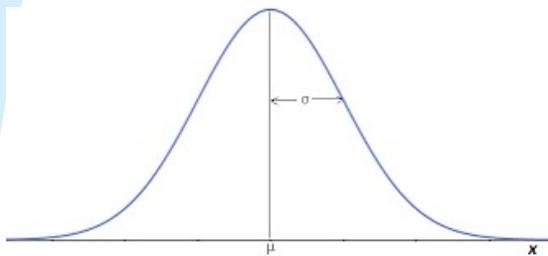
- Dispersión de las medidas
- Resolución del calibre
- $t_{\text{amb}}$
- $\alpha$ : coeficiente lineal de expansión térmica



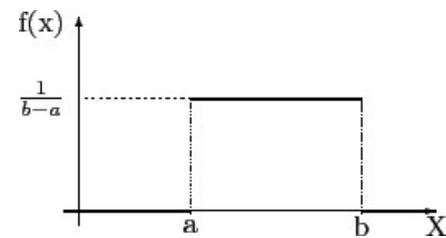
## Evaluación tipo B de la incertidumbre de medida

Las incertidumbres tipo B tienen tres tipos de distribución:

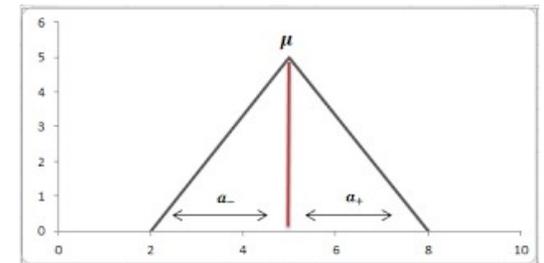
Normal



Rectangular

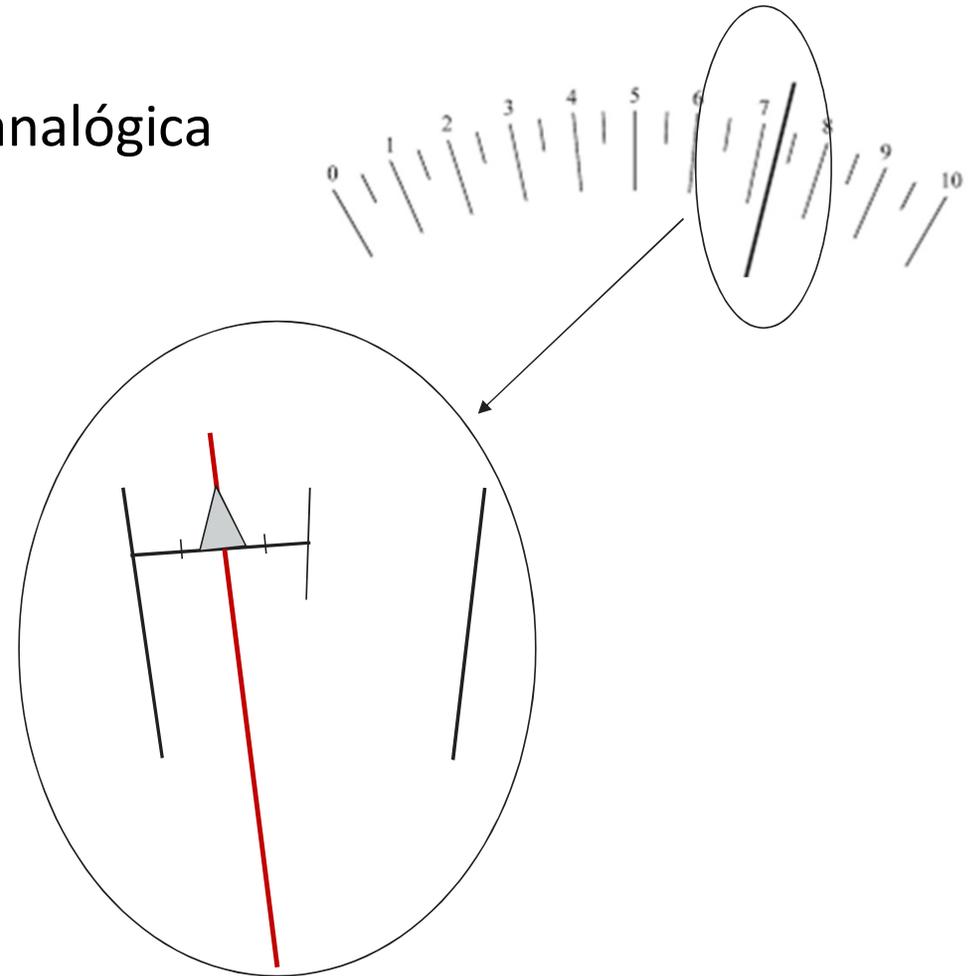


Triangular



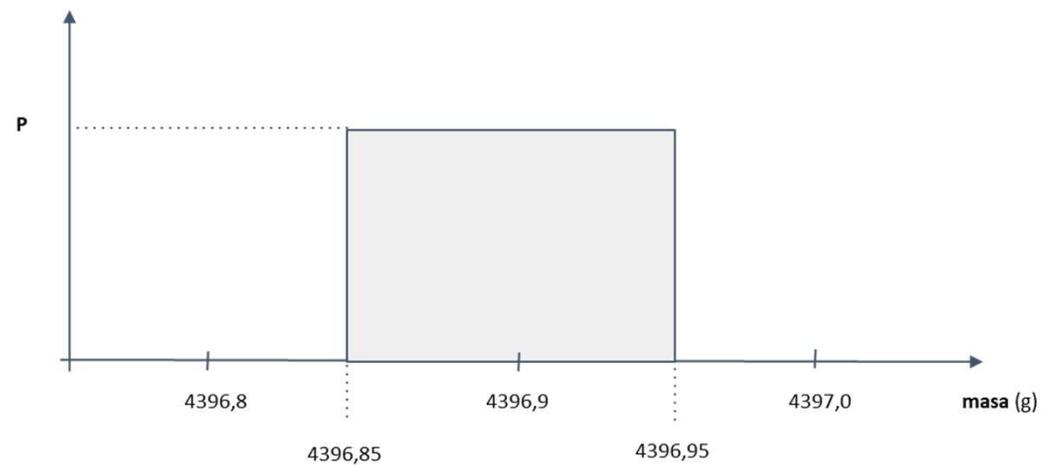
## Ejemplo distribución triangular:

Componente de lectura en una escala analógica



## Ejemplo distribución rectangular:

Componente de lectura en una escala digital



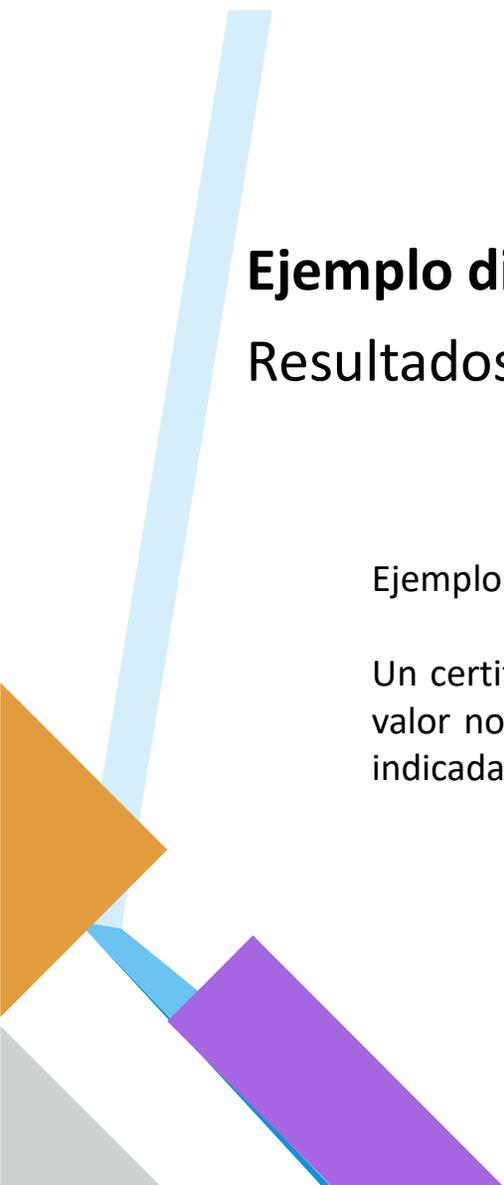


## Ejemplo distribución normal:

### Resultados provenientes de un certificado de calibración

Ejemplo:

Un certificado de calibración indica que la masa de un patrón de acero inoxidable, de valor nominal igual a un kilogramo, es  $m_S = 1\,000,000,325\text{ g}$ , y que “la incertidumbre de este valor es de  $240\ \mu\text{g}$ , para un nivel de tres desviaciones estándar”. La incertidumbre estándar del patrón de masa es simplemente  $u(m_S) = (240\ \mu\text{g})/3 = 80\ \mu\text{g}$ . Esto corresponde a una incertidumbre estándar relativa  $u(m_S)/m_S$  de  $80 \times 10^{-9}$ .



## Ejemplo distribución normal:

Resultados provenientes de un certificado de calibración

Ejemplo:

Un certificado de calibración indica que el valor  $R_S$  de una resistencia patrón de valor nominal  $10\ \Omega$  es  $10,000\ 742\ \Omega \pm 129\ \mu\Omega$  a  $23\ ^\circ\text{C}$ , y que “la incertidumbre indicada de  $129\ \mu\Omega$  define un intervalo con nivel de confianza del 99 por ciento”.

