Cartografía Matemática

1480

TCI13

Roberto Pérez Rodino - rodino@fing.edu.uy
Esteban Striewe - estriewe@fing.edu.uy

Año 2024

MERCATOR

Gerardo Kramer

M E R C A T O R

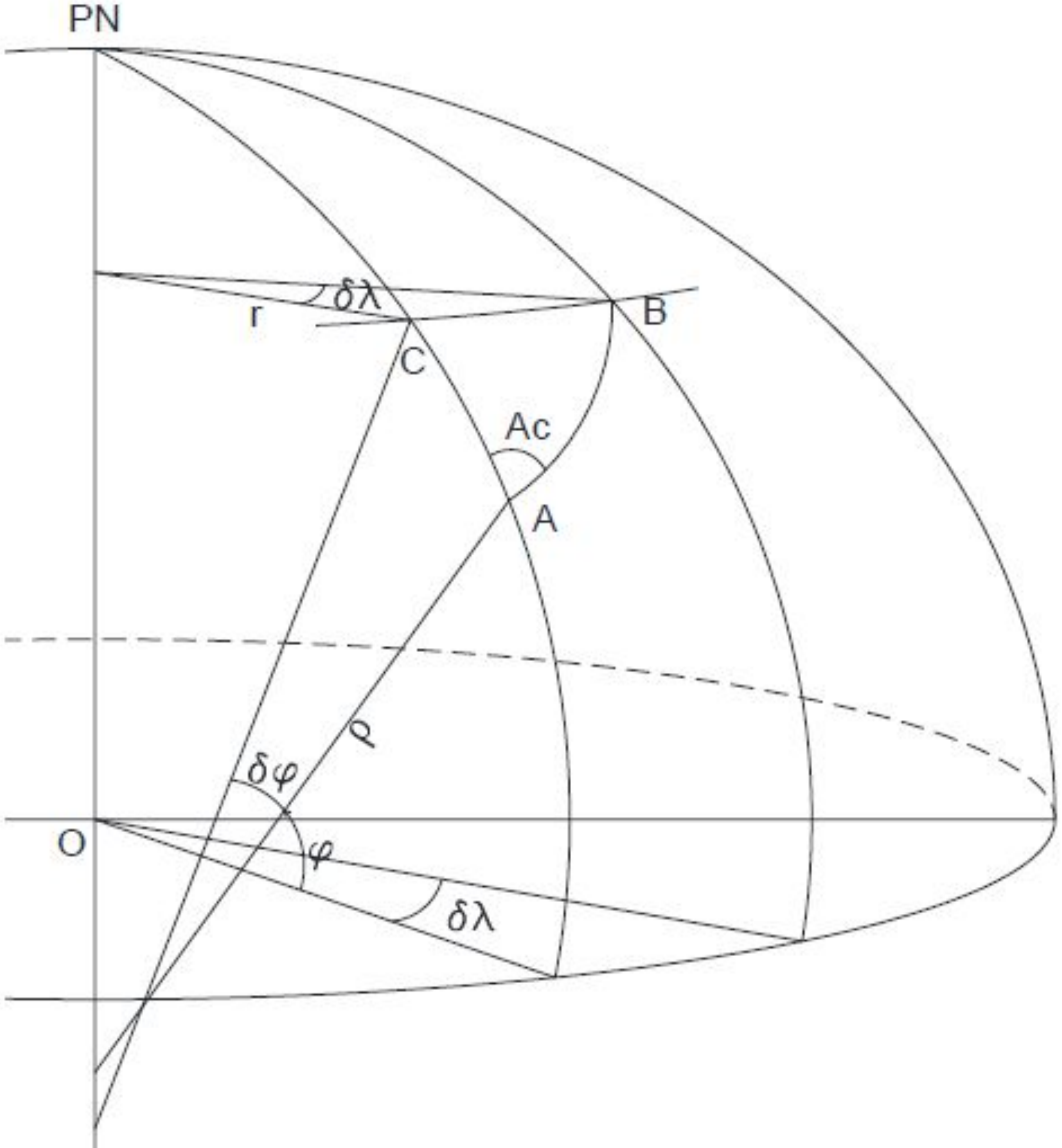
Veamos la ecuación de la loxodrómica.

M E R C A T O R

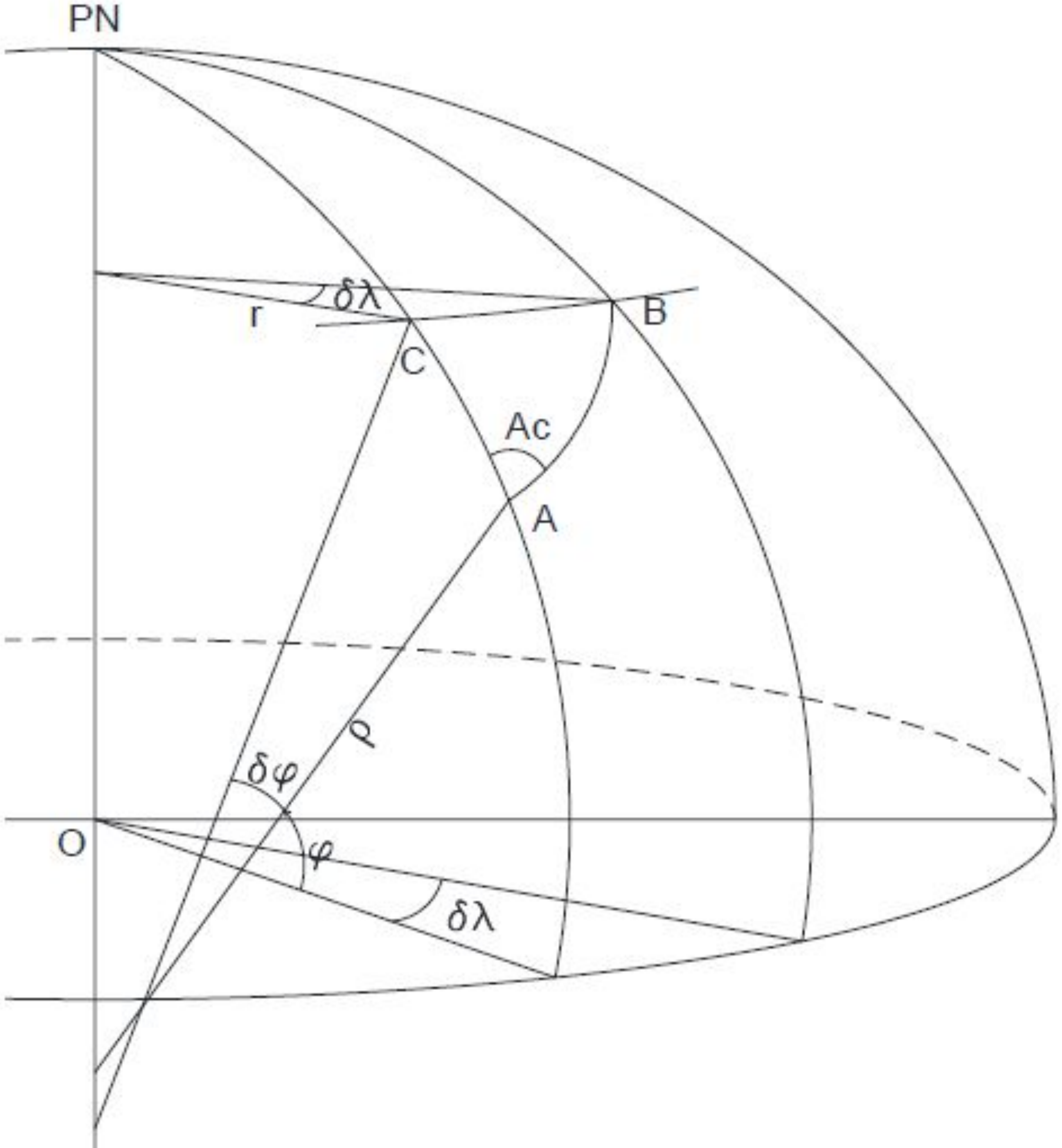
Veamos la ecuación de la loxodrómica.

Para ello consideramos un triángulo ABC en el elipsoide.

M E R C A T O R

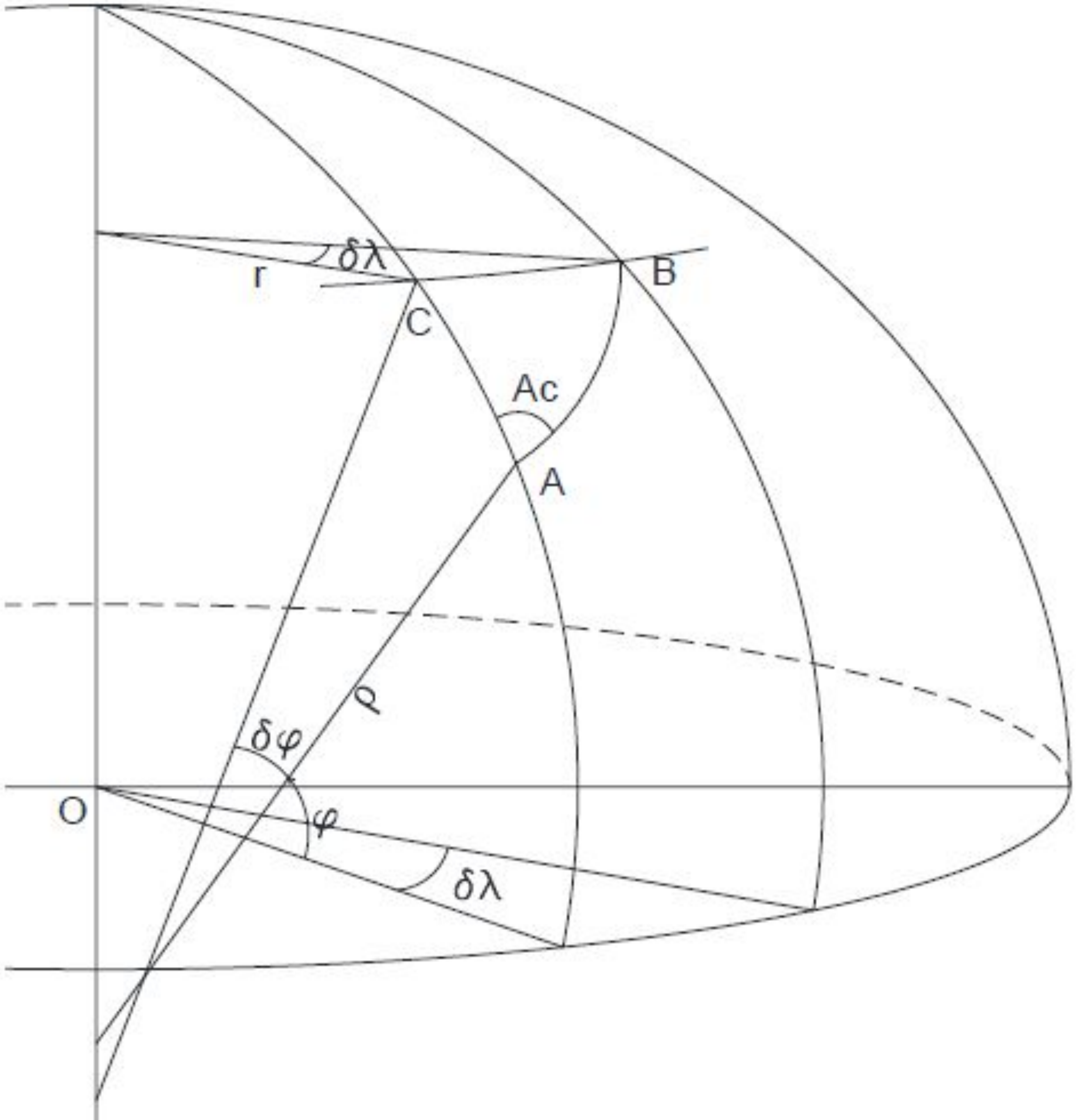


MERCATOR



ABC, muy pequeño.

M E R C A T O R

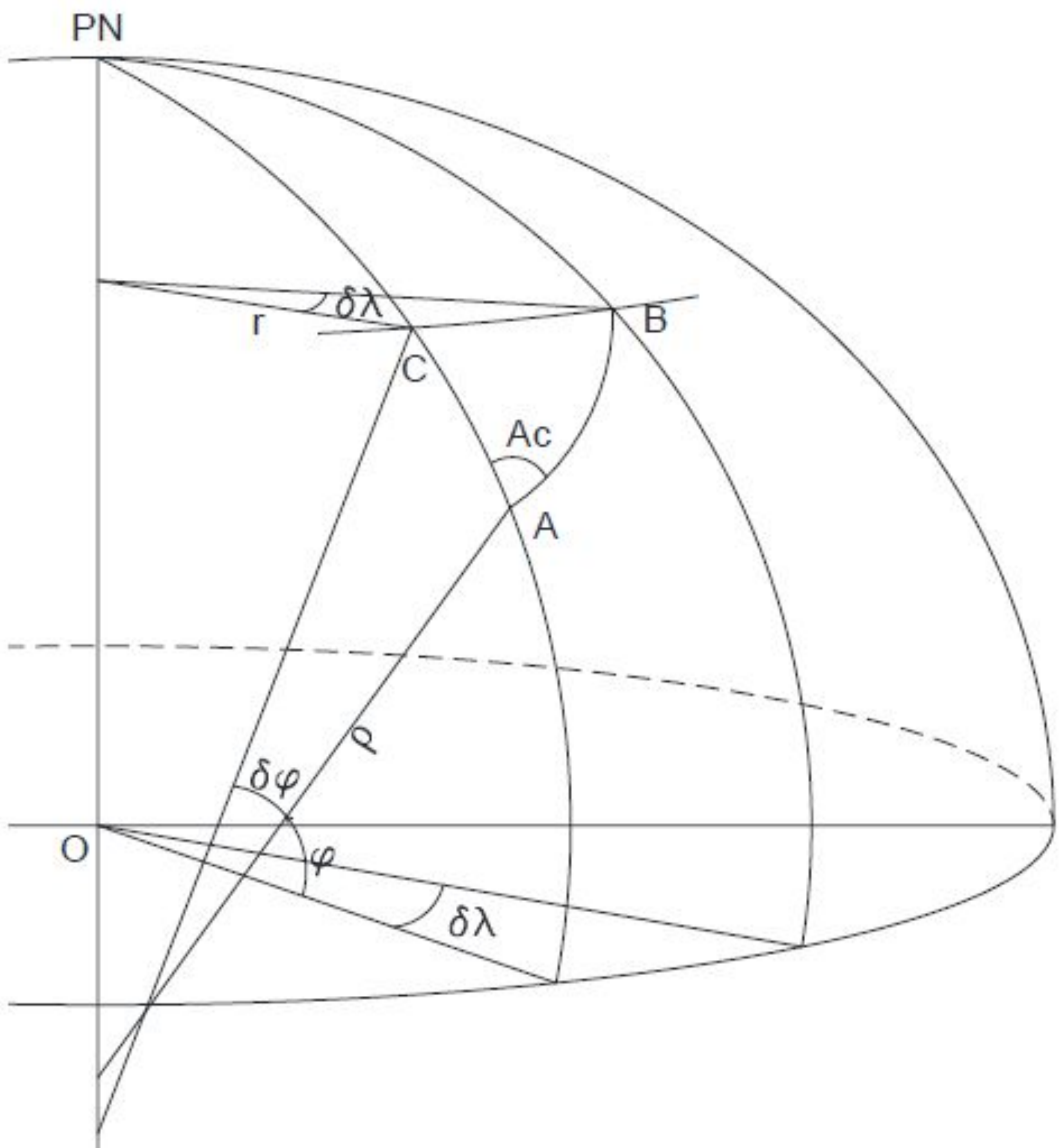


ABC, muy pequeño.

Se cumple:

$$\tan Ac = \frac{BC}{AC} \Rightarrow BC = AC \tan Ac$$

M E R C A T O R



ABC, muy pequeño.

