Evaluación de la Incertidumbre en las mediciones

Temario

- Introducción a la GUM
- Conceptos básicos
- El modelo de medición
- Evaluación de la Incertidumbre estándar
- Calculo de la Incertidumbre combinada
- Determinación de la Incertidumbre expandida
- Información de resultados

JCGM 100: 2008
GUM 1995 con ligeras correcciones

Evaluación de datos de medición

Guía para la expresión de la incertidumbre de medida

EDICIÓN DIGITAL 1 en español (traducción 1ª Ed. Sept. 2008)
Primera edición Septiembre 2008 (original en inglés)
Centro Español de Metrología

Introducción a la GUM

Guide Uncertainty Measurements

Presentación de la Guía para la expresión de la incertidumbre en las mediciones.

BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP y OIML

VENTAJAS

- Universal
- Internamente consistente
- Transferible

Conceptualizando la incertidumbre

incertidumbre (de medida)

(GUM) parámetro asociado al resultado de una medición, que caracteriza la dispersión de los valores que podrían ser razonablemente atribuidos al mensurando.

(VIM) parámetro no negativo que caracteriza la dispersión de los valores atribuidos a un mensurando, a partir de la información que se utiliza

Otras definiciones…

medida del error posible en el valor estimado del mensurando, proporcionado como resultado de una medición;

estimación que expresa el campo de valores dentro del cual se halla el verdadero valor del mensurando (VIM: 1984, definición 3.09).

Medición

El objetivo de una **medición** es determinar el **valor** del **mensurando**; esto es, el valor de **la magnitud particular** bajo medición.

Por tanto, una medición comienza con una adecuada definición del mensurando, del **método de medida** y del **procedimiento de medida**.

Medición

Las mediciones deben ser *reproducibles*. Una característica fundamental par la reproducibilidad es una adecuada estimación de su exactitud.

Esto le confiere *comparabilidad* con resultados obtenido por otros actores.

medición, medida

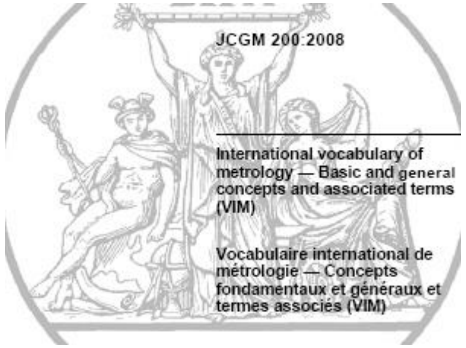
proceso que consiste en obtener experimentalmente uno o varios valores que pueden atribuirse razonablemente a una magnitud

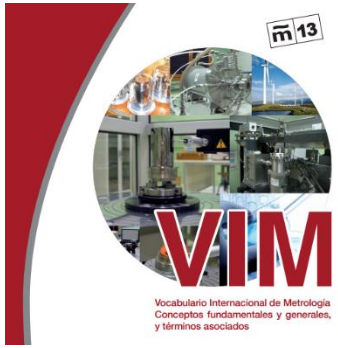
magnitud,

propiedad de un fenómeno, cuerpo o sustancia, que puede expresarse cuantitativamente mediante un número y una referencia

mensurando,

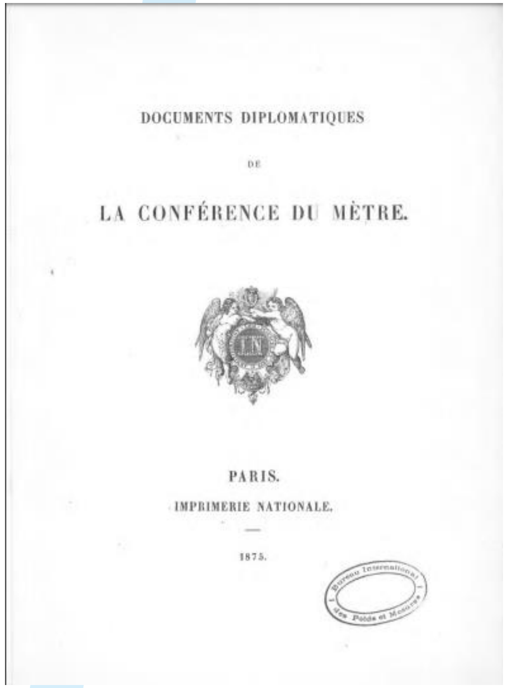
magnitud que se desea medir





Magnitud de entrada: ej: $d = \frac{m}{V}$

Magnitud de influencia: ej: el empuje del aire (que varía con la presión y la temperatura) en una medición de masa.


DOCUMENTS DIPLOMATIQUES

DE

LA CONFÉRENCE DU MÈTRE.

PARIS.

IMPRIMERIE NATIONALE.

1875.

Sistema Internacional de magnitudes	Sistema internacional de unidades
longitud	metro , m
masa	kilogramo, kg
tiempo	segundo, s
corriente eléctrica	ampere, A
temperatura termodinámica	kelvin, K
cantidad de sustancia	mol, mol
intensidad luminosa	candela, (cd)

https://www.bipm.org/en/publications/si-brochure

estimación
proceso que tiene por finalidad atribuir, a partir de observaciones en una muestra, valores numéricos a los parámetros de una distribución elegida como modelo estadístico de la población, de la cuál la muestra fue tomada

En general, el resultado de una medición es sólo una aproximación o **estimación** del valor del mensurando, y únicamente se halla completo cuando está acompañado de una declaración acerca de la incertidumbre de dicha estimación.

Pasos para estimar la incertidumbre

1. Determinar el mensurando → Modelo de medición

$$E = I - VCM \quad \text{ó} \quad C = VCM - I \text{ ó}$$ **Calibración**

$$Resultado\ medición = I + C_{instrumento}$$ **Medición Directa**

2. Identificar y clasificar las fuentes → Tipo A, Tipo B
3. Cuantificar las componentes
4. Expresar como incertidumbre estándar $u_{\_estándar}$
5. Calcular la incertidumbre combinada $u_{\_combinada}$
6. Obtener el factor de cobertura o factor de expansión → $t_{\text{-student}}$
7. Calcular la incertidumbre expandida U

El modelo de medición

$$Y = f(X_1, X_2, \ldots, X_3)$$

La función f puede referirse a la obtención de un mensurando a partir de las **magnitudes de entrada**, como, por ejemplo:

$$d = \frac{m}{V}$$

Medición Indirecta

También la función f puede interpretarse en un sentido amplio, incluyendo las correcciones y efectos sistemáticos que pueden contribuir a la incertidumbre del resultado:

$$d = \frac{m}{V} = \frac{(L_{balanza} + C)}{V(1 + \alpha\Delta T)}$$

El resultado de una medición es un estimador del mensurando

En el ejemplo de la medición de la densidad, podemos hacer varias mediciones de la masa y varias mediciones del volumen.

$$\hat{d} = \frac{\bar{m}}{\bar{V}}$$

O:

$$\hat{d} = \frac{1}{N}\sum_{1}^{N} d_i$$

Pasos para estimar la incertidumbre

1. Determinar el mensurando → Modelo de medición
2. Identificar y clasificar las fuentes → Tipo A, Tipo B
3. Cuantificar las componentes
4. Expresar como incertidumbre estándar $u_{\_estándar}$
5. Calcular la incertidumbre combinada $u_{\_combinada}$
6. Obtener el factor de cobertura o factor de expansión → $t_{-student}$
7. Calcular la incertidumbre expandida U

Evaluación tipo A de la incertidumbre de medida

Evaluación de una componente de la incertidumbre de medida mediante un ***análisis estadístico*** de los valores medidos obtenidos bajo condiciones de medida definidas

NOTA 1 Para varios tipos de condiciones de medida, véase **condición de repetibilidad, condición de precisión intermedia** y **condición de reproducibilidad.**

En muchos casos la media aritmética es el mejor estimador de la esperanza matemática de una variable aleatoria de la que se hizo una serie de n observaciones independientes y la dispersión de esta muestra de valores se evalúa utilizando el desvió estándar:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{1}^{n} x_i \qquad s(x_i) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}} \qquad s^2(\bar{x}) = \frac{s^2(x_i)}{n}$$

Evaluación tipo A de la incertidumbre de medida

Para una magnitud de entrada que se obtiene a partir de n observaciones repetidas e independientes, la incertidumbre estándar de su estimador se obtiene de :

$$u(x_i) = s(\bar{x})$$

Con ν_i grados de libertad, que en el caso más sencillo corresponden a n-1. Y siempre deben ser informados en este tipo de evaluación.

Evaluación tipo B de la incertidumbre de medida

Evaluación de una componente de la incertidumbre de medida de manera distinta a una evaluación tipo A de la incertidumbre de medida.

EJEMPLOS Evaluación basada en informaciones

– asociadas a valores publicados y reconocidos;

– asociadas al valor de un material de referencia certificado;

– obtenidas a partir de un certificado de calibración;

– relativas a la deriva;

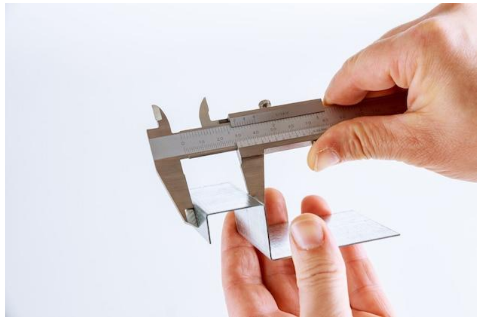
– obtenidas a partir de la clase de exactitud de un instrumento de medida verificado;

– obtenidas a partir de los límites procedentes de la experiencia personal.

Ejemplo de evaluación de un componente de incertidumbre tipo A

Se desea medir el largo de una pieza metálica en un proceso de fabricación.

Se realizan 10 mediciones a lo largo del ancho.

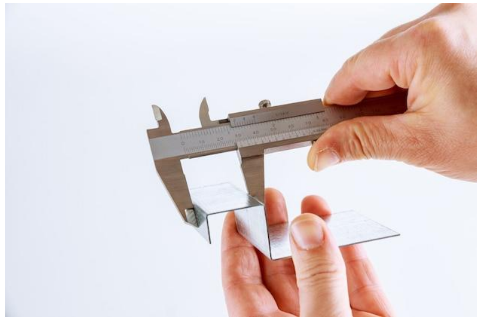


L1
L2
L3
...
...
...
...
L10

$$\bar{L} = \frac{\sum L_i}{10} \qquad s(L) = \sqrt{\frac{\sum (L_i - \bar{L})^2}{n-1}}$$

Ejemplo de evaluación de un componente de incertidumbre tipo A

Se desea medir el largo de una pieza metálica en un proceso de fabricación. Se realizan 10 mediciones a lo largo del ancho.