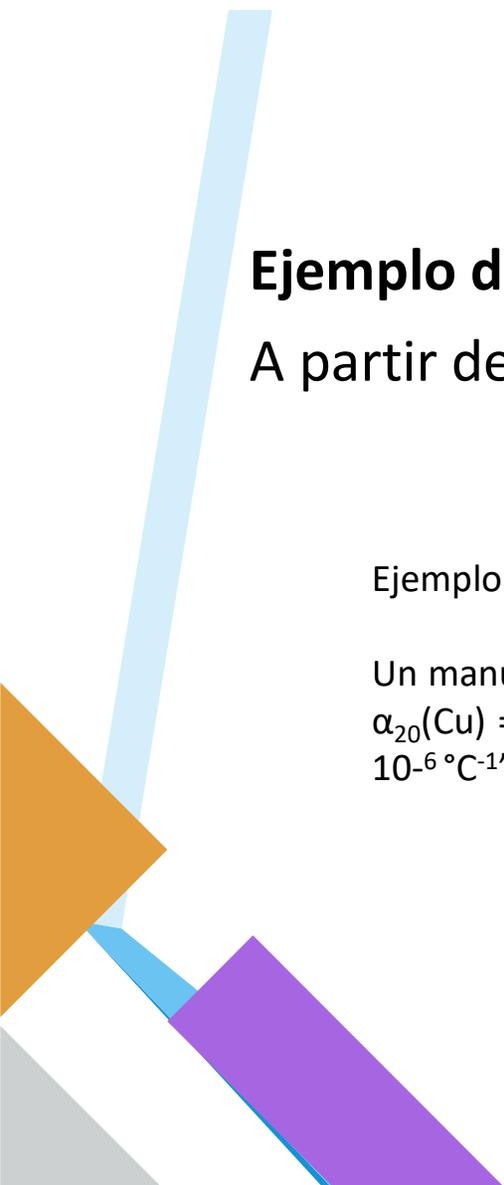


## **Ejemplo distribución normal:**

A partir de un intervalo de confianza

Ejemplo:

A partir de las determinaciones de las dimensiones de una pieza estima que su longitud se sitúa, con una probabilidad del 50 % en el intervalo de 10,07 mm a 10,15 mm.

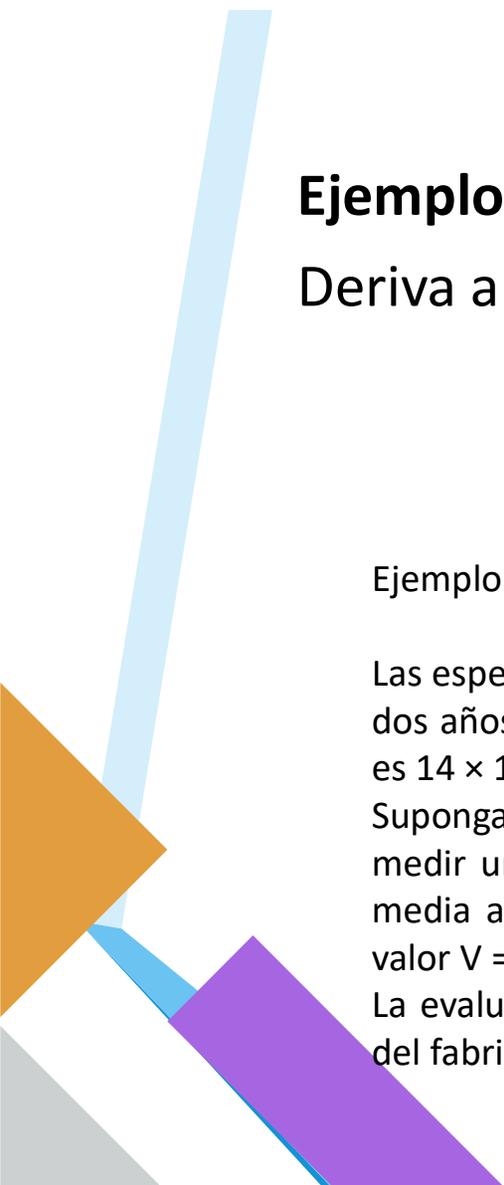


## Ejemplo distribución rectangular:

A partir de datos de un manual

Ejemplo:

Un manual da como valor del coeficiente de dilatación lineal del cobre puro a 20 °C,  $\alpha_{20}(\text{Cu}) = 16,52 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ , y dice que “el error de este valor no es mayor de  $0,40 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ”.



## Ejemplo distribución rectangular: Deriva a largo plazo (inestabilidad).

Ejemplo:

Las especificaciones del fabricante de un voltímetro digital indican que “entre uno y dos años después de la calibración el instrumento, su exactitud en el rango de 1 V es  $14 \times 10^{-6}$  veces la lectura más  $2 \times 10^{-6}$  veces el rango”.

Supongamos que el instrumento se utiliza 20 meses después de la calibración para medir una diferencia de potencial  $V$  en el rango de 1 V, y que se obtiene como media aritmética de un número de observaciones repetidas e independientes el valor  $V = 0,928\ 571\ \text{V}$ , con una incertidumbre típica tipo A,  $u(V) = 12\ \mu\text{V}$ .

La evaluación Tipo B de la incertidumbre típica se deduce de las especificaciones del fabricante.