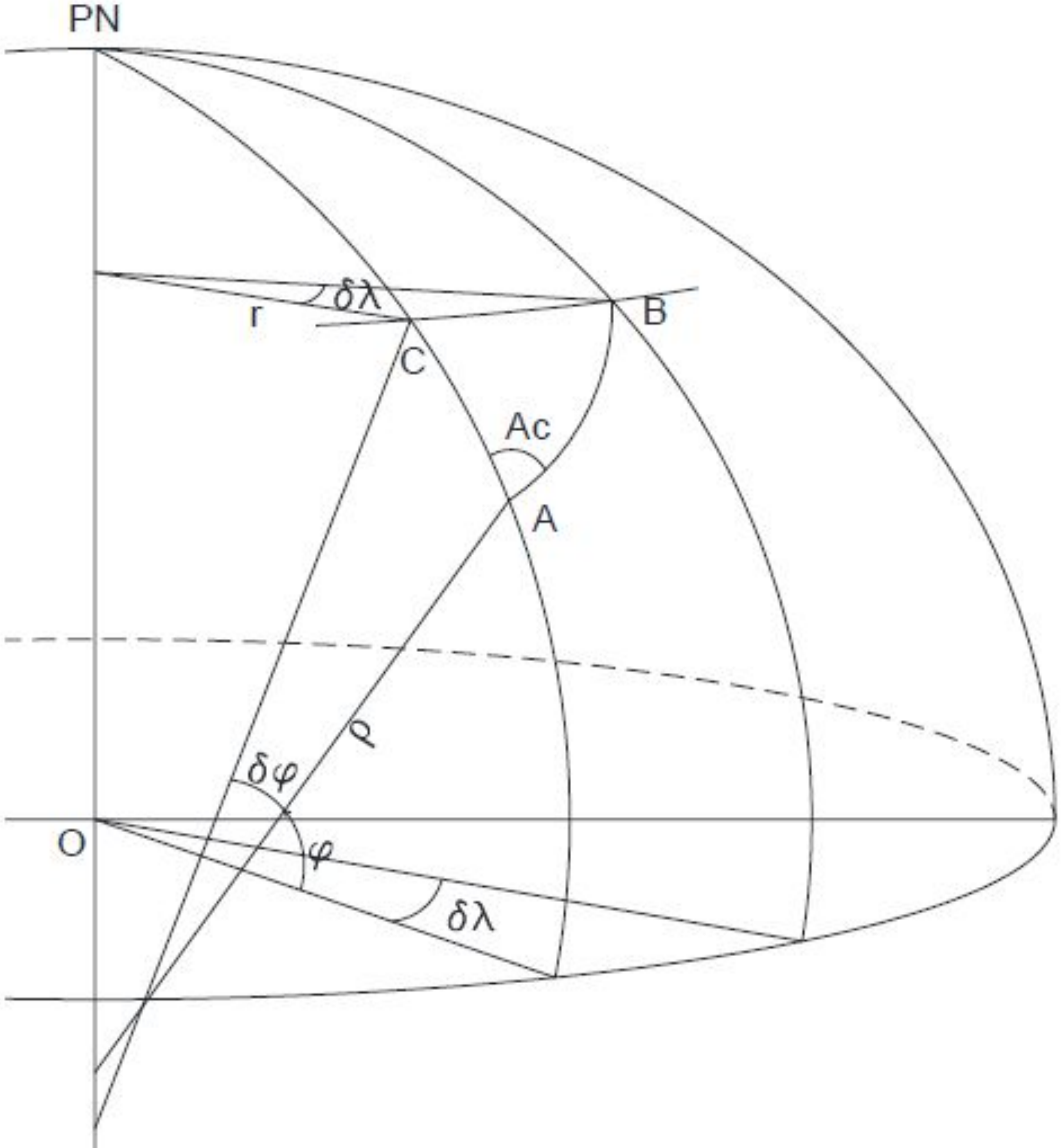
Se cumple:

$$\tan Ac = \frac{BC}{AC} \Rightarrow BC = AC \tan Ac$$

Y sabemos que

$$BC = r d\lambda = N \cos d\lambda, y\ AC = \rho d\varphi$$

MERCATOR



ABC, muy pequeño.

Se cumple:

$$\tan Ac = \frac{BC}{AC} \Rightarrow BC = AC \tan Ac$$

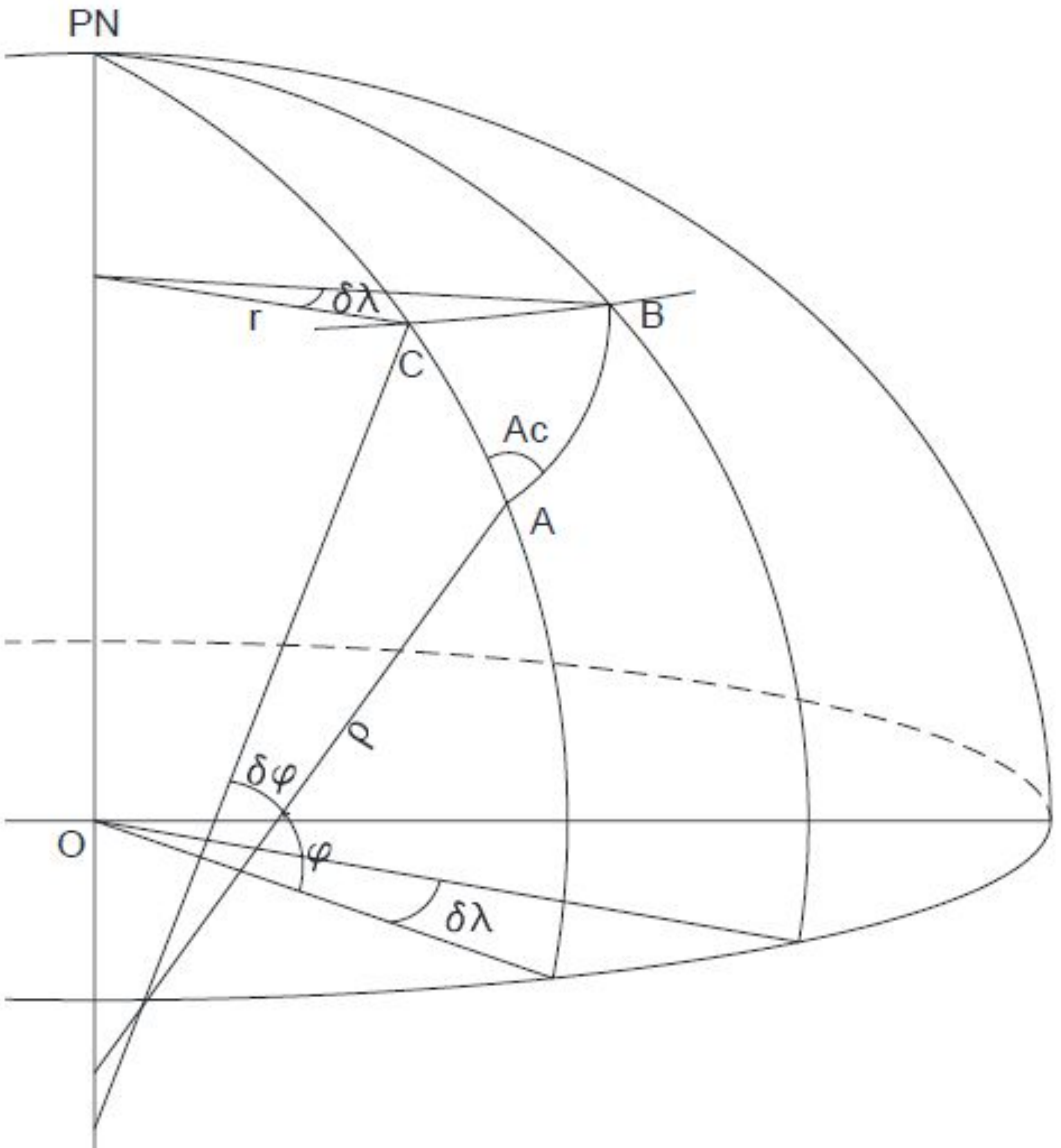
Y sabemos que

$$BC = r d\lambda = N \cos d\lambda, y\ AC = \rho d\varphi$$

Entonces:

$$d\lambda = \frac{\rho}{N} \frac{d\varphi}{\cos \varphi} \tan Ac$$

M E R C A T O R

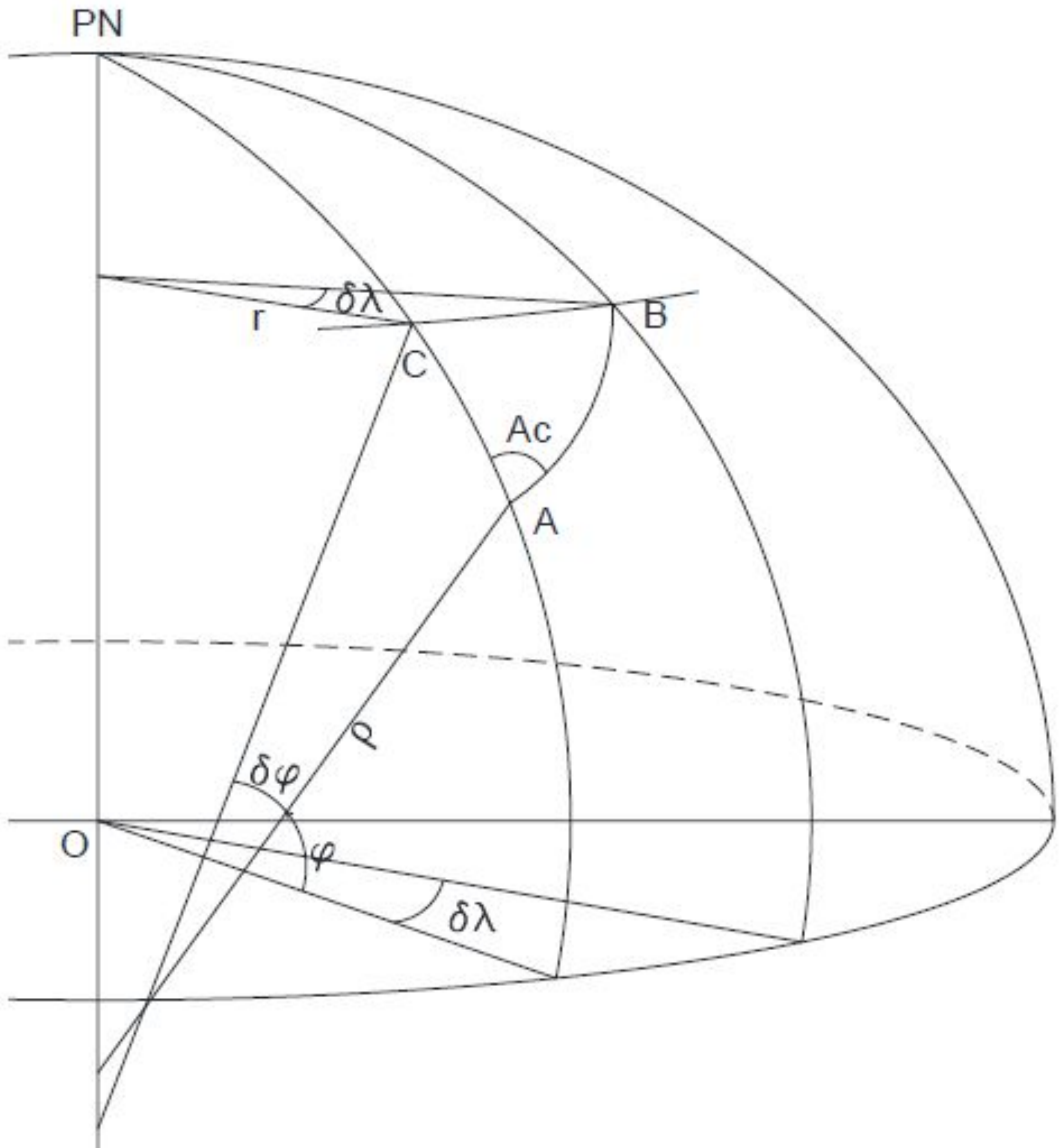


ABC, muy pequeño.

Sustituyendo los radios de curvatura por los valores que ya conocemos:

$$d\lambda = \frac{1-e^2}{1-e^2(\sin\varphi)^2}\frac{d\varphi}{\cos\varphi}\tan Ac$$

MERCATOR



ABC, muy pequeño.

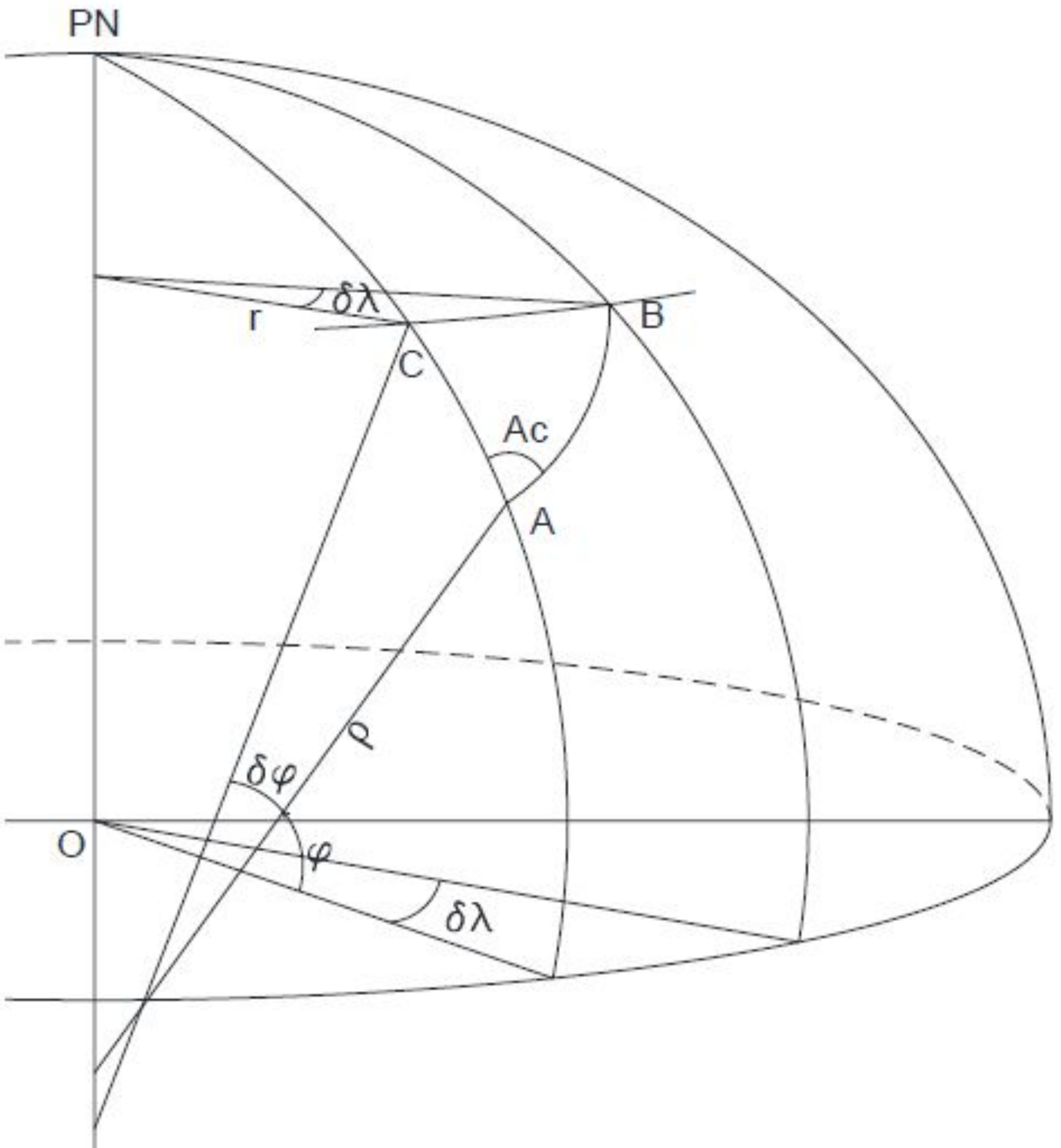
Sustituyendo los radios de curvatura por los valores que ya conocemos:

$$d\lambda = \frac{1-e^2}{1-e^2(\sin\varphi)^2}\frac{d\varphi}{\cos\varphi}\tan Ac$$

Integrando:

$$\lambda_2-\lambda_1=\left[L\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi_2}{2}\right)-e^2\sin\varphi_2-L\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi_1}{2}\right)+e^2\sin\varphi_1\right]\tan Ac$$

MERCATOR



ABC, muy pequeño.