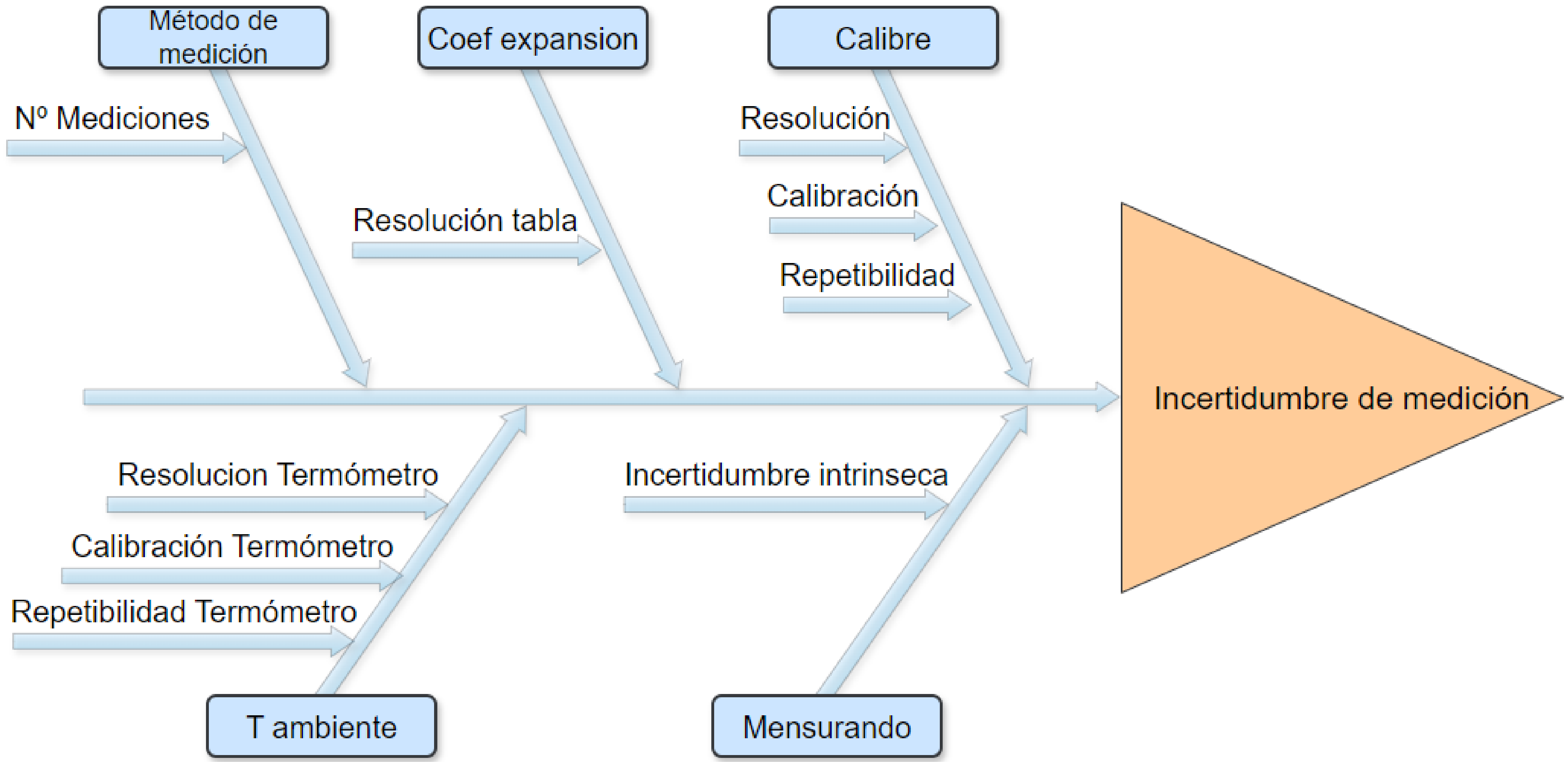
L1
L2
L3
...
...
...
...
L10

$$\bar{L} = \frac{\sum L_i}{10} \qquad s = \sqrt{\frac{\sum (L_i - \bar{L})^2}{n-1}}$$

$$L_{20ºC} = \bar{L}[1 + \alpha(t_{amb} - 20\ ºC)]$$

Fuentes de incertidumbre:

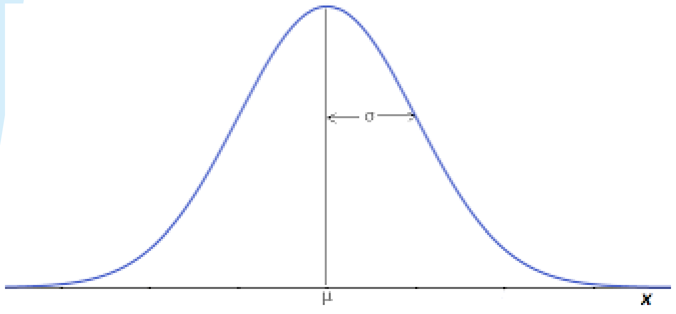
- Dispersión de las medidas
- Resolución del calibre
- t_{amb}
- α: coeficiente lineal de expansión térmica


Método de medición
Coef expansion
Calibre
Nº Mediciones
Resolución tabla
Resolución
Calibración
Repetibilidad
Incertidumbre de medición
Resolucion Termómetro
Calibración Termómetro
Repetibilidad Termómetro
Incertidumbre intrinseca
T ambiente
Mensurando

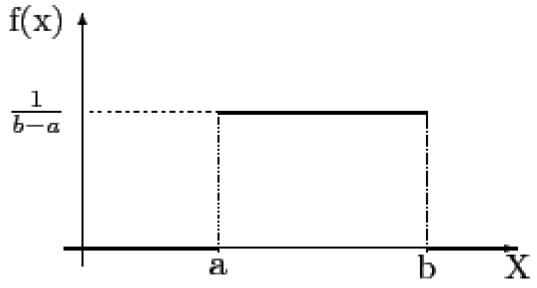
Evaluación tipo B de la incertidumbre de medida

Las incertidumbres tipo B tienen tres tipos de distribución:

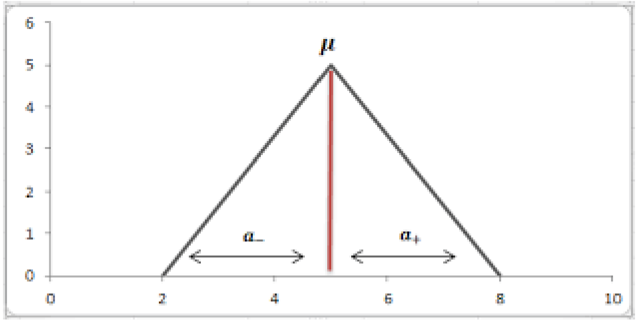
Normal



Rectangular

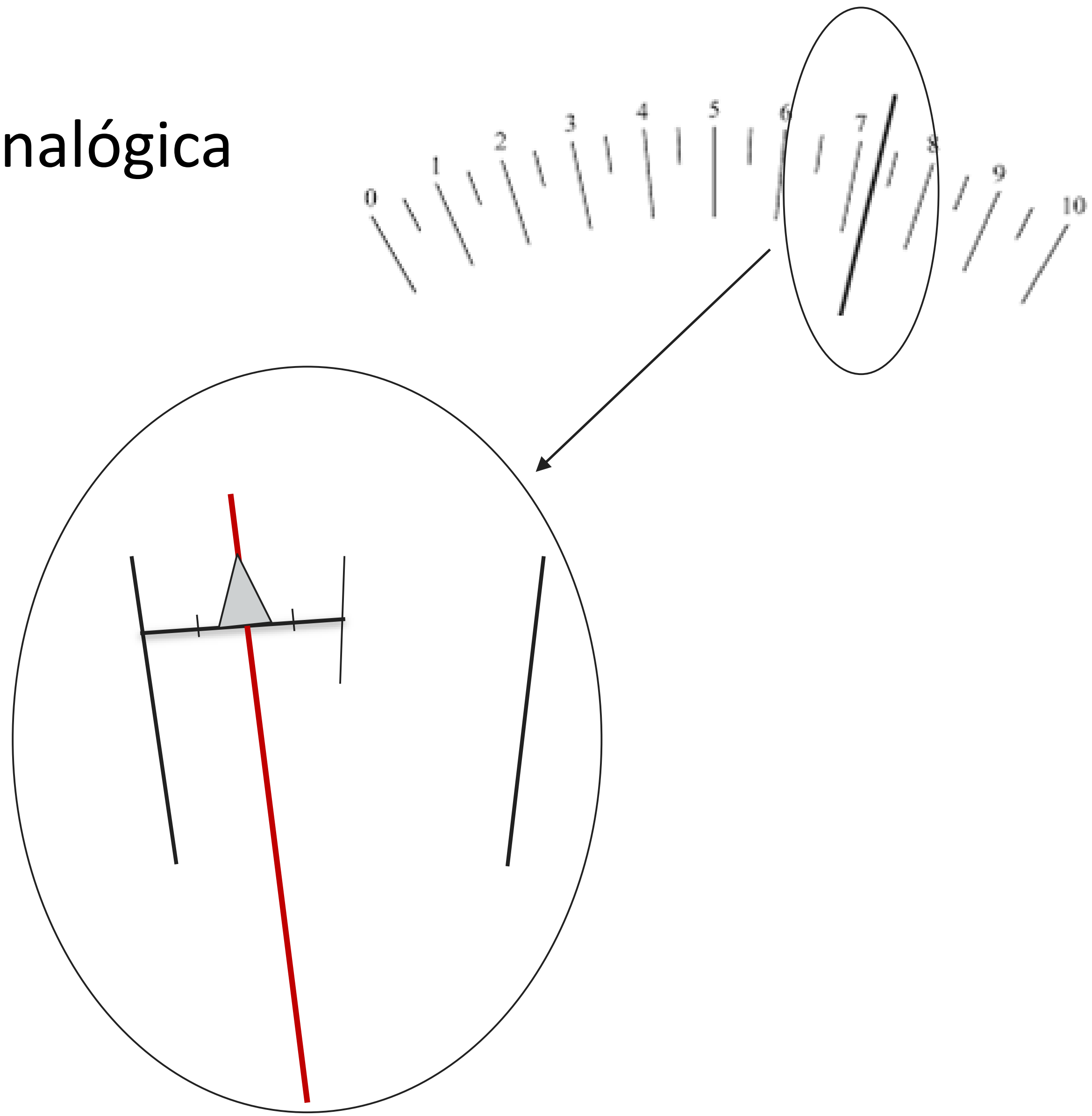


Triangular



Ejemplo distribución triangular:

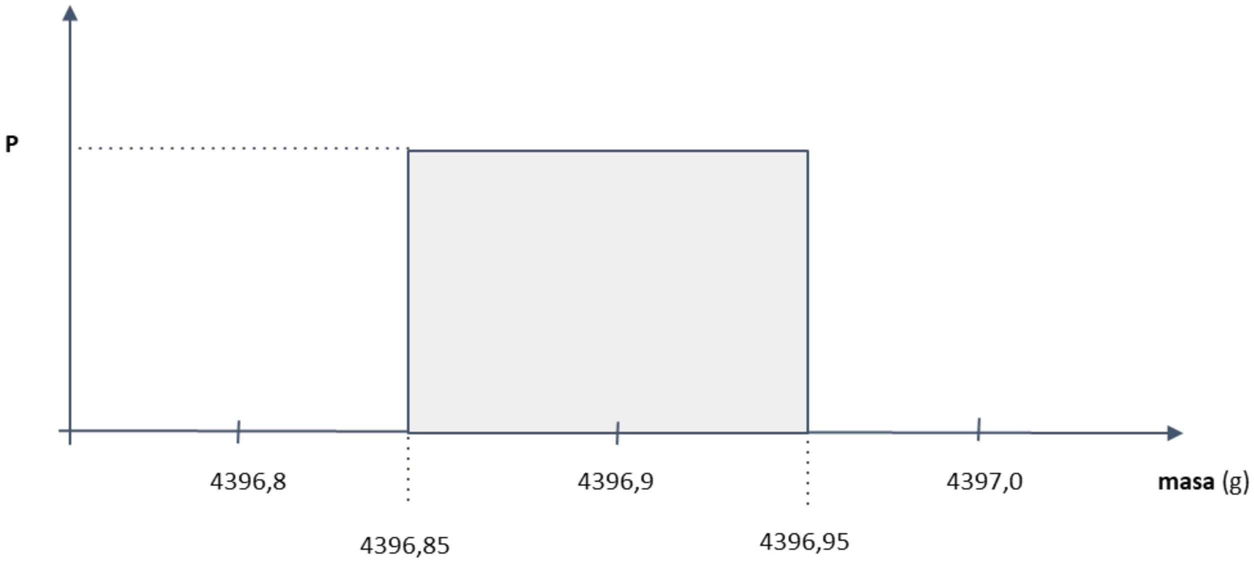
Componente de lectura en una escala analógica



$$u_{sT} = \frac{resolucion}{2\sqrt{6}}$$

Ejemplo distribución rectangular:

Componente de lectura en una escala digital



$$u_{sR} = \frac{division}{2\sqrt{3}}$$

Ejemplo distribución normal:

Resultados provenientes de un certificado de calibración

Ejemplo:

Un certificado de calibración indica que la masa de un patrón de acero inoxidable, de valor nominal igual a un kilogramo, es m_S = 1 000, 000 325 g, y que “la incertidumbre de este valor es de 240 µg, para un nivel de tres desviaciones estándar”. La incertidumbre estándar del patrón de masa es simplemente $u(m_S)$ = (240 µg)/3 = 80 µg. Esto corresponde a una incertidumbre estándar relativa $u(m_S)/m_S$ de 80×10^{-9} .