Sustituyendo los radios de curvatura por los valores que ya conocemos:

$$d\lambda = \frac{1-e^2}{1-e^2(\sin\varphi)^2}\frac{d\varphi}{\cos\varphi}\tan Ac$$

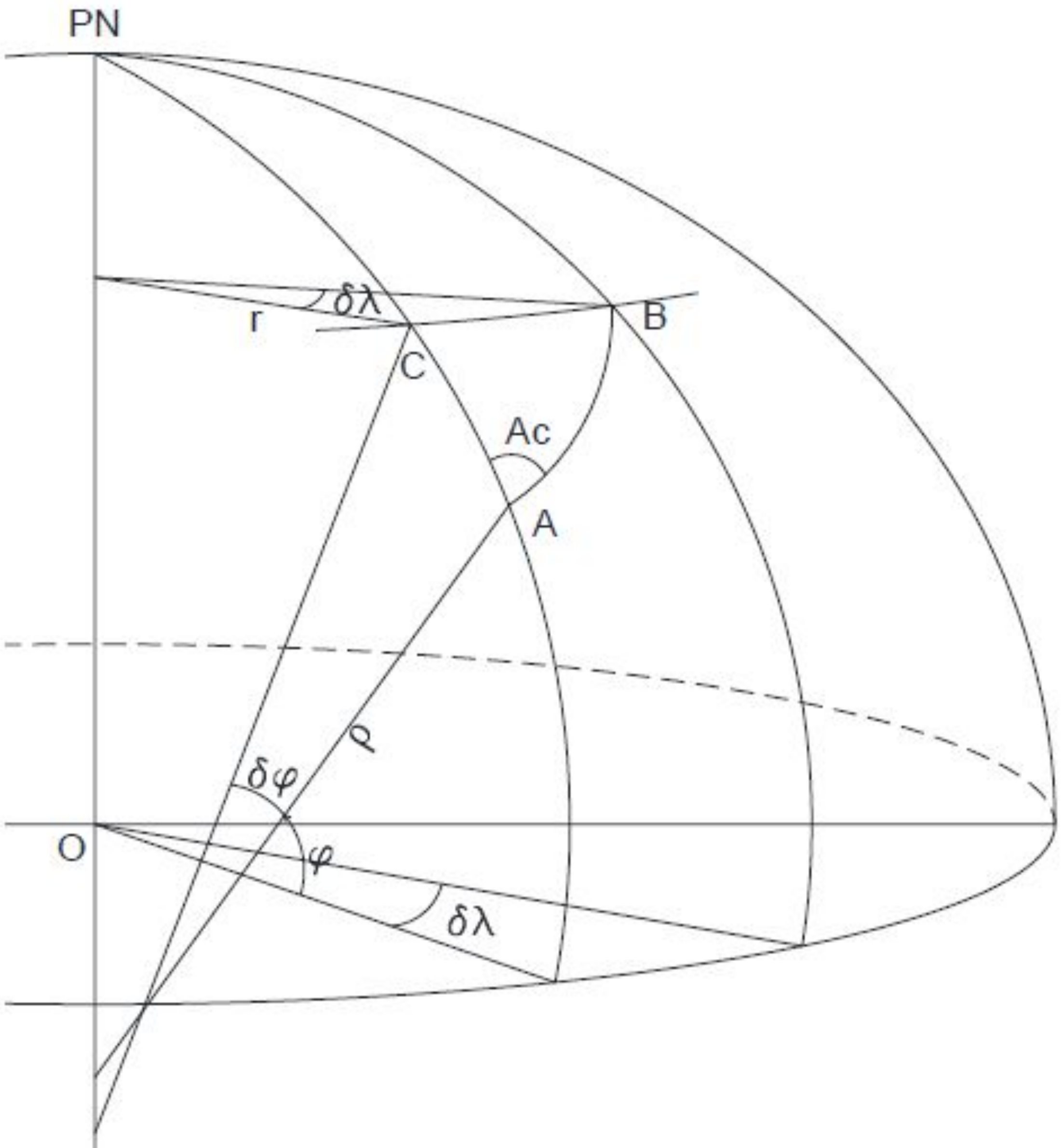
Integrando:

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \left[L\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi_2}{2}\right) - e^2\sin\varphi_2 - L\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi_1}{2}\right) + e^2\sin\varphi_1\right]\tan Ac$$

Ahora hacemos un cambio de variable, introduciendo el concepto de *latitud creciente elipsoídica*, o *latitud creciente de Mercator*.

$$\varphi_{ce} = \frac{1}{M}\log\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}\right) - e^2\sin\varphi \ldots$$

M E R C A T O R

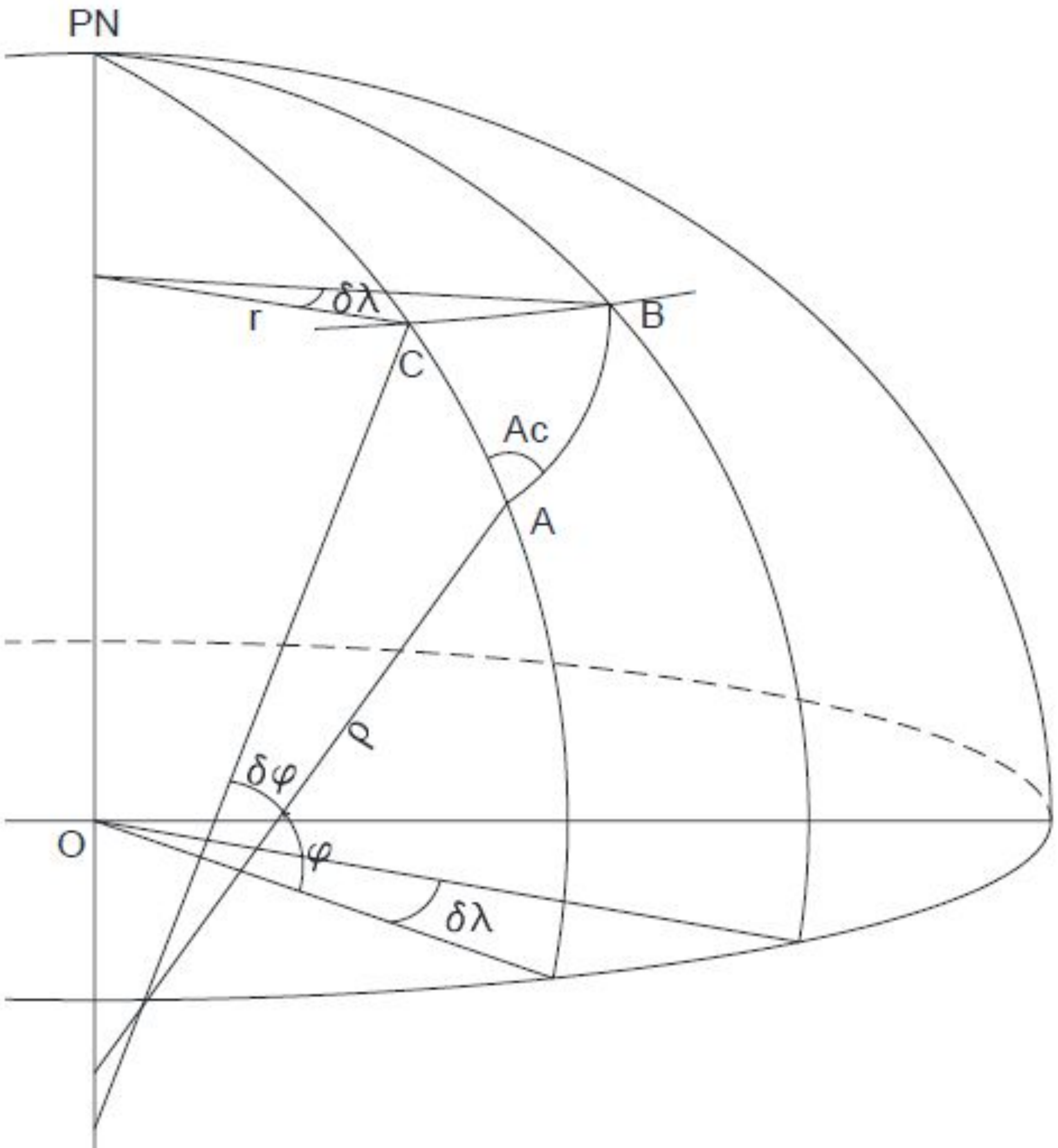


ABC, muy pequeño.

En millas ecuatoriales:

$$\varphi'_{ce} = \frac{10800}{\pi M} log \tan\left(45º + \frac{\varphi}{2}\right) - \frac{10800}{\pi} e^2 \sin\varphi \ldots$$

MERCATOR



ABC, muy pequeño.

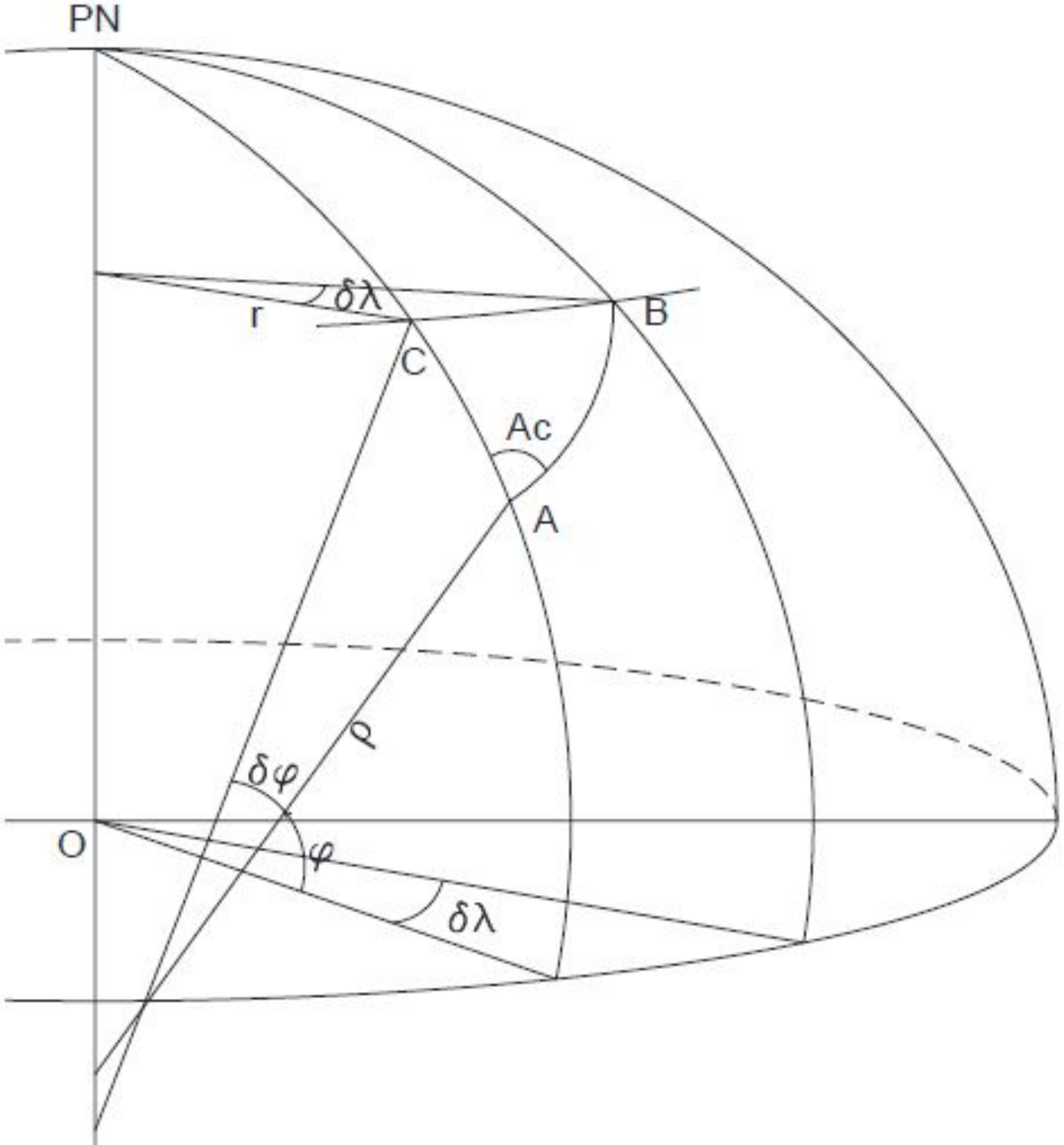
En millas ecuatoriales:

$$\varphi'_{ce} = \frac{10800}{\pi M} log \tan\left(45^{\text{o}} + \frac{\varphi}{2}\right) - \frac{10800}{\pi} e^2 \sin\varphi \ldots$$

Sustituyendo en la expresión vista recién:

$$(\lambda_2 - \lambda_1)^{(r)} = (\varphi_{ce2} - \varphi_{ce1}) \tan Ac$$

MERCATOR



ABC, muy pequeño.

En millas ecuatoriales:

$$\varphi'_{ce} = \frac{10800}{\pi M} log \tan\left(45º + \frac{\varphi}{2}\right) - \frac{10800}{\pi} e^2 \sin\varphi \ldots$$

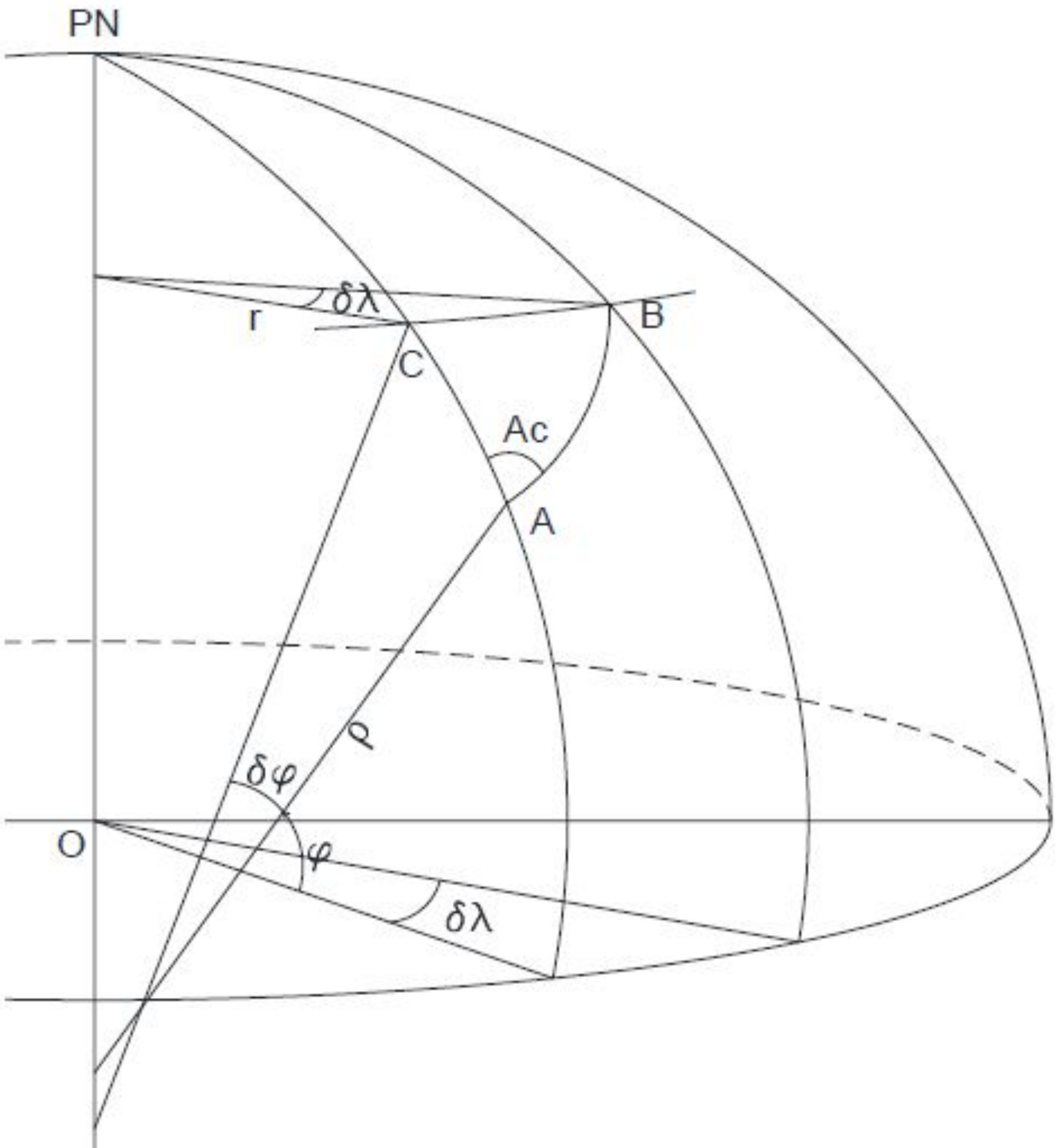
Sustituyendo en la expresión vista recién:

$$(\lambda_2 - \lambda_1)^{(r)} = (\varphi_{ce2} - \varphi_{ce1}) \tan Ac$$

Despejando y utilizando funciones trigonométricas:

$$\varphi_{ce2} - \varphi_{ce1} = \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)^{(r)}}{\tan Ac} = (\lambda_2 - \lambda_1)^{(r)} \cot Ac = (\lambda_2 - \lambda_1)^{(r)} \tan(90º - Ac)$$

M E R C A T O R



ABC, muy pequeño.

En millas ecuatoriales:

$$\varphi'_{ce} = \frac{10800}{\pi M} log \tan\left(45º + \frac{\varphi}{2}\right) - \frac{10800}{\pi} e^2 \sin\varphi \ldots$$

Sustituyendo en la expresión vista recién:

$$(\lambda_2 - \lambda_1)^{(r)} = (\varphi_{ce2} - \varphi_{ce1}) \tan Ac$$

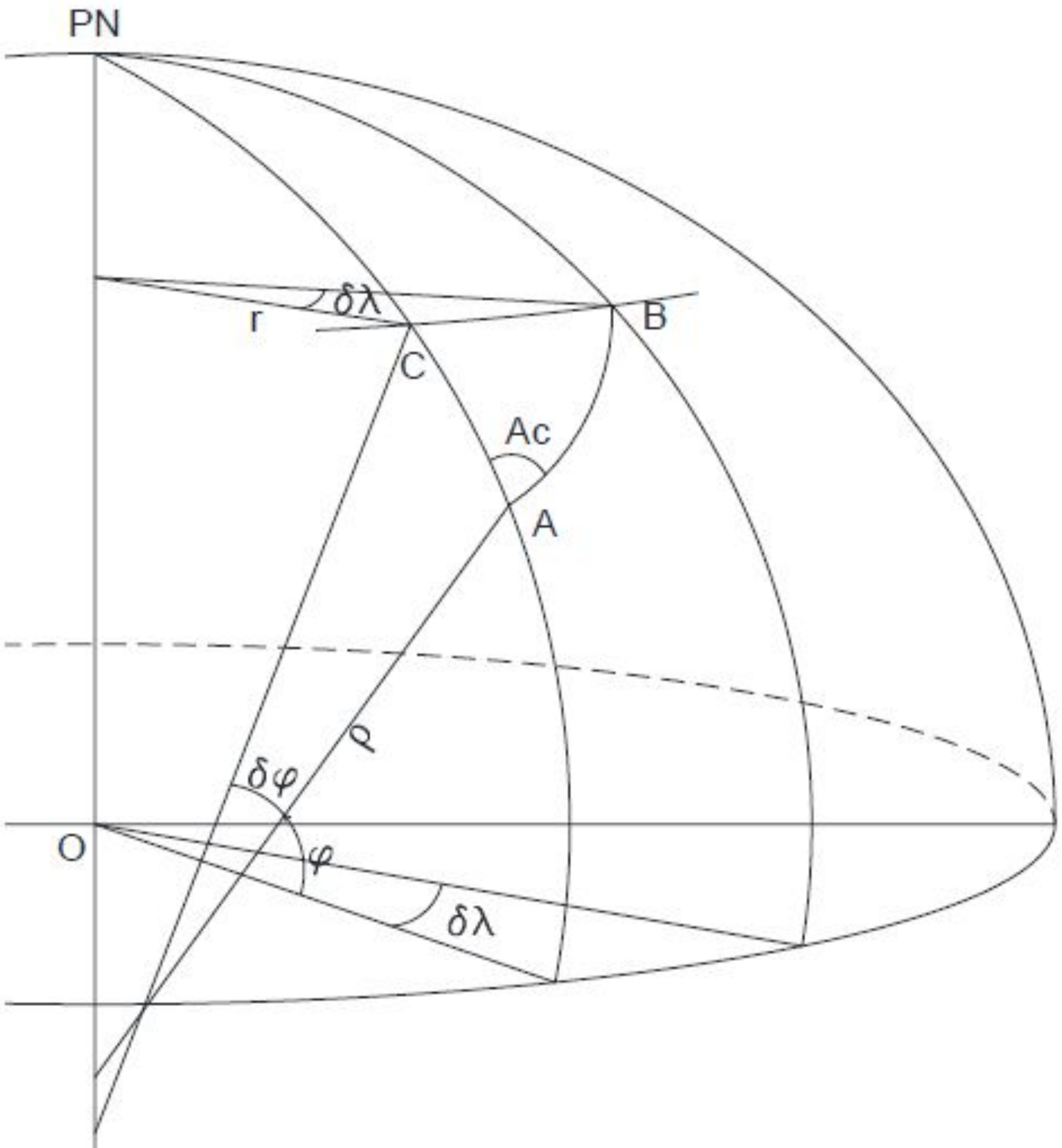
Despejando y utilizando funciones trigonométricas:

$$\varphi_{ce2} - \varphi_{ce1} = \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)^{(r)}}{\tan Ac} = (\lambda_2 - \lambda_1)^{(r)} \cot Ac = (\lambda_2 - \lambda_1)^{(r)} \tan(90º - Ac)$$

Resulta en que la diferencia de latitudes crecientes elipsoídicas en radianes es:

$$\varphi_{ce2} - \varphi_{ce1} = (\lambda_2 - \lambda_1)^{(r)} \tan(90º - Ac)$$

MERCATOR

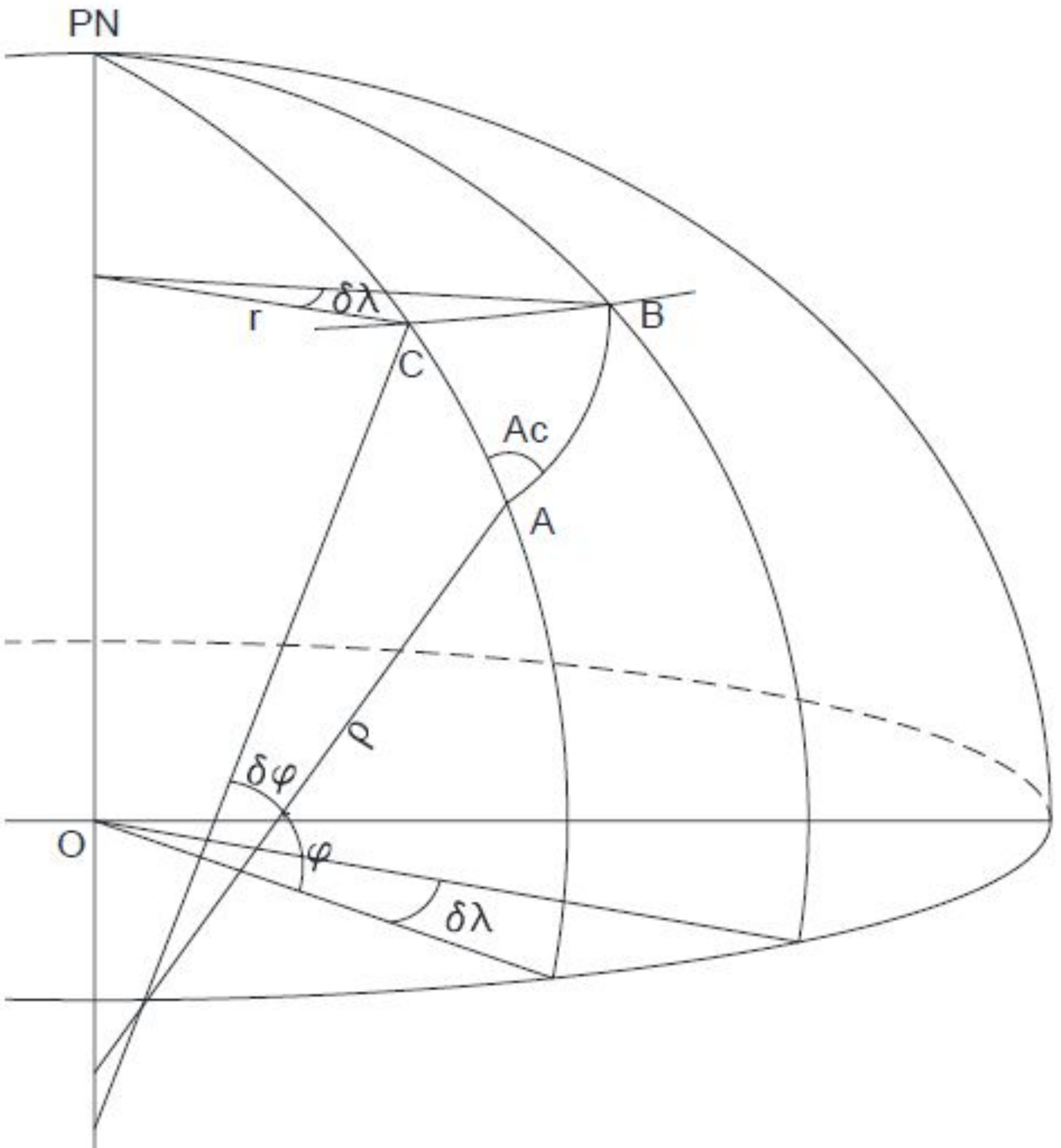


ABC, muy pequeño.

Resulta en que la diferencia de latitudes crecientes elipsoídicas en radianes es:

$$\varphi_{ce2} - \varphi_{ce1} = (\lambda_2 - \lambda_1)^{(r)} \tan(90^{\underline{o}} - Ac)$$

M E R C A T O R



ABC, muy pequeño.

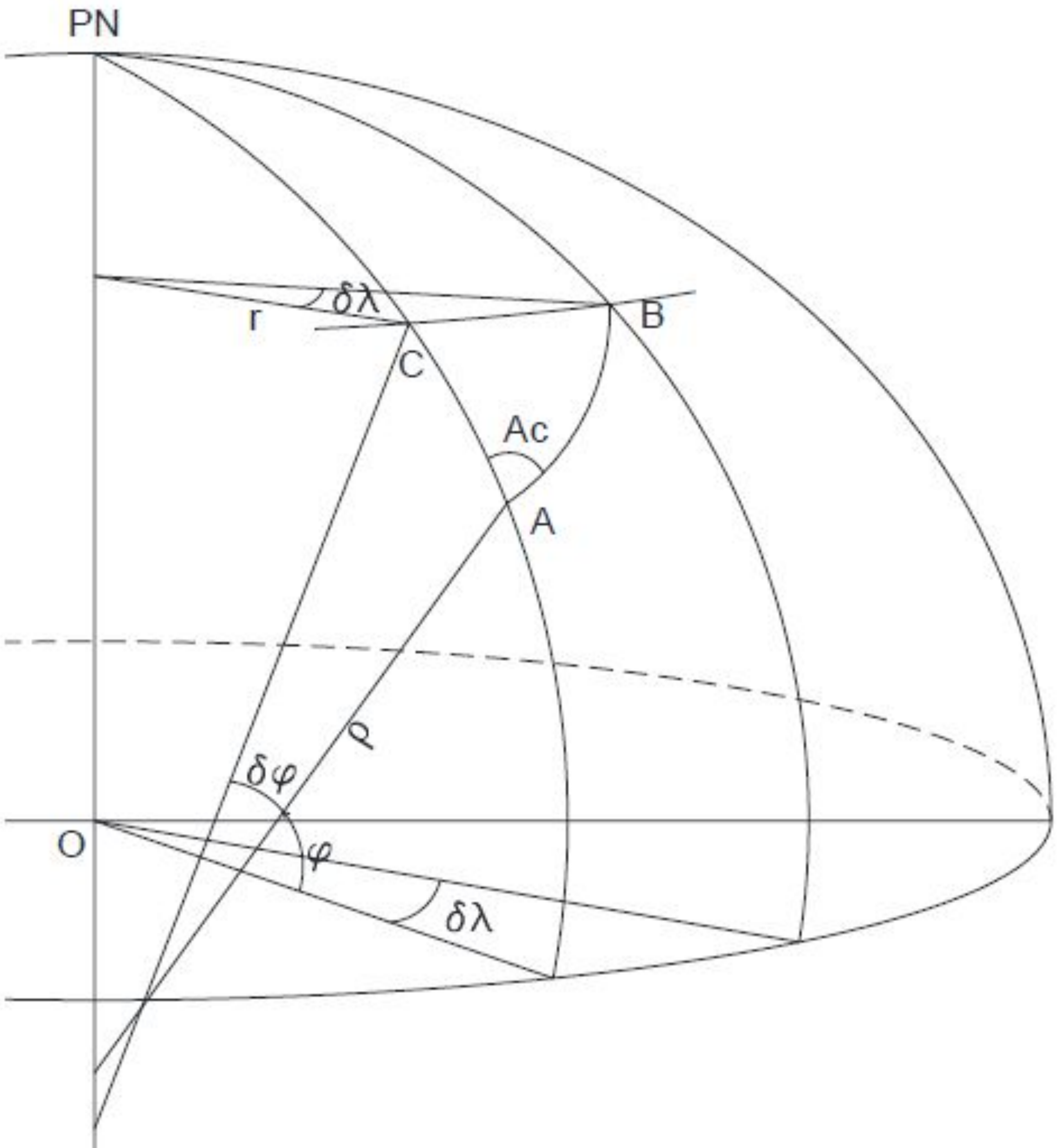
Resulta en que la diferencia de latitudes crecientes elipsoídicas en radianes es:

$$\varphi_{ce2} - \varphi_{ce1} = (\lambda_2 - \lambda_1)^{(r)} \tan(90^{\text{º}} - Ac)$$

Y en millas ecuatoriales:

$$\varphi'_{ce2} - \varphi'_{ce1} = (\lambda_2 - \lambda_1)' \tan(90 - Ac)$$

M E R C A T O R



ABC, muy pequeño.

Resulta en que la diferencia de latitudes crecientes elipsoídicas en radianes es:

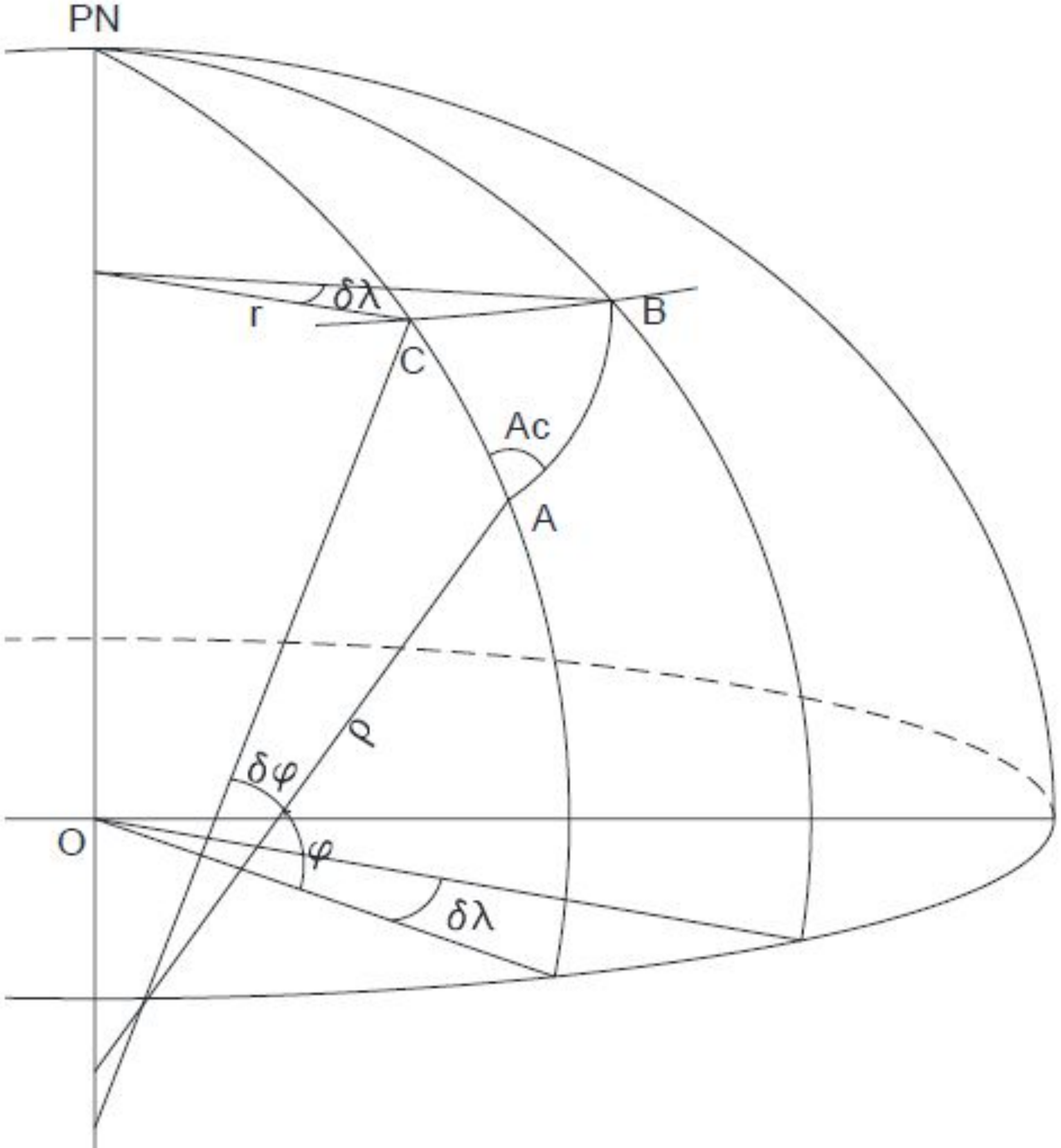
$$\varphi_{ce2} - \varphi_{ce1} = (\lambda_2 - \lambda_1)^{(r)} \tan(90^{\circ} - Ac)$$

Y en millas ecuatoriales:

$$\varphi'_{ce2} - \varphi'_{ce1} = (\lambda_2 - \lambda_1)' \tan(90 - Ac)$$

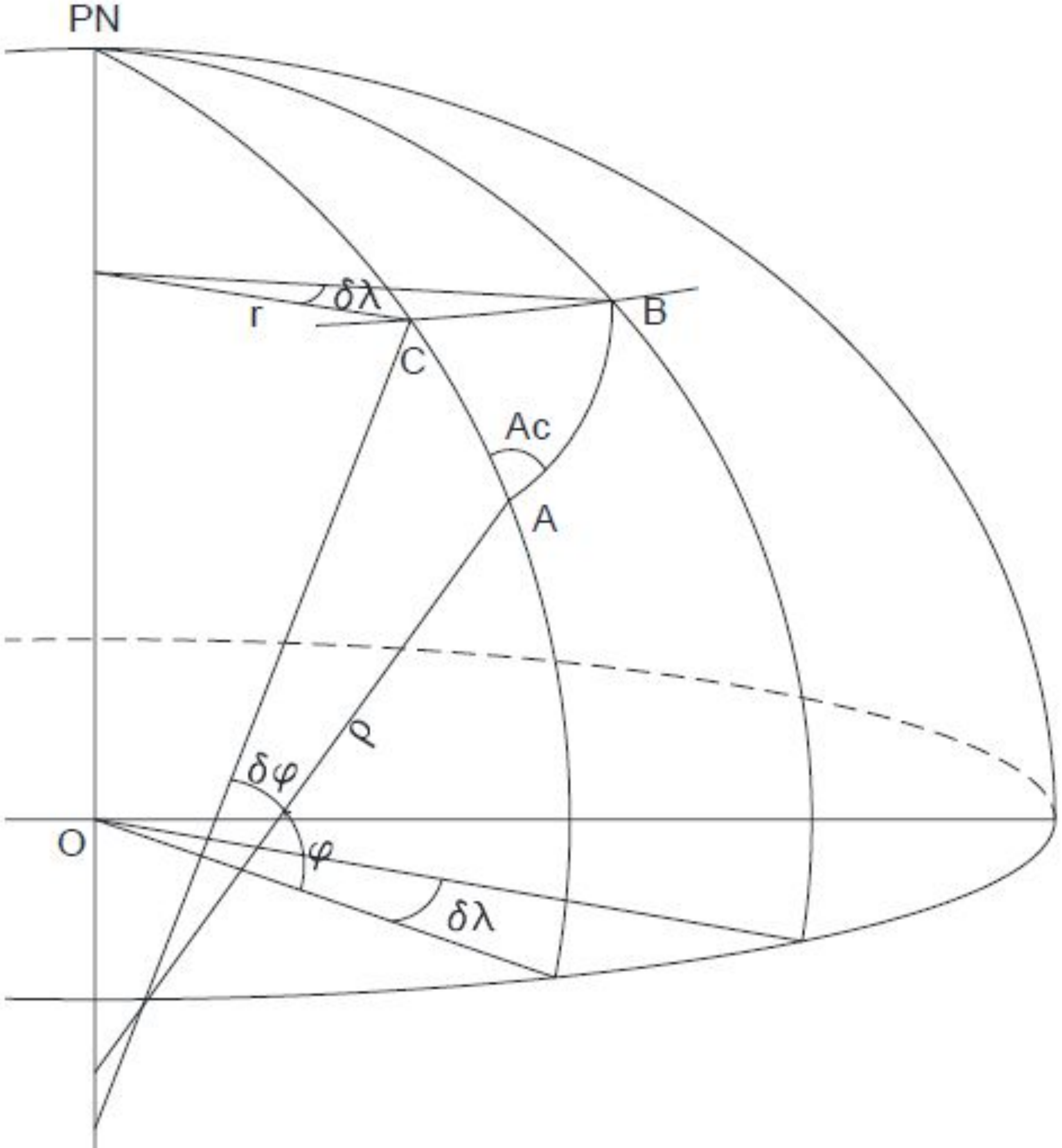
Estas expresiones representan una recta que pasa por los puntos $1(\varphi_{ce1};\lambda_1)$ y $2(\varphi_{ce2};\lambda_2)$ y forma un ángulo igual a 90º-Ac con el eje horizontal, o sea un ángulo igual al Ac con el eje vertical.