Ejemplo distribución normal:

Resultados provenientes de un certificado de calibración

Ejemplo:

Un certificado de calibración indica que el valor RS de una resistencia patrón de valor nominal 10 Ω es 10,000 742 Ω ± 129 μΩ a 23 °C, y que “la incertidumbre indicada de 129 μΩ define un intervalo con nivel de confianza del 99 por ciento”.

Ejemplo distribución normal:

A partir de un intervalo de confianza

Ejemplo:

A partir de las determinaciones de las dimensiones de una pieza estima que su longitud se sitúa, con una probabilidad del 50 % en el intervalo de 10,07 mm a 10,15 mm.

Ejemplo distribución rectangular:

A partir de datos de un manual

Ejemplo:

Un manual da como valor del coeficiente de dilatación lineal del cobre puro a 20 °C, $\alpha_{20}(Cu) = 16{,}52 \times 10^{-6}$ °C^{-1}, y dice que “el error de este valor no es mayor de 0,40 × 10^{-6} °C^{-1}”.

Ejemplo distribución rectangular:

Deriva a largo plazo (inestabilidad).

Ejemplo:

Las especificaciones del fabricante de un voltímetro digital indican que “entre uno y dos años después de la calibración el instrumento, su exactitud en el rango de 1 V es 14 × 10^{-6} veces la lectura más 2 × 10^{-6} veces el rango”.
Supongamos que el instrumento se utiliza 20 meses después de la calibración para medir una diferencia de potencial V en el rango de 1 V, y que se obtiene como media aritmética de un número de observaciones repetidas e independientes el valor V = 0,928 571 V, con una incertidumbre típica tipo A, u (V) = 12 µV.
La evaluación Tipo B de la incertidumbre típica se deduce de las especificaciones del fabricante.

Continuando con el ejemplo:

$$L_{20ºC} = \bar{L}[1 + \alpha(t_{amb} - 20\ ºC)]$$

Fuente incertidumbre	**Clasificación**	**Símbolo**	**Distribución**
Repetibilidad de las mediciones	Tipo A		
Resolución del calibre	Tipo B		
Corrección en la lectura del calibre	Tipo B		
Coeficiente de expansión térmica	Tipo B		
Repetibilidad del termómetro	Tipo B		
Resolución del termómetro	Tipo B		
Corrección del termómetro	Tipo B		

Continuando con el ejemplo:

$$L_{20ºC} = \bar{L}[1 + \alpha(t_{amb} - 20\ ºC)]$$

Fuente incertidumbre	**Clasificación**	**Símbolo**	**Distribución**
Repetibilidad de las mediciones	Tipo A	u_{rep}	
Resolución del calibre	Tipo B	u_{res_cal}	
Corrección en la lectura del calibre	Tipo B	u_{cal_cal}	
Coeficiente de expansión térmica	Tipo B	u_{coef}	
Repetibilidad del termómetro	Tipo B	u_{rep_term}	
Resolución del termómetro	Tipo B	u_{res_term}	
Corrección del termómetro	Tipo B	u_{cal_term}	

Continuando con el ejemplo:

$$L_{20ºC} = \bar{L}[1 + \alpha(t_{amb} - 20\ ºC)]$$

Fuente incertidumbre	**Clasificación**	**Símbolo**	**Distribución**
Repetibilidad de las mediciones	Tipo A	u_{rep}	T-student
Resolución del calibre	Tipo B	u_{res_cal}	Triangular
Corrección en la lectura del calibre	Tipo B	u_{cal_cal}	Normal
Coeficiente de expansión térmica	Tipo B	u_{coef}	Rectangular
Repetibilidad del termómetro	Tipo B	u_{rep_term}	Normal
Resolución del termómetro	Tipo B	u_{res_term}	Rectangular/Triangular
Corrección del termómetro	Tipo B	u_{cal_term}	Normal

Pasos para estimar la incertidumbre

1. Determinar el mensurando → Modelo de medición
2. Identificar y clasificar las fuentes → Tipo A, Tipo B
3. Cuantificar las componentes
4. Expresar como incertidumbre estándar $u_{\_estándar}$
5. Calcular la incertidumbre combinada $u_{\_combinada}$
6. Obtener el factor de cobertura o factor de expansión → $t_{-student}$
7. Calcular la incertidumbre expandida U

Continuando con el ejemplo:

Fuente incertidumbre	**Símbolo**	**Distribución**	**U_estándar**
Repetibilidad de las mediciones	u_{rep}	T-student	$s(\bar{x}) = \frac{s(x_i)}{\sqrt{n}}$
Resolución del calibre	u_{res_cal}	Triangular	$\frac{Res\_cal}{2\sqrt{6}}$
Corrección en la lectura del calibre	u_{cal_cal}	Normal	$\frac{U_{cal\_cal}}{2}$
Coeficiente de expansión térmica	u_{coef}	Rectangular	$\frac{Resolucion\ tabla}{\sqrt{3}}$
Repetibilidad del termómetro	u_{rep_term}	Normal	s_{rep_term}
Resolución del termómetro	u_{res_term}	Rectangular/Triangular	$\frac{Res\_term}{2\sqrt{6}}$
Corrección del termómetro	u_{cal_term}	Normal	$\frac{U_{cal\_term}}{2}$

Pasos para estimar la incertidumbre

1. Determinar el mensurando → Modelo de medición
2. Identificar y clasificar las fuentes → Tipo A, Tipo B
3. Cuantificar las componentes
4. Expresar como incertidumbre estándar $u_{\_estándar}$
5. Calcular la incertidumbre combinada $u_{\_combinada}$
6. Obtener el factor de cobertura o factor de expansión → $t_{\text{-student}}$
7. Calcular la incertidumbre expandida U

Incertidumbre típica combinada

incertidumbre típica del resultado de una medición, cuando el resultado se obtiene a partir de los valores de otras magnitudes, igual a la raíz cuadrada positiva de una suma de términos, siendo éstos las varianzas o covarianzas de esas otras magnitudes, ponderadas en función de la variación del resultado de medida con la variación de dichas magnitudes.

Cálculo de la incertidumbre combinada

Si tenemos un modelo de medición dónde obtenemos una variable y a partir de otras variables:

$$y = f(x_1, x_2, \ldots., x_n)$$

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} {c_i}^2 u(xi)^2}$$

Magnitudes de entrada no correlacionadas

$$c_i = \frac{\partial y}{\partial x_i}$$

En una calibración frecuentemente los c_i valen 1, salvo en calibraciones indirectas

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} u(xi)^2}$$

LEY DE PROPAGACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE

Cálculo de la incertidumbre combinada

Si tenemos un modelo de medición dónde obtenemos una magnitud y a partir de otras magnitudes:

$$y = f(x_1, x_2, \ldots., x_n)$$

$$u_c(y) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i}^2 u(xi)^2 + \boxed{2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j)}$$

Magnitudes de entrada Correlacionadas

LEY DE PROPAGACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE PARA MAGNITUDES DE ENTRADA CORRELACIONADAS

Cálculo de la incertidumbre combinada

$$u_c{}^2(y) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i}^2 u(xi)^2 \; + 2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N} \frac{\partial f}{\partial x_i}\frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j)$$

Magnitudes de entrada Correlacionadas

$$r(x_i, x_j) = \frac{u(x_i, x_j)}{u(x_i)u(x_j)}$$

El coeficiente de correlación expresa el grado de correlación entre x_i y x_j

$$u_c(y) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i}^2 u(xi)^2 \; + 2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N} \frac{\partial f}{\partial x_i}\frac{\partial f}{\partial x_j} r(x_i, x_j)u(x_i)u(x_j)$$

$$\boxed{u_c(y) = \sum_{i=1}^{n} c_i{}^2 u(xi)^2 \; + 2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N} c_i c_j r(x_i, x_j)u(x_i)u(x_j)}$$

Cálculo de la incertidumbre combinada

$$u_c{}^2(y) = \left(\sum_{i=1}^{n} c_i u(x_i) \right)^2$$

Caso MUY particular: todas las magnitudes de entrada 100% correlacionadas (r=1)

Las componentes de incertidumbre se suman linealmente

Cálculo de la incertidumbre combinada

Variables de entrada no correlacionadas

$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

$$u_c{}^2(y) = \sum_{i=1}^{n} [c_i u(xi)]^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(u_i(y)\right)^2$$

$$c_i = \frac{\partial y}{\partial x_i} \qquad u_i(y) = |c_i| u(xi)$$

Cálculo de la incertidumbre combinada

$$Y = CX_1^{p_1}X_2^{p_2} \dots X_n^{p_n}$$

Variables de entrada no correlacionadas

$$\left[\frac{u_c(y)}{y}\right]^2 = \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{p_i u(x_i)}{x_i}\right]^2$$

Observar que en este caso es sencillo propagar varianzas relativas para obtener una varianza combinada relativa

Cálculo de la incertidumbre combinada

Si tenemos un modelo de medición dónde obtenemos una variable y a partir de otras variables:

$$y = f(x_1, x_2, \ldots., x_n)$$

$$c_i = \frac{\partial y}{\partial x_i}$$

$$L_{20ºC} = \bar{L}[1 + \alpha(t_{amb} - 20\ ºC)]$$

$$\frac{\partial L_{20ºC}}{\partial \bar{L}} = \left(1 + \alpha(t_{amb} - 20\ ºC)\right)$$

$$\frac{\partial L_{20ºC}}{\partial \alpha} = \bar{L}(t_{amb} - 20\ ºC)$$

$$\frac{\partial L_{20ºC}}{\partial t_{amb}} = \alpha\bar{L}$$

Continuando con el ejemplo:

Fuente incertidumbre	**Símbolo**	**Distribución**		c_i **Coeficientes de sensibilidad**
Repetibilidad de las mediciones	u_{rep}	T-student	$s(\bar{x}) = \frac{s(x_i)}{\sqrt{n}}$	$1 + \alpha(t_{amb} - 20\ ºC)$
Resolución del calibre	u_{res_cal}	Triangular	$\frac{Res\_cal}{2\sqrt{6}}$	$1 + \alpha(t_{amb} - 20\ ºC)$
Corrección en la lectura del calibre	u_{cal_cal}	Normal	$\frac{U_{cal\_cal}}{2}$	$1 + \alpha(t_{amb} - 20\ ºC)$
Coeficiente de expansión térmica	u_{coef}	Rectangular	$\frac{Resolucion\ tabla}{\sqrt{3}}$	$\bar{L}(t_{amb} - 20\ ºC)$
Repetibilidad del termómetro	u_{rep_term}	Normal	s_{rep_term}	$\alpha\bar{L}$
Resolución del termómetro	u_{res_term}	Rectangular/Triangular	$\frac{Res\_term}{2\sqrt{6}}$	$\alpha\bar{L}$
Corrección del termómetro	u_{cal_term}	Normal	$\frac{U_{cal\_term}}{2}$	$\alpha\bar{L}$

Pasos para estimar la incertidumbre

1. Determinar el mensurando → Modelo de medición

$$E = I - VCM \quad \text{ó} \quad C = VCM - I$$

2. Identificar y clasificar las fuentes → Tipo A, Tipo B
3. Cuantificar las componentes
4. Expresar como incertidumbre estándar $u_{\_estándar}$
5. Calcular la incertidumbre combinada $u_{\_combinada}$
6. Obtener el factor de cobertura o factor de expansión → $t_{\text{-student}}$
7. Calcular la incertidumbre expandida U

Muchas veces puede ser necesario informar un valor de incertidumbre que abarque, alrededor del resultado de la medida, un intervalo que contenga los valores que razonablemente se le pueden atribuir al mensurando con una determinada probabilidad.

Para esto necesitamos encontrar un factor de cobertura que nos permita expandir la incertidumbre combinada.

$$U = k.u_c(y)$$

factor de cobertura

factor numérico utilizado como multiplicador de la incertidumbre típica combinada, para obtener la incertidumbre expandida

NOTA Un factor de cobertura k típico, toma valores comprendidos entre 2 y 3.

Obtener el factor de cobertura o factor de expansión

Para obtener el factor de cobertura o factor de expansión se utiliza la tabla t-student para una determinada probabilidad (≈95 %) y grados de libertad efectivos v_{eff}.

Tabla G.2: Valor de $t_p(\nu)$ de la distribución t, para ν grados de libertad, que define un intervalo de $-t_p(\nu)$ a $+t_p(\nu)$, que comprende la fracción p de la distribución

Grados de libertad	Fracción p (%)					
ν	68,27 [a]	90	95	95,45 [a]	99	99,73 [a]
1	1,84	6,31	12,71	13,97	63,66	235,80
2	1,32	2,92	4,30	4,53	9,92	19,21
3	1,20	2,35	3,18	3,31	5,84	9,22
4	1,14	2,13	2,78	2,87	4,60	6,62
5	1,11	2,02	2,57	2,65	4,03	5,51
6	1,09	1,94	2,45	2,52	3,71	4,90
7	1,08	1,89	2,36	2,43	3,50	4,53
8	1,07	1,86	2,31	2,37	3,36	4,28
9	1,06	1,83	2,26	2,32	3,25	4,09
10	1,05	1,81	2,23	2,28	3,17	3,96
50	1,01	1,68	2,01	2,05	2,68	3,16
100	1,005	1,660	1,984	2,025	2,626	3,077
∞	1,000	1,645	1,960	2,000	2,576	3,000

a) Para una magnitud z descrita por una distribución normal de esperanza matemática μ_z y desviación típica σ, el intervalo $\mu_z \pm k\sigma$ comprende respectivamente las fracciones p = 68,27 %; 95,45 % y 99,73 % de la distribución, para los valores k = 1, 2 y 3.

Obtener el factor de cobertura o factor de expansión

Para obtener el factor de cobertura precisamos conocer los grados de libertad.

A partir de los grados de libertad de cada componente de medición, v_i, podemos calcular los grados de libertad efectivos, v_{eff}, utilizando la ecuación de Welch-Statterthwaite:

$$v_{eff} = \frac{u_c(y)^4}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{(c_i.u(xi))^4}{v_i}\right)}$$

Donde la incertidumbre combinada u_c se calcula según la ecuación vista anteriormente, y *u(xi)* es la incertidumbre estándar de la componente i y v_i los grados de libertad.

Obtener el factor de cobertura o factor de expansión

¿Como obtener vi, los grados de libertad de cada componente de medición?

Componentes tipo A:

Obtenidas a partir de una serie de n mediciones independientes: $v_i, = n-1$

Componentes tipo B:

Obtenidas a partir de distribuciones de probabilidad definidas a priori:

- Rectangular y triangular: u(xi) se considera sin incertidumbre, pues se eligen los límites a+ y a- para definir el intervalo a de forma que la probabilidad de que la magnitud en cuestión esté fuera del intervalo es extremadamente pequeña.
- Normal: se obtiene del valor *k* (ó t) del certificado de calibración, por ejemplo.

Continuando con el ejemplo:

Fuente incertidumbre	**Símbolo**	**Distribución**		c_i **Coeficientes de sensibilidad**	v_i
Repetibilidad de las mediciones	u_{rep}	T-student	$s(\bar{x}) = \frac{s(x_i)}{\sqrt{n}}$	$1 + \alpha(t_{amb} - 20\ ºC)$	n-1
Resolución del calibre	u_{res_cal}	Triangular	$\frac{Res\_cal}{2\sqrt{6}}$	$1 + \alpha(t_{amb} - 20\ ºC)$	∞
Corrección en la lectura del calibre	u_{cal_cal}	Normal	$\frac{U_{cal\_cal}}{2}$	$1 + \alpha(t_{amb} - 20\ ºC)$	∞ o lo obtengo a partir de t
Coeficiente de expansión térmica	u_{coef}	Rectangular	$\frac{Resolucion\ tabla}{\sqrt{3}}$	$\bar{L}(t_{amb} - 20\ ºC)$	∞
Repetibilidad del termómetro	u_{rep_term}	Normal	s_{rep_term}	$\alpha\bar{L}$	n-1 certificado
Resolución del termómetro	u_{res_term}	Rectangular/ Triangular	$\frac{Res\_term}{2\sqrt{6}}$	$\alpha\bar{L}$	∞
Corrección del termómetro	u_{cal_term}	Normal	$\frac{U_{cal\_term}}{2}$	$\alpha\bar{L}$	∞ o lo obtengo a partir de t

Pasos para estimar la incertidumbre

1. Determinar el mensurando → Modelo de medición

$$E = I - VCM \quad \text{ó} \quad C = VCM - I$$

2. Identificar y clasificar las fuentes → Tipo A, Tipo B
3. Cuantificar las componentes
4. Expresar como incertidumbre estándar $u_{\_estándar}$
5. Calcular la incertidumbre combinada $u_{\_combinada}$
6. Obtener el factor de cobertura o factor de expansión → $t_{-student}$
7. Calcular la incertidumbre expandida U

Incertidumbre expandida

magnitud que define un intervalo en torno al resultado de una medición, y en el que se espera encontrar una fracción importante de la distribución de valores que podrían ser atribuidos razonablemente al mensurando

NOTA 1 La fracción puede entenderse como la probabilidad o el nivel de confianza del intervalo.

NOTA 2 Para asociar un nivel específico de confianza a un intervalo definido por la incertidumbre expandida, se requieren hipótesis explícitas o implícitas sobre la distribución de probabilidad representada por el resultado de medida y su incertidumbre típica combinada. El nivel de confianza que puede atribuirse a este intervalo posee la misma validez que las hipótesis realizadas.

NOTA 3 La incertidumbre expandida se denomina incertidumbre global en el apartado 5 de la Recomendación INC-1 (1980).

Calcular la incertidumbre expandida U

La incertidumbre expandida se obtiene multiplicando la incertidumbre combinada por el factor de expansión obtenido de la tabla t.

$$U=k.u_c(y)$$

Declaración de incertidumbre:

La incertidumbre en las mediciones fue calculada teniendo en cuenta las magnitudes de influencia: patrón, sistema de calibración, repetibilidad e histéresis, y corresponde a un nivel de confianza de 95%, con un factor de cobertura *k*=2 (documento JCGM 100 Evaluación of measurement data – Guide to the expresión of uncertainty in measurement).
La incertidumbre en las correcciones se estima en: 0,035 bar.

Resulta conveniente expresar el **resultado de una medición** en la forma $Y = y \pm U$

La incertidumbre por convención se informa con dos cifras significativas.
El resultado de la medición se informa con la misma cantidad de cifras decimales que la incertidumbre.

Reglas de redondeo

1. Si el primer dígito que se descarta es menor que 5, el último dígito retenido no se modifica Los dígitos descartados en la parte entera del número se reemplazan por cero y se eliminan en la parte de fracción decimal.

Ejemplos. Redondear el número 32,453 a cuatro dígitos significativos da como resultado el número 32,45. Redondear el número 165,245 a cuatro dígitos significativos da como resultado el número 165,2.

2. El último dígito retenido se incrementa en 1 si el dígito adyacente que se descarta es mayor que 5 o si es igual a 5 y hay dígitos distintos de cero a su derecha.

Ejemplos. Si se conservan tres dígitos significativos, el número 18,598 se redondea a 18,6 y el número 152,56 se redondea a 153.

Reglas de redondeo

3. Si el dígito que se descarta es igual a 5 y los dígitos a su derecha son desconocidos o son iguales a cero, entonces el último dígito retenido no se cambia si es par y se aumenta en 1 si es impar. Ejemplos. Si se conservan dos dígitos significativos, el número 10,5 se redondea a 10 y el número 11,50 se redondea a 12.

4. Si la fracción decimal en el valor numérico del resultado de una medición termina en cero, entonces los ceros se eliminan solo hasta el dígito que corresponde al rango del dígito menos significativo del valor numérico de la estimación de incertidumbre.

Precisión

2.15 precisión de medida proximidad entre las **indicaciones** o los **valores medidos** obtenidos en **mediciones** repetidas de un mismo objeto, o de objetos similares, bajo condiciones especificadas

NOTA 1 Es habitual que la precisión de una medida se exprese numéricamente mediante medidas de dispersión tales como la desviación típica, la varianza o el coeficiente de variación bajo las condiciones especificadas.
NOTA 2 Las "condiciones especificadas" pueden ser **condiciones de repetibilidad, condiciones de precisión intermedia,** o **condiciones de reproducibilidad** (véase la norma ISO 5725-1:1994).
NOTA 4 Con frecuencia, "precisión de medida" se utiliza, erróneamente, en lugar de **exactitud de medida**.