M E R C A T O R

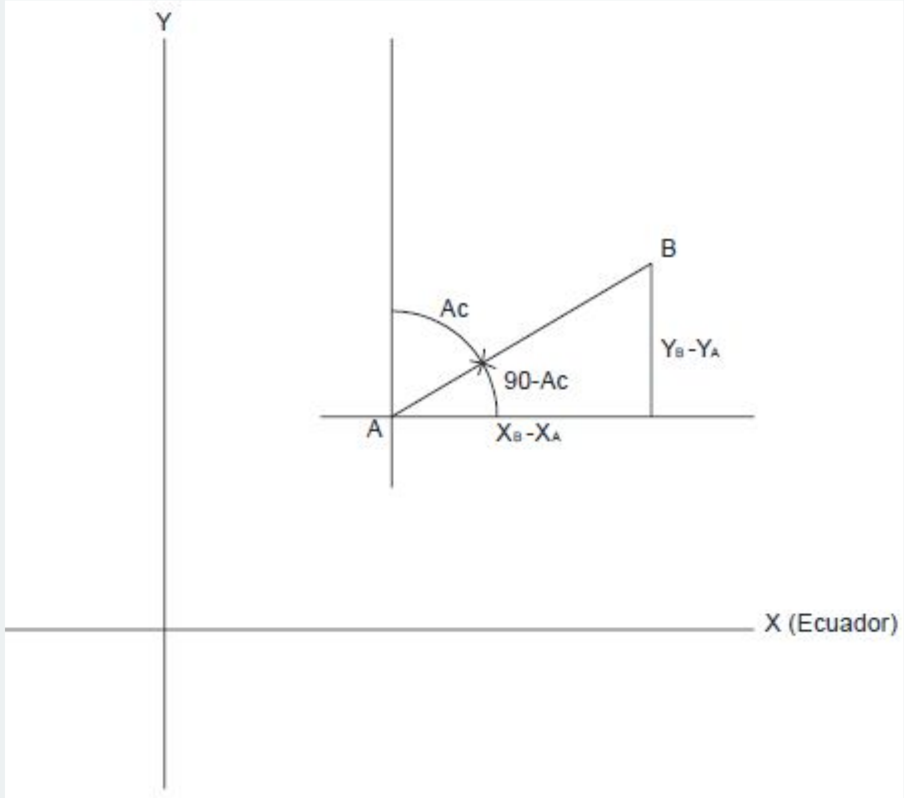


Vayamos al plano.

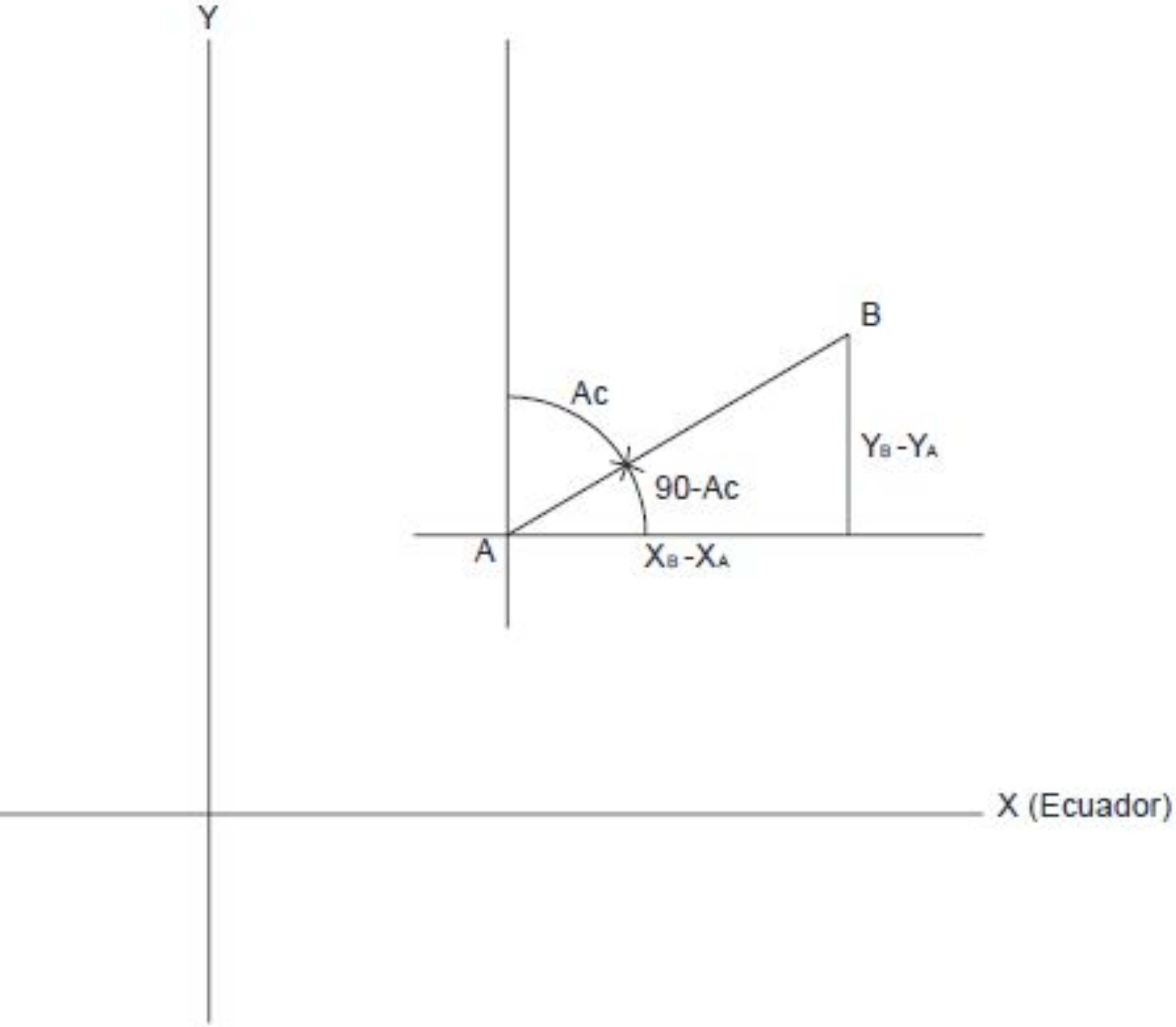
M E R C A T O R



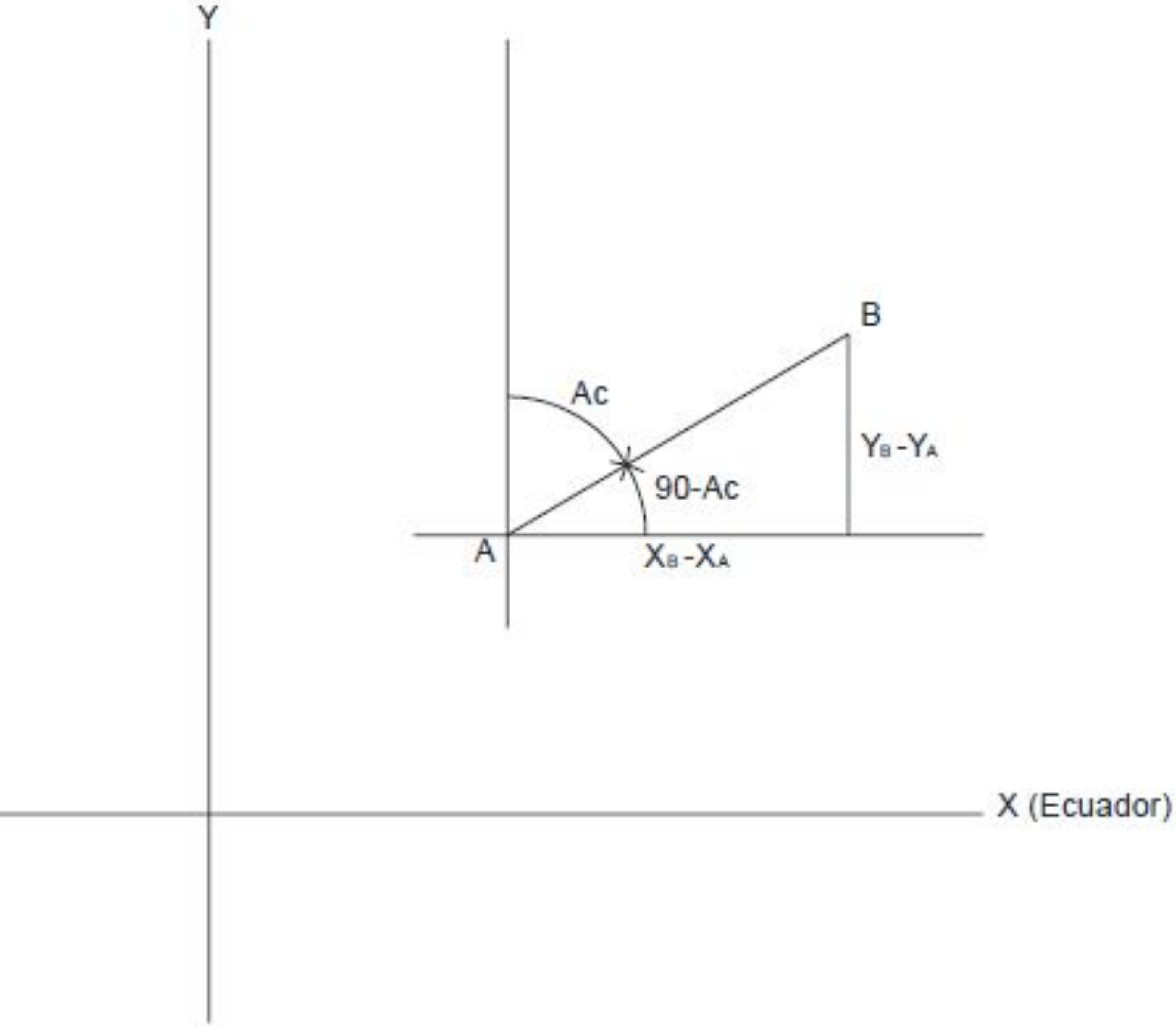
Vayamos al plano.



MERCATOR

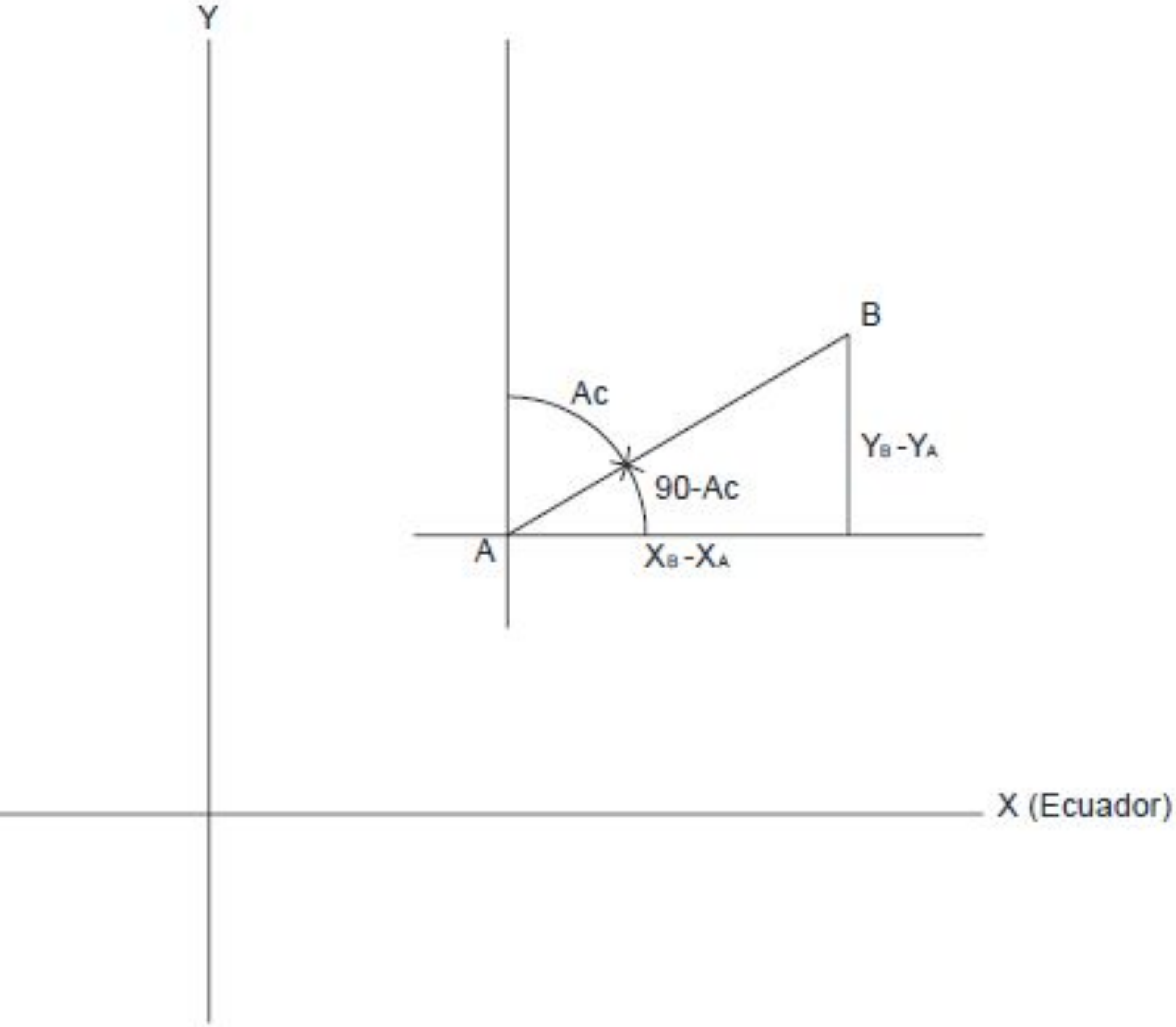


M E R C A T O R



$$X = \lambda \; e \; Y = \varphi_{ce}$$

MERCATOR



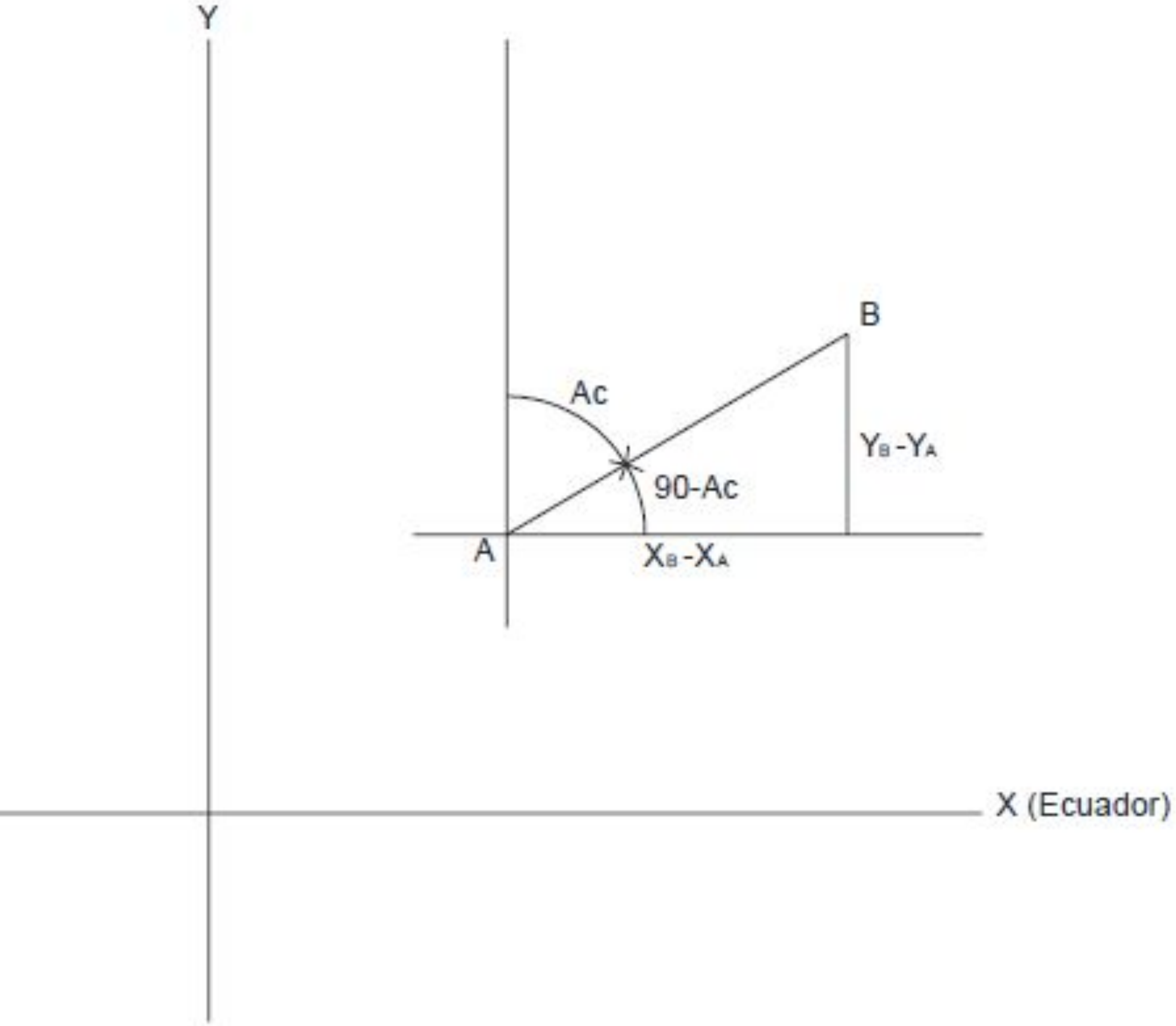
$$X = \lambda \; e \; Y = \varphi_{ce}$$

La ecuación de la loxodrómica en este sistema de ejes cartesianos es:

$$Y_B - Y_A = (X_B - X_A)\tan(90 - Ac)$$

que representa la ecuación de una recta que pasa por A y por B y forma un ángulo igual a 90-Ac con el eje de las X.

MERCATOR



$$X = \lambda \text{ e } Y = \varphi_{ce}$$

La ecuación de la loxodrómica en este sistema de ejes cartesianos es:

$$Y_B - Y_A = (X_B - X_A)\tan(90 - Ac)$$

que representa la ecuación de una recta que pasa por A y por B y forma un ángulo igual a 90-Ac con el eje de las X.

Por lo tanto, a una loxodrómica le corresponde una recta y recíprocamente, toda recta representa una loxodrómica.

M E R C A T O R

Analicemos los casos límite.

M E R C A T O R

Analicemos los casos límite.

MERCATOR

Analicemos los casos límite.

Si Ac=0º o Ac=180º implica $\frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} = \tan(\pm 90º) \rightarrow \pm\infty$

MERCATOR

Analicemos los casos límite.

Si Ac=0º o Ac=180º implica $\frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} = \tan(\pm 90º) \rightarrow \pm\infty$

Por lo que $X_B \rightarrow X_A$

M E R C A T O R

Analicemos los casos límite.

Si Ac=0º o Ac=180º implica $\frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} = \tan(\pm 90º) \rightarrow \pm\infty$

Por lo que $X_B \rightarrow X_A$

Es la representación de un recta vertical.

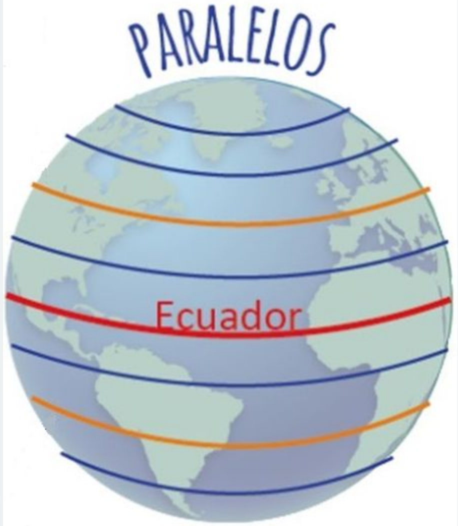
M E R C A T O R

Analicemos los casos límite.

Si Ac=0º o Ac=180º implica $\frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} = \tan(\pm 90º) \rightarrow \pm\infty$

Por lo que $X_B \rightarrow X_A$

Es la representación de un recta vertical.



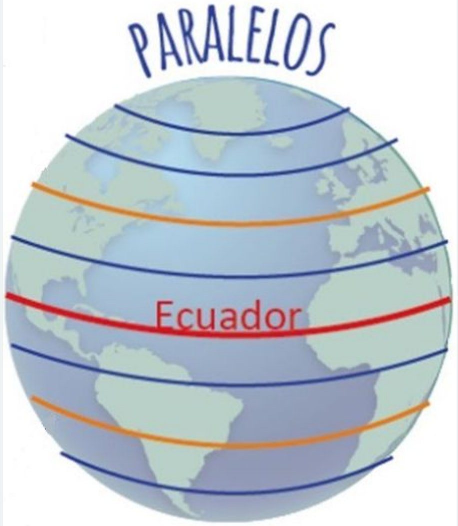
MERCATOR

Analicemos los casos límite.

Si Ac=0º o Ac=180º implica $\frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} = \tan(\pm 90º) \rightarrow \pm\infty$

Por lo que $X_B \rightarrow X_A$

Es la representación de un recta vertical.



Si Ac=90º o Ac=-90º implica $\frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} = \tan(0º/180º) \rightarrow 0$

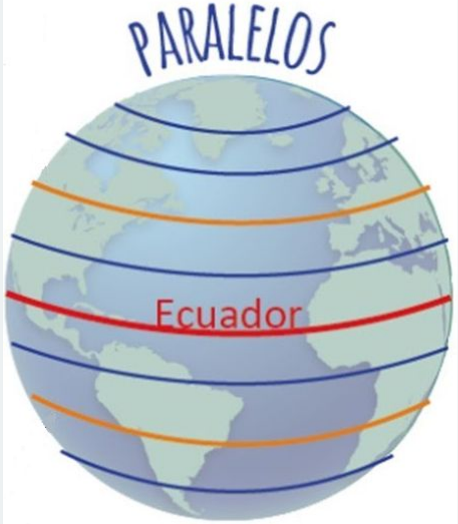
MERCATOR

Analicemos los casos límite.

Si Ac=0º o Ac=180º implica $\frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} = \tan(\pm 90º) \rightarrow \pm\infty$

Por lo que $X_B \rightarrow X_A$

Es la representación de un recta vertical.



Si Ac=90º o Ac=-90º implica $\frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} = \tan(0º/180º) \rightarrow 0$

Por lo que $Y_B \rightarrow Y_A$

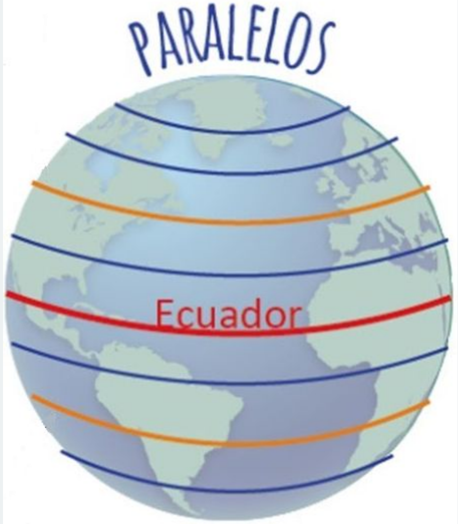
M E R C A T O R

Analicemos los casos límite.

Si Ac=0º o Ac=180º implica $\frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} = \tan(\pm 90º) \rightarrow \pm\infty$

Por lo que $X_B \rightarrow X_A$

Es la representación de un recta vertical.



Si Ac=90º o Ac=-90º implica $\frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} = \tan(0º/180º) \rightarrow 0$

Por lo que $Y_B \rightarrow Y_A$

Es la representación de un recta horizontal.

M E R C A T O R

Analicemos los casos límite.

Se deduce entonces que los **meridianos** se representan por rectas verticales y los **paralelos** por rectas horizontales, por tanto, son perpendiculares.

M E R C A T O R

Unidad de la carta μ

Magnitud que en la carta representa un minuto de arco de ecuador o milla náutica

M E R C A T O R

Unidad de la carta μ

Magnitud que en la carta representa un minuto de arco de ecuador o milla náutica

Dado un punto P en el elipsoide, al que le corresponde un punto P’ en la carta:

$$P(\varphi;\lambda) \rightarrow P'(X;Y)$$

M E R C A T O R

Unidad de la carta μ

Magnitud que en la carta representa un minuto de arco de ecuador o milla náutica

Dado un punto P en el elipsoide, al que le corresponde un punto P’ en la carta:

$$P(\varphi;\lambda) \rightarrow P'(X;Y)$$

Si expresamos a P’ en millas ecuatoriales:

$$X' = \lambda$$
$$Y' = \varphi_{ce}$$

MERCATOR

Unidad de la carta μ

Magnitud que en la carta representa un minuto de arco de ecuador o milla náutica

Dado un punto P en el elipsoide, al que le corresponde un punto P' en la carta:

$$P(\varphi;\lambda) \rightarrow P'(X;Y)$$

Si expresamos a P' en millas ecuatoriales:

$$X' = \lambda$$
$$Y' = \varphi_{ce}$$

Y en unidad de carta:

$$X = \mu\lambda'$$
$$Y = \mu\varphi'_{ce}$$

M E R C A T O R

Escala *E*

M E R C A T O R

<u>Escala</u> *E*

Como ya hemos hablado, la escala es el cociente entre una magnitud representada en la carta sobre dicha magnitud en la Tierra.

M E R C A T O R

Escala E

Como ya hemos hablado, la escala es el cociente entre una magnitud representada en la carta sobre dicha magnitud en la Tierra.

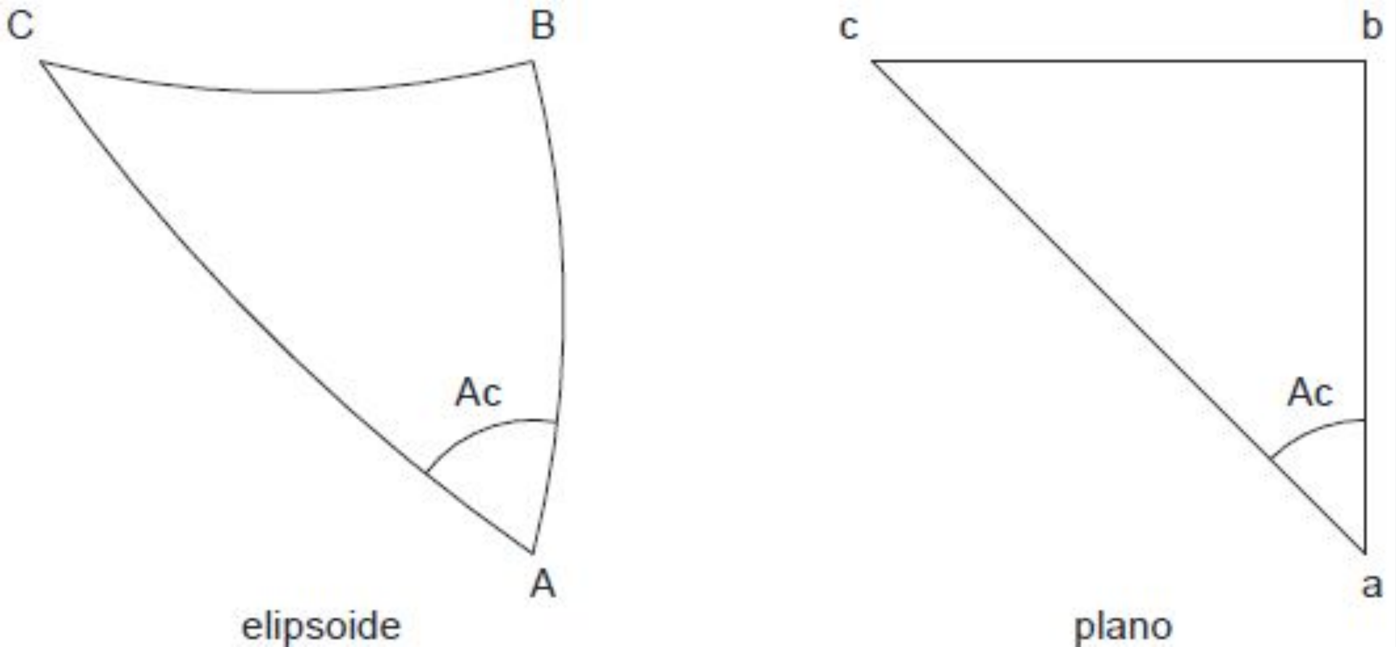
Veamos cómo se comporta la escala en la Proyección Mercator.

M E R C A T O R

<u>Escala</u> *E*

Como ya hemos hablado, la escala es el cociente entre una magnitud representada en la carta sobre dicha magnitud en la Tierra.

Veamos cómo se comporta la escala en la Proyección Mercator.

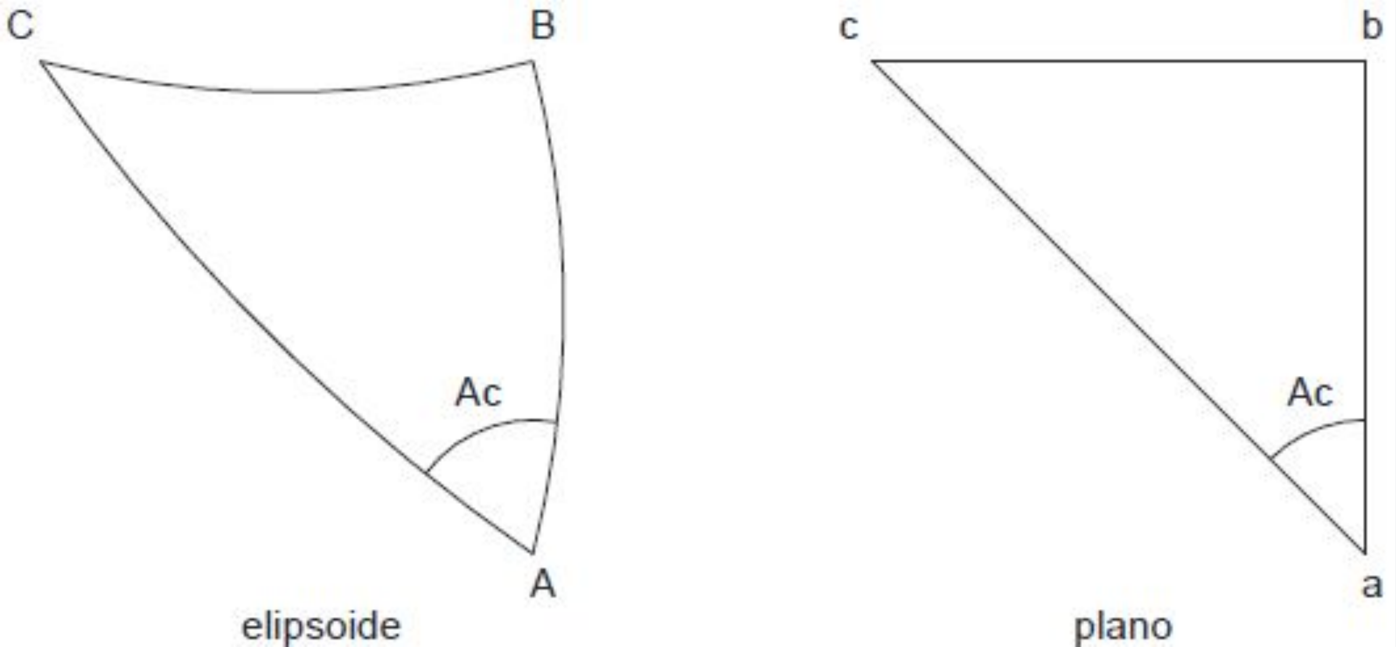


MERCATOR

Escala E

Como ya hemos hablado, la escala es el cociente entre una magnitud representada en la carta sobre dicha magnitud en la Tierra.

Veamos cómo se comporta la escala en la Proyección Mercator.