Veracidad

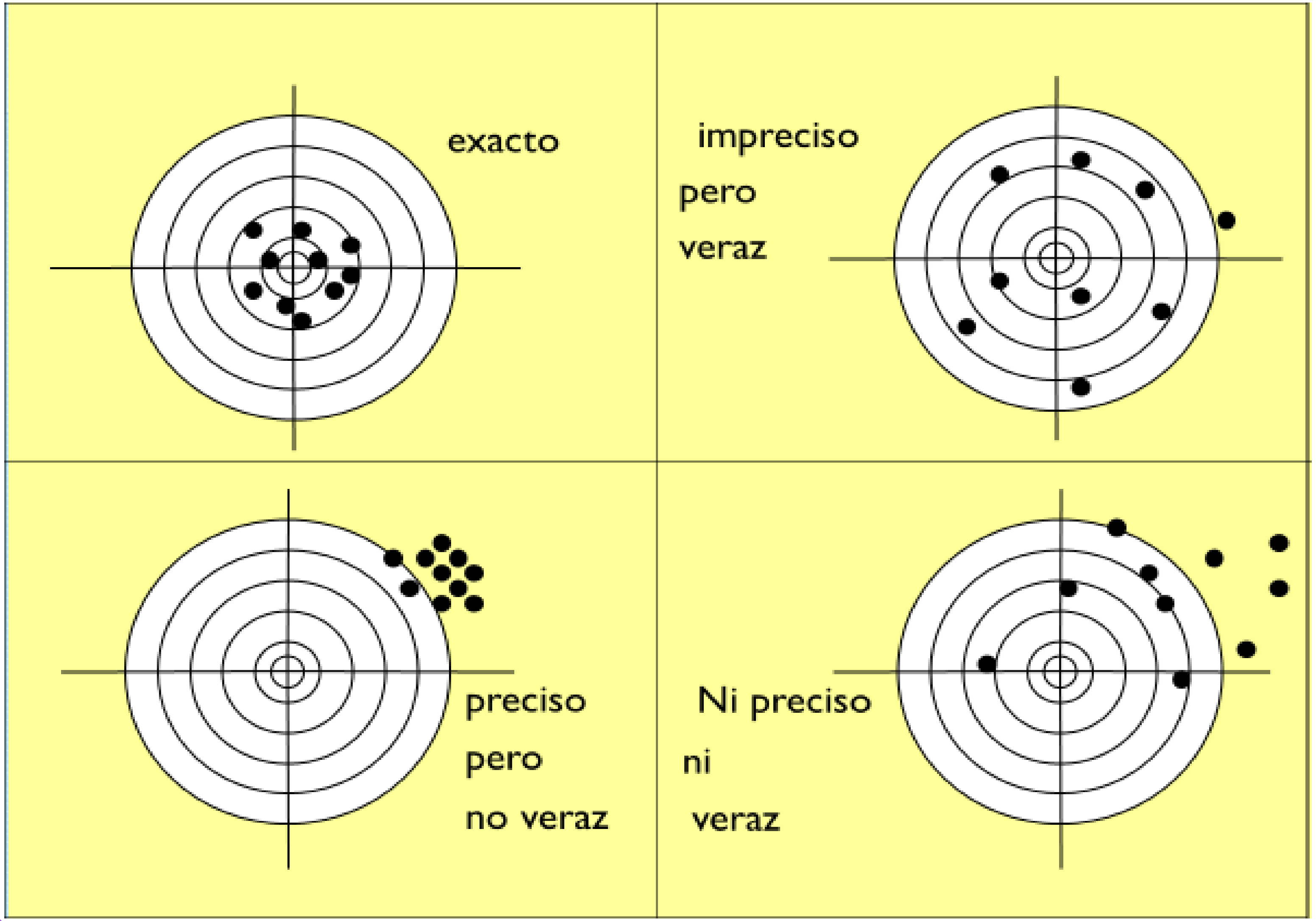
2.14 veracidad de medida proximidad entre la media de un número infinito de **valores medidos** repetidos y un **valor de referencia**

NOTA 1 La veracidad de medida no es una **magnitud** y no puede expresarse numéricamente, aunque la norma ISO 5725 especifica formas de expresar dicha proximidad.
NOTA 2 La veracidad de medida está inversamente relacionada con el **error sistemático**, pero no está relacionada con el **error aleatorio**.

Exactitud

2.13 exactitud de medida proximidad entre un **valor medido** y un **valor verdadero** de un **mensurando**

Visualizando los conceptos



2.21 repetibilidad de medida,

precisión de medida bajo un conjunto de **condiciones de repetibilidad**

2.20 condición de repetibilidad de una medición
condición de **medición,** dentro de un conjunto de condiciones que incluye el mismo **procedimiento de medida**, los mismos operadores, el mismo **sistema de medida**, las mismas condiciones de operación y el mismo lugar, así como mediciones repetidas del mismo objeto o de un objeto similar en un periodo corto de tiempo

NOTA En química, el término "condición de precisión intra-serie" se utiliza algunas veces para referirse a este concepto.

2.23 precisión intermedia de medida,

precisión de medida bajo un conjunto de **condiciones de precisión intermedia**

2.22 condición de precisión intermedia de una medición,
condición de **medición,** dentro de un conjunto de condiciones que incluye el mismo **procedimiento de medición**, el mismo lugar y mediciones repetidas del mismo objeto u objetos similares durante un periodo amplio de tiempo, pero que puede incluir otras condiciones que involucren variaciones

NOTA 1 Las variaciones pueden comprender nuevas **calibraciones**, **patrones**, operadores y **sistemas de medida**.
NOTA 2 En la práctica, conviene que toda especificación relativa a las condiciones incluya las condiciones que involucren variaciones y las que no.
NOTA 3 En química, el término "condición de precisión inter-serie" se utiliza algunas veces para referirse a este concepto.

2.25 reproducibilidad de medida,

precisión de medida bajo un conjunto de **condiciones de reproducibilidad**

2.24
condición de reproducibilidad de una medición,
condición de **medición,** dentro de un conjunto de condiciones que incluye diferentes lugares, operadores, **sistemas de medida** y mediciones repetidas de los mismos objetos u objetos similares
NOTA 1 Los diferentes sistemas de medición pueden utilizar diferentes **procedimientos de medida.**
NOTA 2 En la práctica, conviene que toda especificación relativa a las condiciones incluya las condiciones que varían y las que no

Abordaje del error *vs* abordaje de incertidumbre

En el abordaje del error se trabaja con el concepto de valor verdadero de una magnitud:

VIM 2.11

valor verdadero de una magnitud, valor de una magnitud compatible con la definición de la magnitud

En el abordaje del error el valor verdadero se considera único, y en la práctica imposible de conocer.

Abordaje del error *vs* abordaje de incertidumbre

En el abordaje de incertidumbre se reconoce que debido a la inherente incompleta cantidad de detalle en la definición de un mensurando, no existe un valor verdadero único sino un set de valores consistentes con la definición (también desconocido en la práctica), en el abordaje de incertidumbre (GUM) el término verdadero se considera redundante.

Para la GUM, debido a la incertidumbre de definición, existe una distribución de valores consistente con la definición del mensurando.

Abordaje del error *vs* abordaje de incertidumbre

En el abordaje de incertidumbre se clasifican las componentes ´”de acuerdo a la forma en que se estima su valor”

Tipo A: Evaluadas a partir de un análisis estadístico de una serie de mediciones
Tipo B: Evaluadas por otros métodos diferentes del análisis estadístico de una serie de mediciones.

El tema de los valores verdaderos…

Las leyes de la naturaleza se expresan con formulaciones matemáticas cuyas variables y constantes representan valores verdaderos (M.Grave, Measurements Uncertainties in Science and Technology, 2014).

Para cada mensurando, un valor verdadero tiene que ser atribuido, pero debido a las imperfecciones experimentales los mismos no pueden ser conocidos, experimentalmente podemos contentarnos con aproximaciones más o menos razonables.

5.18 Valor de referencia

valor de una magnitud que sirve como base de comparación con valores de magnitudes de la misma naturaleza

NOTA 1 El valor de referencia puede ser un valor verdadero de un mensurando, en cuyo caso es desconocido, o un valor convencional, en cuyo caso es conocido

2.12 Valor convencional

valor convencional de una magnitud,

valor asignado a una magnitud, mediante un acuerdo, para un determinado propósito

EJEMPLO 1 Valor convencional de la aceleración de caída libre (antes llamada aceleración normal debida a la gravedad), $g_n = 9{,}806\,65\ \mathrm{m\ s^{-2}}$.

Abordaje de Gauss

In his tracts on the Method of Least Squares, Carl Friedrich Gauß[1] distinguished *irregular or random* errors from *regular or constant* errors. Oddly enough, Gauss himself dismissed the latter arguing that it were up to experimenters to get rid of them. As a consequence, he based his formalism exclusively on irregular or random errors. Conceivably due to his authority, for a long time regular or constant errors stayed very much in the background, covered by a veil of oblivion.

(M.Grave, Measurements Uncertainties in Science and Technology, 2014)

In the late 1970s, a seminar entitled *On the Statement of the Measurement Uncertainty* was held at the Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Germany. At this seminar the proposal was made to treat regular or constant errors for what they really are, namely as quantities evoking biased estimators, Grabe, [20]. This observation initiated the break-down of the Gaussian error calculus.

Error de medición

2.16 error de medida, diferencia entre un valor medido de una magnitud y un valor de referencia

NOTA 1 El concepto de error de medida puede emplearse

a) cuando exista un único valor de referencia, como en el caso de realizar una calibración mediante un patrón cuyo valor medido tenga una incertidumbre de medida despreciable, o cuando se toma un valor convencional, en cuyo caso el error es conocido.

b) cuando el mensurando se supone representado por un valor verdadero único o por un conjunto de valores verdaderos, de amplitud despreciable, en cuyo caso el error es desconocido.

- **Error aleatorio**
- **Error sistemático**

Error aleatorio

2.19 error aleatorio de medida, componente del error de medida que, en mediciones repetidas, varía de manera impredecible

NOTA 1 El valor de referencia para un error aleatorio es la media que se obtendría de un número infinito de mediciones repetidas del mismo mensurando.

NOTA 2 Los errores aleatorios de un conjunto de mediciones repetidas forman una distribución que puede representarse por su esperanza matemática, generalmente nula, y por su varianza.

NOTA 3 El error aleatorio es igual a la diferencia entre el error de medida y el error sistemático.

Error sistemático

2.17 error sistemático de medida, componente del error de medida que, en mediciones repetidas, permanece constante o varía de manera predecible

NOTA 1 El valor de referencia para un error sistemático es un valor verdadero, un valor medido de un patrón cuya incertidumbre de medida es despreciable, o un valor convencional de una magnitud.

NOTA 2 El error sistemático y sus causas pueden ser conocidas o no. Para compensar un error sistemático conocido puede aplicarse una corrección.

NOTA 3 El error sistemático es igual a la diferencia entre el error de medida y el error aleatorio.

2.18 sesgo de medida, valor estimado de un **error sistemático**

Errores aleatorios

Se pueden evaluar a partir de la dispersión de mediciones repetidas.

Errores sistemáticos

Son perturbaciones constantes pero son desconocidos en relación a magnitud y signo.

Error aleatorio vs Error sistemático

En determinados contextos es difícil clasificar las componentes entre aleatorias y sistemáticas.

Es el contexto de la medición que determina la naturaleza de las componentes en ciertos casos.

Estimadores

El estimador es un operador matemático seleccionado para obtener la mejor estimación del valor verdadero de un mensurando, a partir de un conjunto de mediciones.

A partir de una serie de mediciones repetidas:

$$x_1, x_2, \ldots, x_n$$

Este set de valores se condensan en un estimador adecuado del valor verdadero desconocido.

Estimadores

En mediciones directas

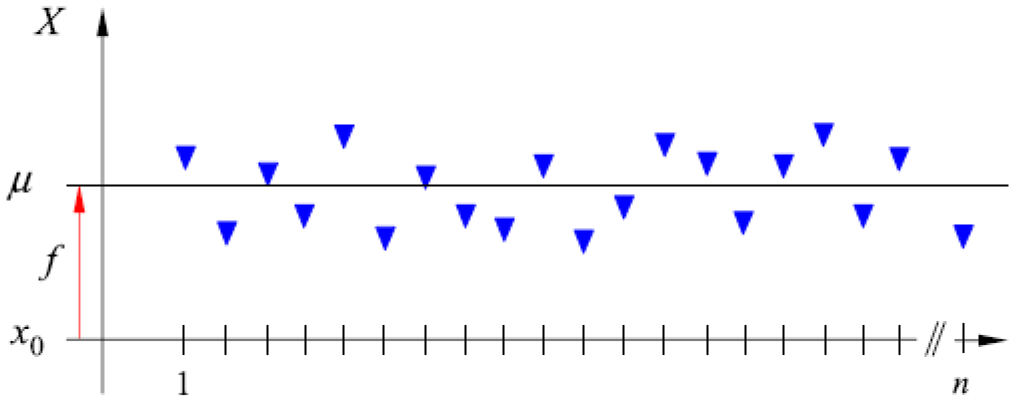
$$\widehat{x_0} = \frac{\sum x_i}{n}$$

En mediciones indirectas tenemos:

$$\widehat{x_0} = f\left(\widehat{x_1}, \widehat{x_2}, \dots, \widehat{x_k}\right) \text{ o } \widehat{x_0} = \frac{\sum f(x_1, x_1, \dots, x_k)}{N}$$

Herramientas de la estadística descriptiva

Estimadores de tendencia central.

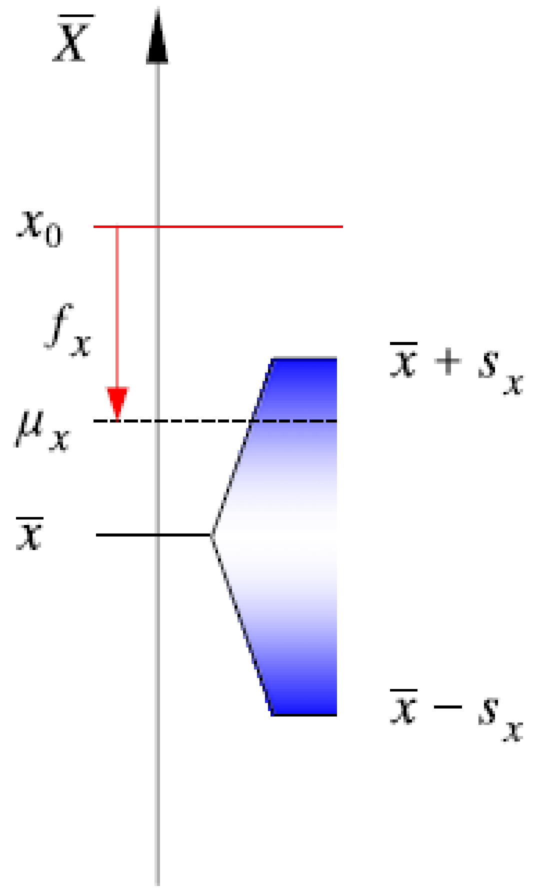


Estimadores de dispersión.

Valores, estimadores y resultados...

La realidad es que al realizar una medición obtenemos un conjunto de resultados , $x_1, x_2, \ldots, x_n$, a partir del cual obtenemos un valor promedio $\bar{x}$, que es el estimador del valor buscado.

El valor verdadero del mensurando es x_0, pero debido a un efecto sistemático desconocido, fx, los resultados de la medición siguen una distribución normal con valor central μ. La misma se evalúa con el estimador de tendencia central $\bar{x}$ y varianza s_x.



Postulados de la teoría de las mediciones

1- Cuando se pretende medir una determinada característica de un objeto o fenómeno, es necesario que exista una interacción con un instrumento de medición.

Por ejemplo, cuando medimos el diámetro de un disco, el mismo se hace interactuar con las mordazas un calibre.

Postulados de la teoría de las mediciones

2- Las imperfecciones del instrumento de medición y factores originados por el propio método de medición causan errores que son INEVITABLES.

El uso pretendido del resultado predetermina el error de medición permitido y el instrumento que será utilizado.

Siguiendo con el ejemplo, al proponer medir el diámetro de un disco, se propone o se asume que mismo tiene forma circular: se está proponiendo un modelo. El apartamiento del resultado y el modelo debe estar dentro de un error máximo permitido.

Postulados de la teoría de las mediciones

3- Se debe especificar un modelo para la medición y un parámetro del modelo que corresponde al mensurando.

4-Las condiciones deben ser tales que durante el tiempo que lleva la medición se debe poder asumir que el parámetro no varía.

Postulados de la teoría de las mediciones

5- Las diferencias entre el valor obtenido y el modelo deben ser menor que el error máximo perimido.

Postulados de la teoría de las mediciones de acuerdo con Rabinovich

(α) The true value of the measurable quantity exists.

(β) There is a single true value in each measurement.

(γ) The true value of the measurable quantity is constant.

(δ) The true value cannot be found.

Clasificación de las mediciones

Mediciones directas: son aquellas en las cuales el mensurando interactúa directamente con el instrumento de medición, proporcionando una lectura directa en la escala o indicador del mismo.

Mediciones indirectas: el mensurando se obtiene a partir de una relación funcional entre esta magnitud y otras magnitudes de entrada que son los argumentos de la función (ej $d=m/V$).

Clasificación de las mediciones

Mediciones combinadas: se toman mediciones de varias magnitudes del mismo tipo, por ejemplo la determinación de la masa de un conjunto de pesas por el método de diseminación. Se aplican un conjunto de ecuaciones lineales y se resuelven por mínimos cuadrados.

Mediciones simultáneas: se realizan simultáneamente mediciones de magnitudes de diferente naturaleza . Por ejemplo medición de la resistencia de un conductor a 20 °C y su coeficiente de temperatura, a partir de mediciones directas de la resistencia y la temperatura realizadas a diferentes temperaturas.

Clasificación de las mediciones

Mediciones puntuales: mediciones que se realizan una sola vez (lo más común a nivel industrial, ej: medición puntual de la temperatura de un proceso).

Mediciones repetidas: mediciones repetidas de un mensurando (ej: múltiples mediciones del orificio de una placa de orificio).

Clasificación de las mediciones

Mediciones estáticas: la indicación (o señal de salida) del instrumento se mantiene constante en el tiempo que dura la medición.

Mediciones dinámicas: la indicación (o señal de salida) cambia con el tiempo.

Clasificación de las mediciones

Mediciones con estimación a priori: son mediciones realizadas con una estimación a priori de su exactitud y/o incertidumbre, como es típico de las mediciones industriales.

El procedimiento de medición determina las características del instrumento para que se logren los objetivos, y también las condiciones bajo las cuales la medición debe ser realizada.

Mediciones con estimación a posteriori: en este caso es importante conocer la incertidumbre de cada resultado, como por ejemplo en ciencias, calibración, etc.

Mediciones con estimación nominal: basadas en la información proporcionada por el fabricante.

Los instrumentos de medición

Características metrológicas nominales.

Las características nominales y las desviaciones admisibles de las mismas se indican en la documentación técnica durante el diseño de los instrumentos de medición,

Características metrológicas reales.

Se determinan en la calibración.

Los instrumentos de medición

Características metrológicas nominales.

De acuerdo con la Recomendación 34 de la OIML , los límites de los errores relativos permitidos se expresan de la siguiente forma:

$$\delta = \pm\left[c + d\left(\frac{x_e}{x} - 1\right)\right]$$

Dónde xe es el límite superior del rango de mediciones, x es el valor medido, c es el error relativo cuando x=xe, d es una constante, y el segundo término de la derecha caracteriza el incremento del error relativo a medida que la lectura disminuye

Los instrumentos de medición

En un instrumento digital el operador no influye directamente en la obtención del resultado a partir de la indicación, mientras que en un instrumento analógico si.

Para un instrumento digital la indicación es el resultado

Para un instrumento analógico el operador interfiere entre la indicación y el resultado.

Determinación de la incertidumbre en una medición directa con un instrumento no calibrado

Problema:

En una clase de física experimental un alumno realizó 4 mediciones de la tensión de un circuito resistivo, registrando las siguientes lecturas en V:

9,92	9,99	10,02	9,95

Se pide estimar la incertidumbre en el resultado de la medición a partir de la información disponibles

Determinación de la incertidumbre en una medición directa con un instrumento <u>no calibrado</u>

1. Determinar el mensurando

Modelo de medición

VM= $\bar{V}$ + δres + δexact+ δder + δv.par

Determinación de la incertidumbre en una medición directa con un instrumento <u>no calibrado</u>

2. Identificar y clasificar las fuentes Tipo A, Tipo B

Fuente incertidumbre	**Símbolo**	**Tipo**
Repetibilidad de las mediciones	u_{rep}	Tipo A
Resolución del voltímetro	u_{res_volt}	Tipo B
Exactitud en la lectura del voltímetro	u_{exact}	Tipo B
Corrección por deriva	u_{der}	Tipo B
Corrección por corrientes parásitas	u_{v_par}	Tipo B

Determinación de la incertidumbre en una medición directa con un instrumento no calibrado

3. Cuantificar las componentes
4. Expresar como incertidumbre estándar u _estándar

Fuente incertidumbre	**Símbolo**	**Distribución**	**U_estándard**
Repetibilidad de las mediciones	u_{rep}	T-student	$s(\bar{x}) = \frac{s(x_i)}{\sqrt{n}}$
Resolución del voltímetro	u_{res_volt}	Rectangular	$\frac{Res\_cal}{2\sqrt{3}}$
Corrección en la lectura del voltímetro	u_{exact}	Normal	$\frac{exactitud}{2}$
Corrección por deriva	u_{der}	Rectangular	$\frac{deriva\ estimada}{\sqrt{3}}$
Corrección por tensiones parásitas	u_{v_par}	Rectangular	$\frac{bibliografia}{\sqrt{3}}$

Determinación de la incertidumbre en una medición directa con un instrumento <u>no calibrado</u>

5. Calcular la incertidumbre combinada $u_{\_combinada}$

Fuente incertidumbre	**Símbolo**	**Distribución**	**$u_{—estándard}$**	**Coeficientes de sensibilidad**
Repetibilidad de las mediciones	u_{rep}	T-student	$s(\bar{x}) = \frac{s(x_i)}{\sqrt{n}}$	1
Resolución del voltímetro	u_{res_volt}	Rectangular	$\frac{Res\_cal}{2\sqrt{3}}$	1
Corrección en la lectura del voltímetro	u_{exact}	Normal	$\frac{exactitud}{2}$	1
Corrección por deriva	u_{der}	Rectangular	$\frac{deriva\ estimada}{\sqrt{3}}$	1
Corrección por corrientes parásitas	u_{v_par}	Rectangular	$\frac{bibliografia}{\sqrt{3}}$	1

Determinación de la incertidumbre en una medición directa con un instrumento no calibrado

6. Obtener el factor de cobertura o factor de expansión $t_{\text{-student}}$

Fuente incertidumbre	**Símbolo**	**Distribución**	**U_estándard**	**Coeficientes de sensibilidad** c_i	**Grados de libertad** v_i
Repetibilidad de las mediciones	u_{rep}	T-student	$s(\bar{x}) = \frac{s(x_i)}{\sqrt{n}}$	1	3
Resolución del voltímetro	u_{res_volt}	Rectangular	$\frac{Res\_cal}{2\sqrt{3}}$	1	∞
Corrección en la lectura del voltímetro	u_{exact}	Normal	$\frac{exactitud}{2}$	1	∞
Corrección por deriva	u_{der}	Rectangular	$\frac{deriva\ estimada}{\sqrt{3}}$	1	∞
Corrección por corrientes parásitas	u_{v_par}	Rectangular	$\frac{bibliografia}{\sqrt{3}}$	1	∞

Determinación de la incertidumbre en una medición directa con un instrumento <u>no calibrado</u>

7. Calcular la incertidumbre expandida U

$$U = k.u_c(\bar{V})$$

Expresar el resultado de la medición

$$\bar{V} = (9{,}97 \pm 0{,}11)V$$

Determinación de la incertidumbre en una medición directa con un instrumento <u>no calibrado y fuera de las condiciones nominales de uso</u>

5. Reference conditions include temperature of $+20 \pm 5$ °C and the requirement that the measurement be performed with the instrument positioned horizontally.
6. Additional errors are as follows. A deviation of the temperature from the reference range causes the indications of the instrument to change by no more than $\pm 1.0\%$ for each 10 °C change in temperature. Inclination of the instrument by 5° from the horizontal position changes the indications by not more than $\pm 1\%$.