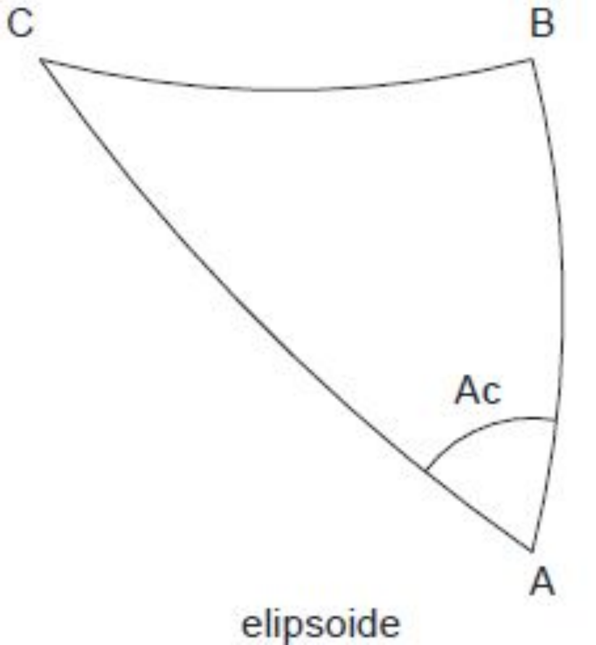
$$E = \frac{ab}{AB} = \frac{ac}{AC} = \frac{bc}{BC}$$

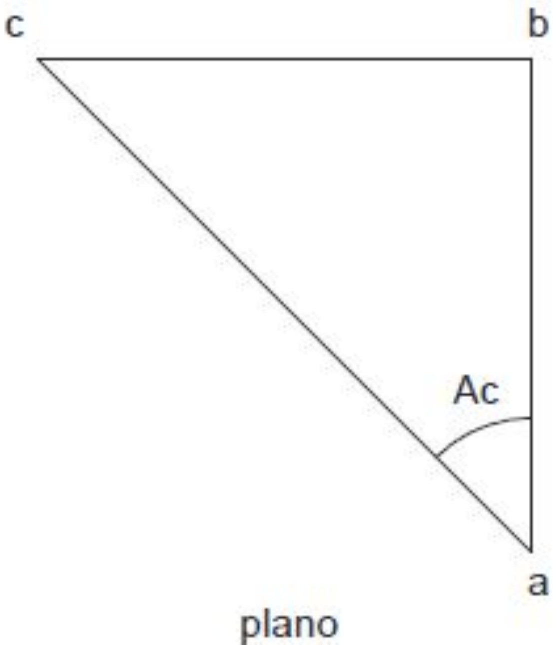
MERCATOR

Escala *E*

Como ya hemos hablado, la escala es el cociente entre una magnitud representada en la carta sobre dicha magnitud en la Tierra.

Veamos cómo se comporta la escala en la Proyección Mercator.





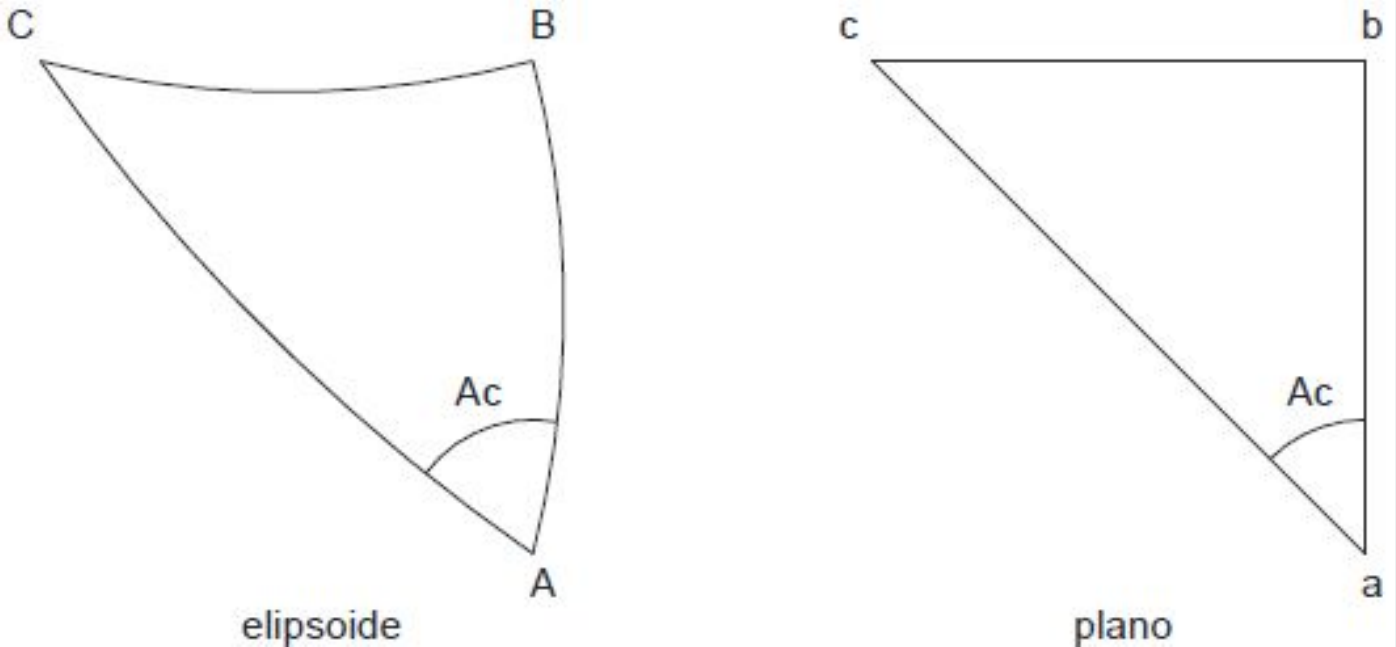
$$E = \frac{ab}{AB} = \frac{ac}{AC} = \frac{bc}{BC}$$

MERCATOR

<u>Escala</u> *E*

Como ya hemos hablado, la escala es el cociente entre una magnitud representada en la carta sobre dicha magnitud en la Tierra.

Veamos cómo se comporta la escala en la Proyección Mercator.



$$E = \frac{ab}{AB} = \frac{ac}{AC} = \frac{bc}{BC}$$

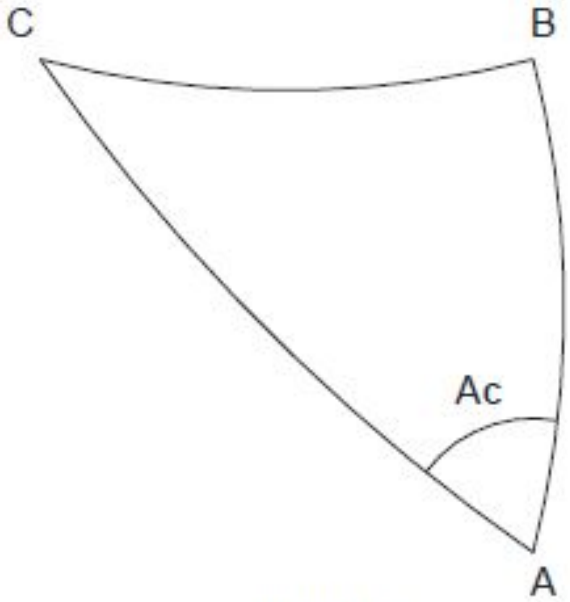
$$bc = \mu a d\lambda \text{ y } BC = N \cos\varphi \, d\lambda$$

MERCATOR

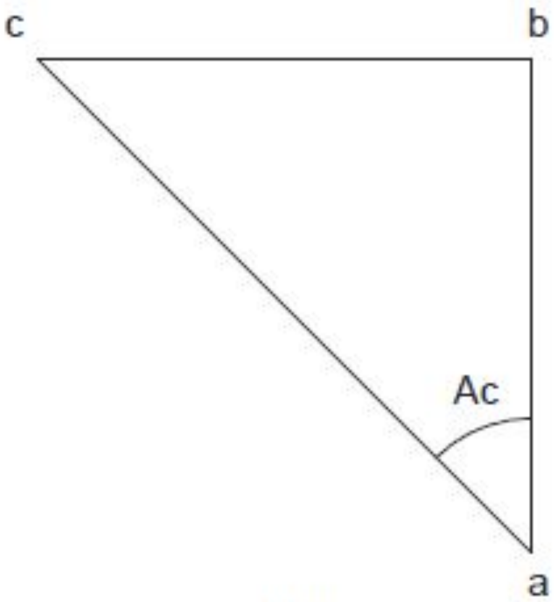
Escala E

Como ya hemos hablado, la escala es el cociente entre una magnitud representada en la carta sobre dicha magnitud en la Tierra.

Veamos cómo se comporta la escala en la Proyección Mercator.



elipsoide



plano

$$E = \frac{ab}{AB} = \frac{ac}{AC} = \frac{bc}{BC}$$

$$bc = \mu a d\lambda \ y \ BC = N \cos\varphi \, d\lambda$$

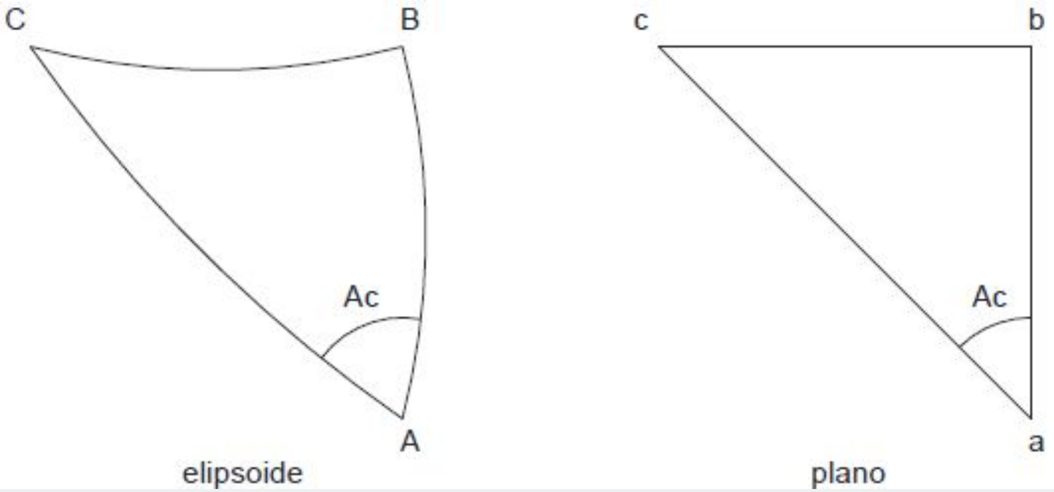
Expresando el semieje mayor en millas náuticas:

$$2\pi a = 360x60 = 21600' \Rightarrow a = \frac{21600'}{2\pi} = 3437.746771$$

M E R C A T O R

Escala *E*

Como ya hemos hablado, la escala es el cociente entre una magnitud representada en la carta sobre dicha magnitud en la Tierra.

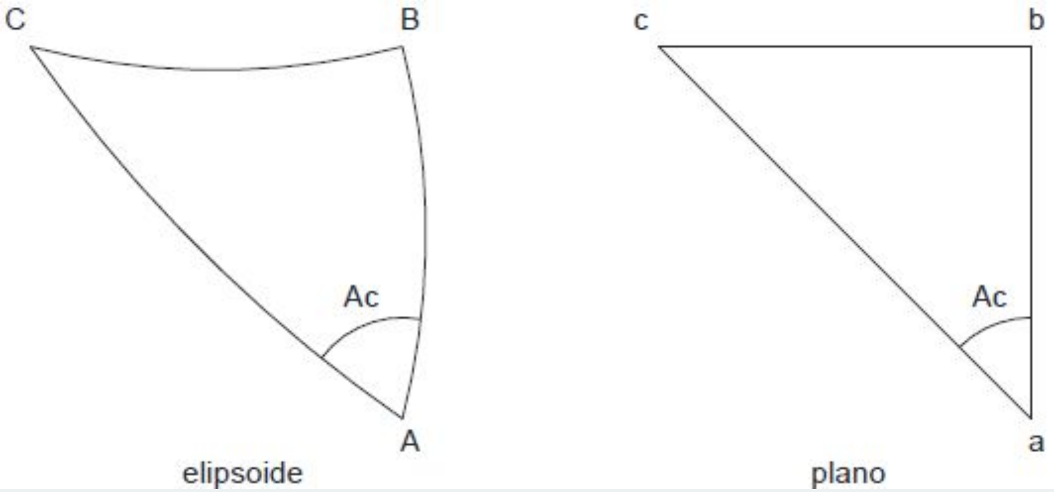


Nos queda: $bc = 3437.746771\mu d\lambda$

M E R C A T O R

<u>Escala</u> *E*

Como ya hemos hablado, la escala es el cociente entre una magnitud representada en la carta sobre dicha magnitud en la Tierra.



Nos queda: $bc = 3437.746771\mu d\lambda$

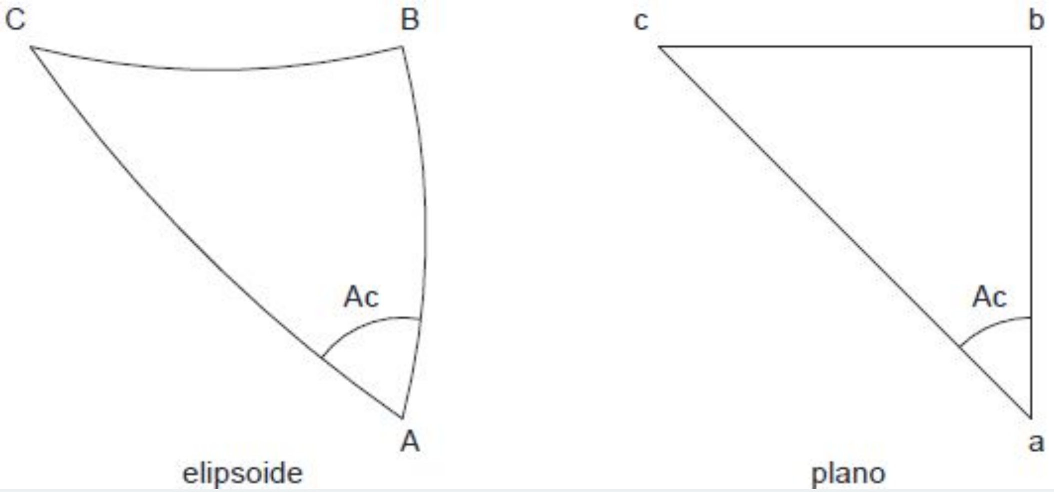
Sustituyendo en E:

$$E = \frac{3437.746771\mu d\lambda}{N\cos\varphi\, d\lambda} = \frac{3437.746771\mu}{N\cos\varphi}$$

MERCATOR

Escala E

Como ya hemos hablado, la escala es el cociente entre una magnitud representada en la carta sobre dicha magnitud en la Tierra.



Nos queda: $bc = 3437.746771 \mu d\lambda$

Sustituyendo en E:

$$E = \frac{3437.746771 \mu d\lambda}{N \cos\varphi \, d\lambda} = \frac{3437.746771 \mu}{N \cos\varphi}$$

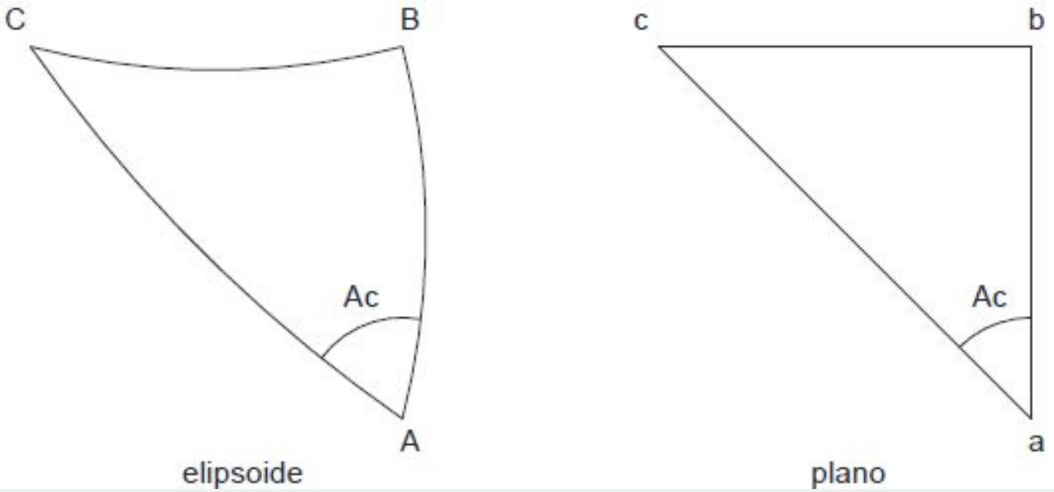
Introduciendo N:

$$E = \frac{3437.746771 \mu}{\frac{a}{[1 - e^2 (\sin\varphi)^2]^{\frac{1}{2}}} \cos\varphi} = \frac{\mu}{\frac{a}{3437.746771}} \frac{1}{\frac{\cos\varphi}{[1 - e^2 (\sin\varphi)^2]^{\frac{1}{2}}}}$$

M E R C A T O R

Escala *E*

Como ya hemos hablado, la escala es el cociente entre una magnitud representada en la carta sobre dicha magnitud en la Tierra.

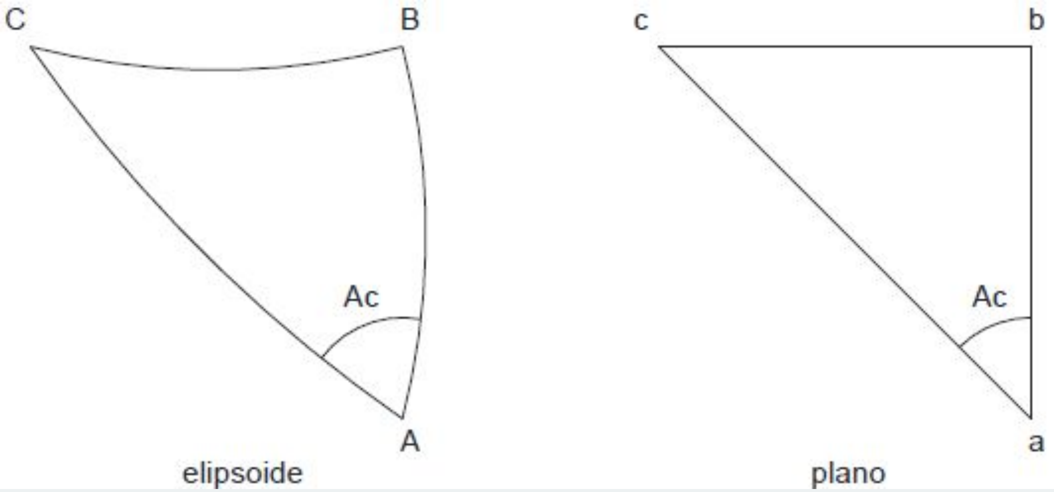


Según los apuntes, para el elipsoide Internacional una milla ecuatorial equivale a: $1855.39783m$

M E R C A T O R

Escala E

Como ya hemos hablado, la escala es el cociente entre una magnitud representada en la carta sobre dicha magnitud en la Tierra.