Guía practica para la evaluación de componentes

Componentes tipo A

Un requisito importante es que las mediciones repetidas sean independientes.

Si por ejemplo nos interesa una determinada propiedad de un material y el procedimiento incluye un muestreo, y luego realizamos mediciones sobre esta única muestra, se debe buscar añadir a la varianza observada una componente por muestreo.

Si la puesta a cero es parte del procedimiento de medición, la misma se debe de realizar cada vez, aunque el instrumento marque cero.

Otro requisito importante es si realmente están presentes solamente efectos aleatorios durante la medición.

Si existen suficientes números de mediciones, pueden realizarse un test de comparación de medias de la primera y la segunda mitad de las mediciones.

Guía practica para la evaluación de componentes

Componentes tipo A

Si los servicios del laboratorio como red eléctrica, temperatura, etc., son factores de influencia, debe tenerse en consideración el comportamiento no aleatorio que existe en sus variaciones.

Si la ultima cifra digital varia continuamente en una medición, la tendencia natural es seleccionar valores preferidos. En estos casos es preferible establecer algún método para congelar la indicación.

Guía practica para la evaluación de componentes

Correlaciones

Dos variables aleatorias de entrada, X_1 y X_2, no están correlacionadas si se midieron de formas no simultáneas en ensayos diferentes e independientes.

Si una de las magnitudes se puede tratar como constante o si no hay suficientes datos para estimar su covarianza, la covarianza se puede ignorar.

En la practica, dos magnitudes de entrada están correlacionadas si para su estimación se utiliza el mismo patrón físico o instrumento de medición, el mismo dato de referencia, el mismo método de medida. Esto es bastante común en la práctica.

Puede pasarse por alto la correlación redefiniendo la ecuación del mensurando para dejar de forma explicita e independiente magnitudes que influencian a dos o mas magnitudes de entrada de la ecuación original

Guía practica para la evaluación de componentes

Componentes tipo B

Si dispusiera de medios ilimitados, todas las componentes de medición se podrían evaluar como componentes tipo A, realizando un exhaustivo estudio de las fuentes de incertidumbre: instrumentos, métodos, aproximaciones, operadores, etc.

Este abordaje no es practico además de costoso, por lo que se hace necesario recurrir a otras fuentes de información.

Evaluaciones tipo B:

Resolución: triangular o rectangular
Histéresis: diferencias entre indicaciones en sentido creciente y decreciente. Distribución uniforme.

Guía practica para la evaluación de componentes

Componentes tipo B

Valores de origen externo: Resultado de una evaluación independiente. Con origen en certificados de calibración (k , p y U conocidos). Cuando solo se informan lo límites del error se suele utilizar una distribución rectangular a no ser que haya información que permita determinar que el valor central es mas probable, en cuyo caso se utiliza distribución triangular.

Medición única, instrumento calibrado: en estos casos la incertidumbre de repetibilidad es una gran componente de la varianza, que se puede haber obtenido en una medición anterior. Además están las componentes de calibración y resolución.

Guía practica para la evaluación de componentes

Componentes tipo B

Medición única, instrumento verificado: En estos casos dónde también se informan errores máximos permitidos, lo mas común es utilizar distribuciones rectangulares, tomando como valor del semiancho la tolerancia.

Magnitudes bajo control: Un ejemplo de una magnitud que varia de forma cíclica es la temperatura de un baño de aceite, la cual es controlada por un termostato. La temperatura indicada por el termostato no es la temperatura instantánea del baño o de cualquier objeto (muestra, o termómetro bajo calibración). La temperatura local se mide con un termómetro de mejores características metrológicas. En estos casos se realiza estudio de homogeneidad espacial y estabilidad temporal.

Guía practica para la evaluación de componentes

Componentes tipo B

Componente de incertidumbre cuando no se aplican correcciones derivadas de una curva de calibración. Supongamos que el certificado de calibración informa una tabla de valores de correcciones C con su incertidumbre Uc:

$$Y = y \pm [U_{max} + c_{max}]$$

(apéndice F2.4.5 de la GUM)

Guía practica para la evaluación de componentes

Componentes tipo B

Otro abordaje es determinar una corrección media utilizando la siguientes expresión:

$$\bar{b} = \frac{1}{t_1 - t_2} \int_1^2 b(t)dt$$

Dónde b son las correcciones en función de una magnitud t (por ejemplo temperatura).

La mejor estimación del mensurando pasa a ser entonces : y´(t)=y(t)+ $\bar{b}$

La varianza asociada a la corrección media es:

$$u^2(\bar{b}) = \frac{1}{t_1 - t_2} \int_1^2 [b(t) - \bar{b}]^2 dt$$

Guía practica para la evaluación de componentes

Componentes tipo B

La varianza media de la corrección debida a su determinación real:

$$\overline{u^2[b(t)]} = \frac{1}{t_1 - t_2}\int_1^2 u^2[b(t)]dt$$

La varianza media de y(t) provenientes de todas las fuentes de incertidumbre distintas de la corrección viene dada por :

$$\overline{u^2[y(t)]} = \frac{1}{t_1 - t_2}\int_1^2 u^2[y(t)]dt$$

Resumiendo: y´(t)=y(t)+ $\bar{b}$

$$u_c^2(y') = u^2(\bar{b}) + \overline{u^2[b(t)]} + \overline{u^2[y(t)]}$$

Guía practica para la evaluación de componentes

Componentes tipo B

Ejemplo: Seleccioné un termómetro para un pasteurizador y quiero determinar si es adecuado para el uso. La normativa de pasteurización establece:

3.4.1 Medición de temperatura

Todos los termómetros deben poseer las siguientes características metrológicas:

a. Resolución de lectura igual o mejor a 0,1 °C.

b. Error máximo tolerado: ± 0,5 °C en el rango comprendido en un entorno de ± 3 °C respecto a la temperatura establecida de pasteurización, espacio aéreo o enfria-miento, según corresponda.

c. Deben soportar temperaturas de hasta 100 °C.

d. Los sensores deben ser fácilmente desmontables para su calibración y cuando sea necesario deben poseer protección mecánica.

Componente de incertidumbre cuando se realiza una regresión a partir de un certificado de calibración

Un caso muy común es obtener los resultados de la calibración en la forma de una tabla de correcciones para valores puntuales, pero que luego será necesario realizar correcciones en valores intermedios que no aparecen en la tabla.

RESULTADOS

El instrumento fue calibrado contra un sensor de presión piezoresistivo marca SI (Nº LATU 13539). Se determinaron las correcciones aumentando y disminuyendo la presión según lo dispuesto en el procedimiento interno PEC.MET.PRE.001. El patrón es trazable a patrones primarios a través de los certificados 11111 de enero del xxx.

LECTURA bar	CORRECCIÓN bar
2,0	-0,007
4,0	-0,015
6,0	-0,006
8,0	0,012
10,0	0,027

NOTAS:

1) Presión = Lectura + Corrección.
2) Condiciones de ensayo: (52,5 ± 2,3) %HR, (20,38 ± 0,74) °C.
3) Para la calibración se utilizó Nitrógeno.
4) Las correcciones son aplicables a lecturas aumentando la presión o disminuyéndola.
5) La incertidumbre en las mediciones fue calculada teniendo en cuenta las magnitudes de influencia: patrón, sistema de calibración, repetibilidad e histéresis, y corresponde a un nivel de confianza de 95%, con un factor de cobertura *k*=2 (documento JCGM 100 Evaluación of measurement data – Guide to the expresión of uncertainty in measurement).
6) La incertidumbre en las correcciones se estima en: 0,035 bar.
7) La unidad legal de presión (Ley N°15298) es: Pascal (Pa) = 1N/m^2. Factor de conversión: 1 bar = 1,000000E+05 Pa.

Componente de incertidumbre cuando se realiza una regresión a partir de un certificado de calibración

$$Lc = I - Em$$

Calibración manómetro patrón

Indicación (bar)	Em (bar)	U (bar)	k
0,0	0,00	0,10	2,00
6,0	0,01	0,10	2,00
12,0	0,03	0,09	2,03
24,0	0,05	0,10	2,00
30,0	0,08	0,11	2,09

Que pasa si utilizamos este manómetro como patrón para calibrar un manómetro en un punto de 15 bar? O si lo utilizamos para realizar una medición de presión en un punto que no fue calibrado? Como se determina la corrección y la incertidumbre en ese punto?

- **Interpolación**
- **Regresión lineal**

Componente de incertidumbre cuando se realiza una regresión a partir de un certificado de calibración

Lc = I- Em

Calibración manómetro patrón

Indicación (bar)	Em (bar)	U (bar)	k
0,0	0,00	0,10	2,00
6,0	0,01	0,10	2,00
12,0	0,03	0,09	2,03
24,0	0,05	0,10	2,00
30,0	0,08	0,11	2,09

Interpolación

Asume que los errores varían linealmente entre los puntos de calibración consecutivos

12,0 bar--- 0,03 bar
24,0 bar--- 0,05 bar

15 bar cuanto vale el Em?

$$Em_{15bar} = 0{,}035\ bar$$

$$\frac{24{,}0 - 12{,}0}{24{,}0 - 15{,}0} = \frac{0{,}05 - 0{,}03}{0{,}05 - Em_{15bar}}$$

Componente de incertidumbre cuando se realiza una regresión a partir de un certificado de calibración

$$Lc = I - Em$$

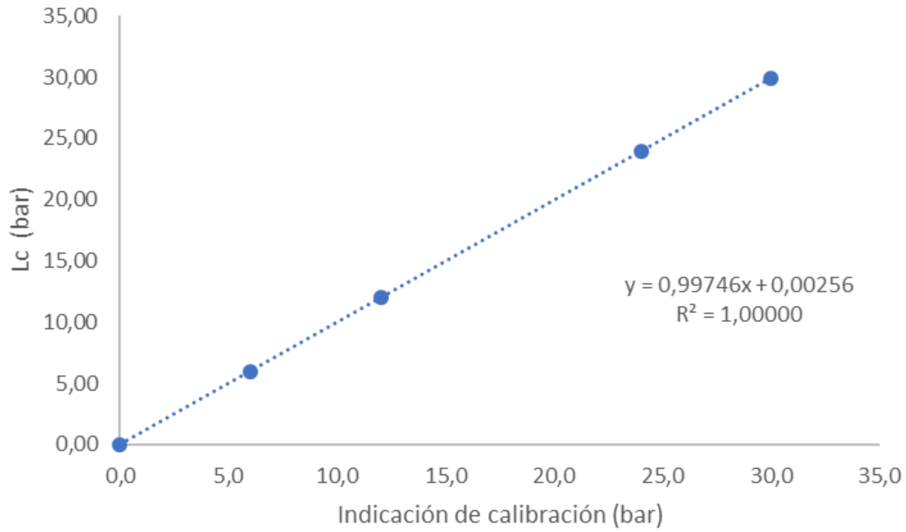
Regresión lineal

Se determina una ecuación de corrección que relaciona la Indicación y la lectura corregida a partir de los resultados de la calibración.

Se asume un comportamiento lineal en todo el intervalo de indicaciones.

Calibración manómetro patrón

Indicación (bar)	Em (bar)	U (bar)	k
0,0	0,00	0,10	2,00
6,0	0,01	0,10	2,00
12,0	0,03	0,09	2,03
24,0	0,05	0,10	2,00
30,0	0,08	0,11	2,09



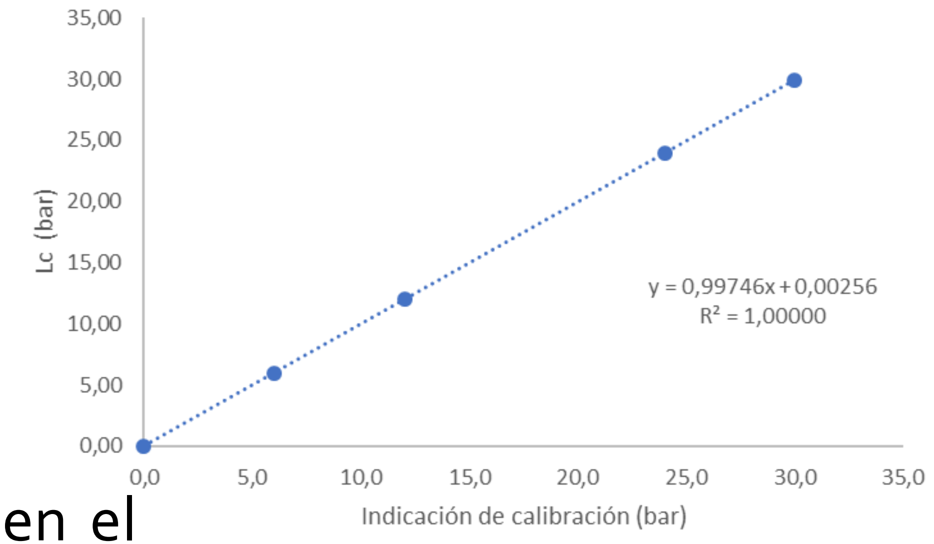
Componente de incertidumbre cuando se realiza una regresión a partir de un certificado de calibración

Lc = I- Em

Regresión lineal

La Lc= I-Em corrijo las lecturas y realizo ajuste Lc vs I

La regresión lineal es una inferencia y por lo tanto tenemos una fuente más de incertidumbre:



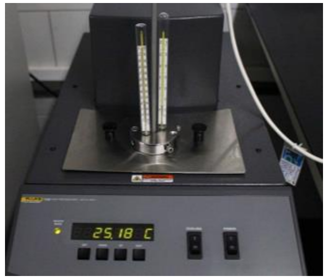
$$u_{aj} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - y_{f(xi)}\right)^2}{N - P}}$$

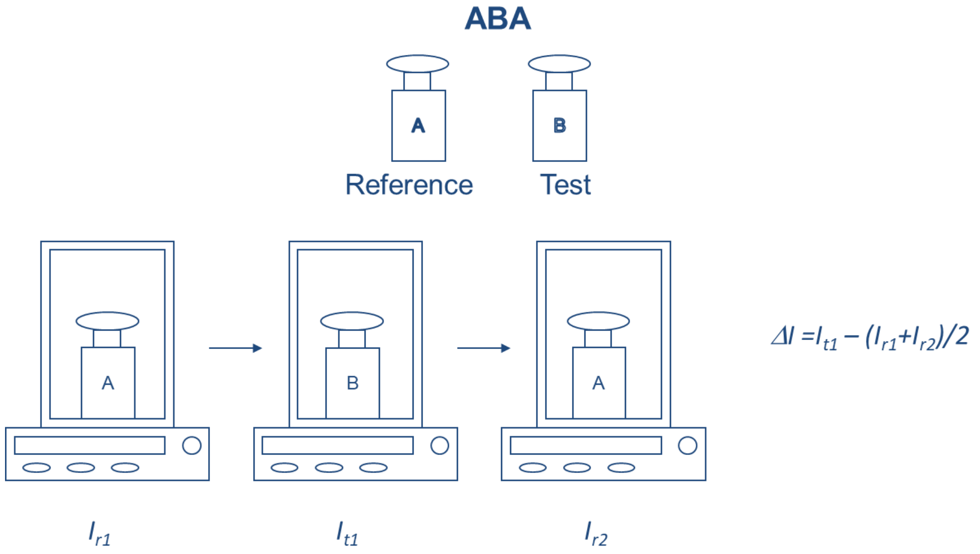
Dónde:

u_{aj} : incertidumbre por ajuste; yi valor de la Lc en el iésimo punto en el certificado de calibración; yf(xi) valor de la Lc del iésimo punto obtenido por la regresión; N número de puntos utilizados para el ajuste; P número de parámetros del ajuste

Determinación de la incertidumbre en una calibración

Operación que bajo condiciones especificadas establece, en una primera etapa, una relación entre los **valores** y sus **incertidumbres de medida** asociadas obtenidas a partir de los **patrones de medida,** y las correspondientes **indicaciones** con sus incertidumbres asociadas y, en una segunda etapa, utiliza esta información para establecer una relación que permita obtener un **resultado de medida** a partir de una indicación.





Variables correlacionadas - Cálculo de la incertidumbre combinada

$$u_c{}^2(y) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i}^2 u(xi)^2 + 2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N} \frac{\partial f}{\partial x_i}\frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j)$$

Magnitudes de entrada Correlacionadas

$$r(x_i, x_j) = \frac{u(x_i, x_j)}{u(x_i)u(x_j)}$$

El coeficiente de correlación expresa el grado de correlación entre x_i y x_j

$$u_c(y) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i}^2 u(xi)^2 + 2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N} \frac{\partial f}{\partial x_i}\frac{\partial f}{\partial x_j} r(x_i, x_j)u(x_i)u(x_j)$$

$$\boxed{u_c(y) = \sum_{i=1}^{n} c_i{}^2 u(xi)^2 + 2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N} c_i c_j r(x_i, x_j)u(x_i)u(x_j)}$$

Variables correlacionadas - Cálculo de la incertidumbre combinada

Supongamos que se tienen n pares independientes de observaciones simultáneas en las mismas condiciones de dos magnitudes (Q y R) que varían aleatoriamente, a partir de los cuales de calculan $\bar{q}$ y $\bar{r}$:

Magnitudes de entrada Correlacionadas

$$s(\bar{q},\bar{r}) = \frac{1}{n(n-1)}\sum_{k=1}^{n}(q_k - \bar{q})\,(r_k - \bar{r})$$

$s(\bar{q},\bar{r})$ es un estimador de la covarianza de $\bar{q}$ y $\bar{r}$.

Ejemplo: determinación de la resistencia y la reactancia

La resistencia R y la reactancia X de un circuito de alterna se determinan midiendo simultáneamente V, I de corriente y el desfasaje ϕ entre ellos.

$$R = \frac{V}{I} cos\phi \qquad X = \frac{V}{I} sen\phi \qquad Z = \frac{V}{I}$$

Considerando solamente las variaciones aleatorias para el cálculo de las covarianzas. Se obtienen 5 conjuntos de observaciones simultáneas de las tres magnitudes de entrada: V, I y ϕ, obteniéndose el siguiente conjunto de datos.

V (V)	I (A)	Φ (rad)
5,007	19,663	1,0456
4,994	19,639	1,0438
5,005	19,640	1,0468
4,990	19,685	1,0428
4,999	19,678	1,0433

Ejemplo: determinación de la resistencia y la reactancia

$$R = \frac{V}{I} cos\phi \qquad X = \frac{V}{I} sen\phi \qquad Z = \frac{V}{I}$$

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^{n} c_i{}^2 u(xi)^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} c_i c_j r(x_i, x_j) u(x_i) u(x_j)$$

$$u_c^2(Z) = \left(\frac{\partial Z}{\partial V}\right)^2 u(V)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial I}\right)^2 u(I)^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} \frac{\partial Z}{\partial V} \frac{\partial Z}{\partial I} r(V, I) u(V) u(I)$$

$$u_c^2(Z) = \left(\frac{1}{I}\right)^2 u(V)^2 + \left(\frac{-V}{I^2}\right)^2 u(I)^2 + 2 \left(\frac{1}{I}\right)\left(\frac{-V}{I^2}\right) r(V, I) u(V) u(I)$$

$$u_c^2(Z) = Z^2 \left(\frac{u(V)}{V}\right)^2 + Z^2 \left(\frac{u(I)}{I}\right)^2 - 2Z^2 \left(\frac{u(V)}{V}\right)\left(\frac{u(I)}{I}\right) r(V, I)$$

Ejemplo: determinación de la resistencia y la reactancia

$$u_c^2(Z) = Z^2\left(\frac{u(V)}{V}\right)^2 + Z^2\left(\frac{u(I)}{I}\right)^2 - 2Z^2\left(\frac{u(V)}{V}\right)\left(\frac{u(I)}{I}\right)r(V,I)$$

$$\frac{u_c^2(Z)}{Z^2} = \left(\frac{u_c(Z)}{Z}\right)^2 = \left(\frac{u(V)}{V}\right)^2 + \left(\frac{u(I)}{I}\right)^2 - 2\left(\frac{u(V)}{V}\right)\left(\frac{u(I)}{I}\right)r(V,I)$$

$$u_{c,r}^2(Z) = u_r^2(V) + u_r^2(I)^2 - 2u_r(V)u_r(I)\,r(V,I)$$

$$r(x_i,x_j) = \frac{u(x_i,x_j)}{u(x_i)u(x_j)} \qquad\qquad r(V,I) = \frac{u(V,I)}{u(V)u(I)}$$

$$s(\bar{V},\bar{I}) = \frac{1}{n(n-1)}\sum_{k=1}^{n}(V_k-\bar{V})\,(I_k-\bar{I})$$

Gracias por su atención!

JCG noviembre 2024

Bibliografía

JCGM 200:2012
Vocabulario Internacional de Metrología
Conceptos fundamentales y generales, y términos asociados (VIM)

JCGM 100: 2008
GUM 1995 con ligeras correcciones
Evaluación de datos de medición
Guía para la expresión de la incertidumbre de medida

Bibliografía complementaria

Measurement Uncertainties in Science and Technology, Michael Grabe, Second Edition, 2014, Springer.

Evaluating Measurement Accuracy- A Practical Approach, SemyonG.Rabinovich Third Edition, 2017, Springer.

Links de interés

https://www.bipm.org/en/publications/

https://kcdb.bipm.org/

https://www.oiml.org/en/publications

https://www.cenam.mx/publicaciones/gratuitas/Default.aspx

https://www.cem.es/divulgacion

http://www.inmetro.gov.br/credenciamento/organismos/doc_organismos.asp?tOrganismo=AvalLAB

https://www.latu.org.uy/publicaciones