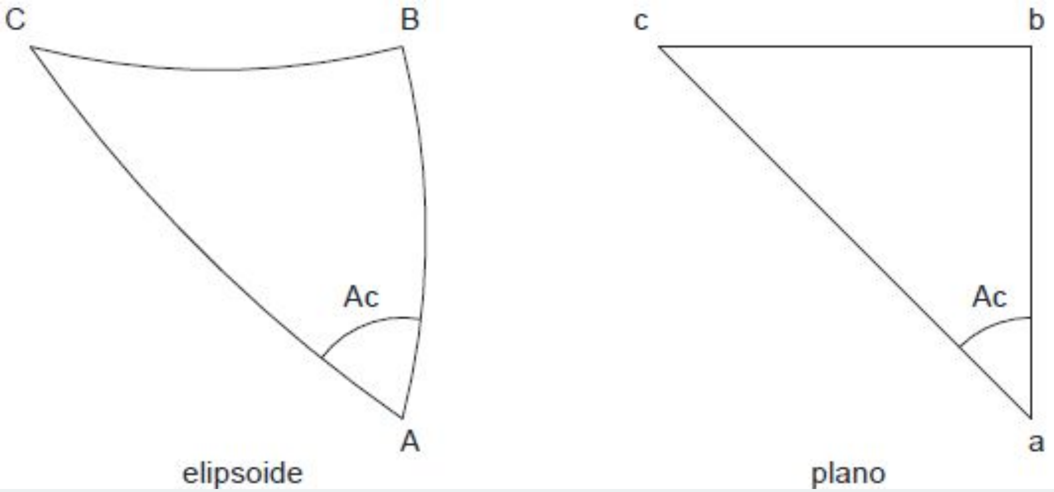
Según los apuntes, para el elipsoide Internacional una milla ecuatorial equivale a: $\mathbf{1855.39783}\boldsymbol{m}$

Si desarrollamos: $$\frac{1}{[1-e^2(\sin\varphi)^2]^{\frac{1}{2}}} = 1 + \frac{e^2}{2}(\sin\varphi)^2 + \cdots$$

M E R C A T O R

Escala *E*

Como ya hemos hablado, la escala es el cociente entre una magnitud representada en la carta sobre dicha magnitud en la Tierra.



Según los apuntes, para el elipsoide Internacional una milla ecuatorial equivale a: $1855.39783m$

Si desarrollamos: $$\frac{1}{[1-e^2(\sin\varphi)^2]^{\frac{1}{2}}} = 1 + \frac{e^2}{2}(\sin\varphi)^2 + \cdots$$

Y sustituimos en E:

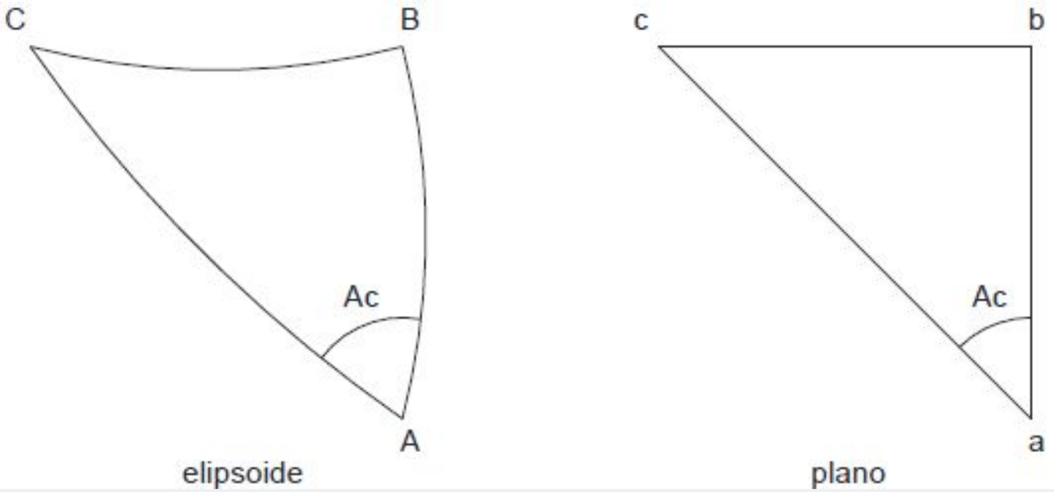
$$E = \frac{\mu}{1855.39783\cos\varphi\left[1 + \frac{e^2}{2}(\sin\varphi)^2\right]}$$

M E R C A T O R

Escala $\quad E$

$$\left(E = \frac{3437.746771\mu}{\dfrac{a}{[1-e^2(\sin\varphi)^2]^{\frac{1}{2}}}\cos\varphi} = \frac{\mu}{\dfrac{a}{3437.746771}}\,\frac{1}{\dfrac{\cos\varphi}{[1-e^2(\sin\varphi)^2]^{\frac{1}{2}}}} \right)$$

Como ya hemos hablado, la escala es el cociente entre una magnitud representada en la carta sobre dicha magnitud en la Tierra.



Según los apuntes, para el elipsoide Internacional una milla ecuatorial equivale a: $1855.39783m$

Si desarrollamos: $\dfrac{1}{[1-e^2(\sin\varphi)^2]^{\frac{1}{2}}} = 1 + \dfrac{e^2}{2}(\sin\varphi)^2 + \cdots$

Y sustituimos en E:

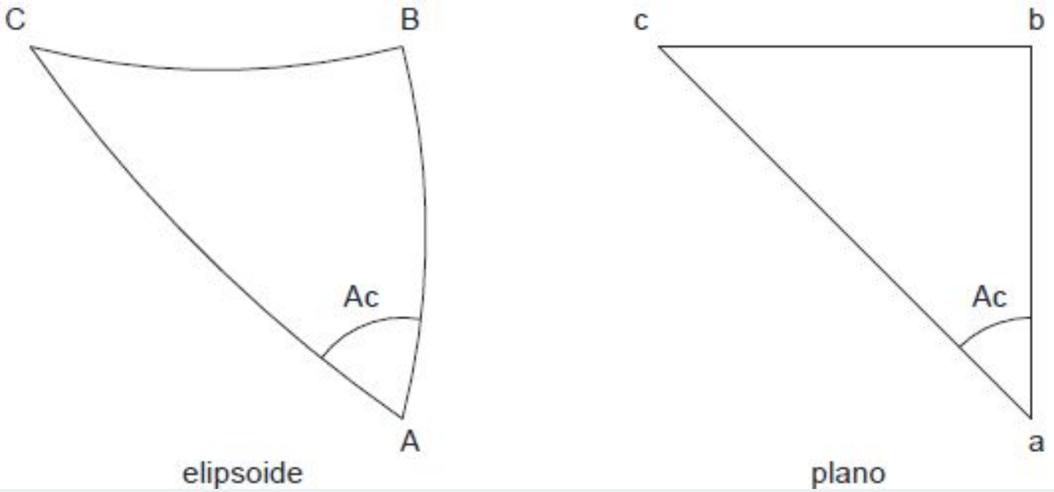
$$E = \frac{\mu}{1855.39783\cos\varphi\left[1+\dfrac{e^2}{2}(\sin\varphi)^2\right]}$$

M E R C A T O R

Escala   *E*

$$\left(E = \frac{\dfrac{3437.746771\mu}{a}}{\dfrac{\cos\varphi}{[1-e^2(\sin\varphi)^2]^{\frac{1}{2}}}} = \frac{\mu}{\dfrac{a}{3437.746771}} \frac{1}{\dfrac{\cos\varphi}{[1-e^2(\sin\varphi)^2]^{\frac{1}{2}}}} \right)$$

Como ya hemos hablado, la escala es el cociente entre una magnitud representada en la carta sobre dicha magnitud en la Tierra.



Según los apuntes, para el elipsoide Internacional una milla ecuatorial equivale a: $1855.39783m$

Si desarrollamos: $$\frac{1}{[1-e^2(\sin\varphi)^2]^{\frac{1}{2}}} = 1 + \frac{e^2}{2}(\sin\varphi)^2 + \cdots$$

Y sustituimos en E:

$$E = \frac{\mu}{1855.39783\cos\varphi\left[1+\frac{e^2}{2}(\sin\varphi)^2\right]}$$

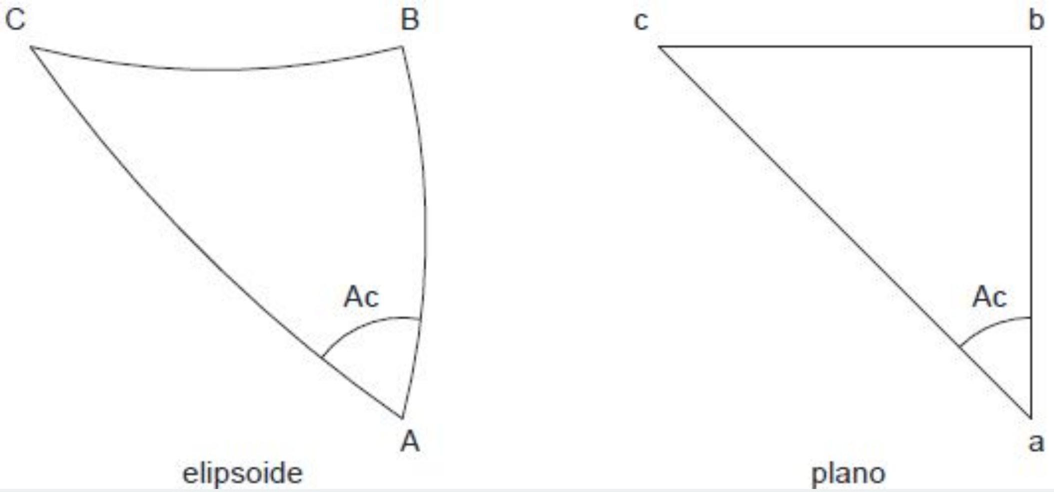
El numerador expresa la longitud en la carta de un minuto de arco de Ecuador.

El denominador expresa la longitud de un minuto de arco de ecuador en la Tierra, proyectado en un arco de paralelo de latitud φ.

M E R C A T O R

<u>Escala</u> E

Como ya hemos hablado, la escala es el cociente entre una magnitud representada en la carta sobre dicha magnitud en la Tierra.



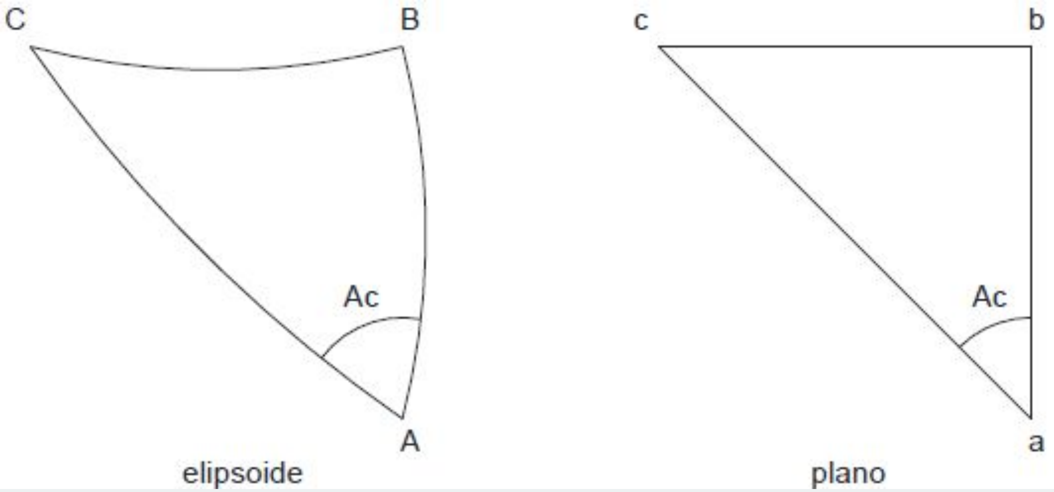
Ahora desarrollemos:

$$\frac{1}{1+e^2(\sin\varphi)^2} = 1 - \frac{e^2}{2}(\sin\varphi)^2 + \cdots$$

M E R C A T O R

Escala E

Como ya hemos hablado, la escala es el cociente entre una magnitud representada en la carta sobre dicha magnitud en la Tierra.



Ahora desarrollemos:

$$\frac{1}{1+e^2(\sin\varphi)^2} = 1 - \frac{e^2}{2}(\sin\varphi)^2 + \cdots$$

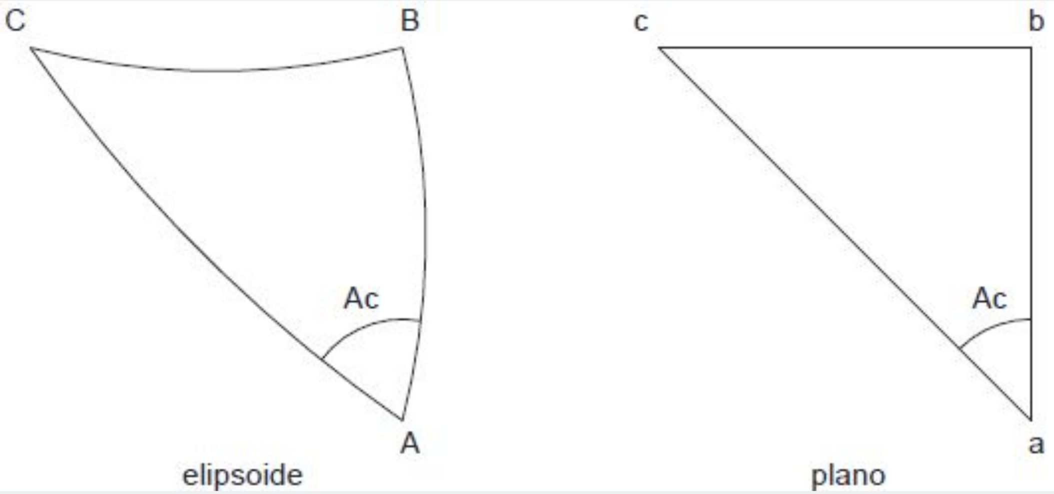
Y nuevamente en E:

$$E = \frac{\mu}{1855.39783}\frac{1}{\cos\varphi}\left[1 - \frac{e^2}{2}(\sin\varphi)^2\right]$$

MERCATOR

Escala E

Como ya hemos hablado, la escala es el cociente entre una magnitud representada en la carta sobre dicha magnitud en la Tierra.



Ahora desarrollemos:

$$\frac{1}{1+e^2(\sin\varphi)^2} = 1 - \frac{e^2}{2}(\sin\varphi)^2 + \cdots$$

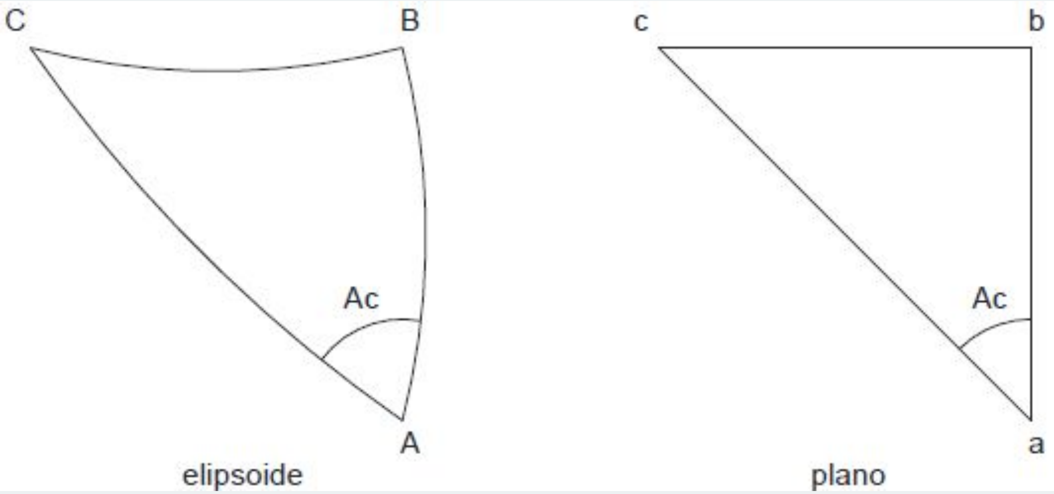
Y nuevamente en E:

$$E = \frac{\mu}{1855.39783}\frac{1}{\cos\varphi}\left[1 - \frac{e^2}{2}(\sin\varphi)^2\right]$$

M E R C A T O R

Escala *E*

Como ya hemos hablado, la escala es el cociente entre una magnitud representada en la carta sobre dicha magnitud en la Tierra.



Ahora desarrollemos:

$$\frac{1}{1+e^2(\sin\varphi)^2} = 1 - \frac{e^2}{2}(\sin\varphi)^2 + \cdots$$

Y nuevamente en E:

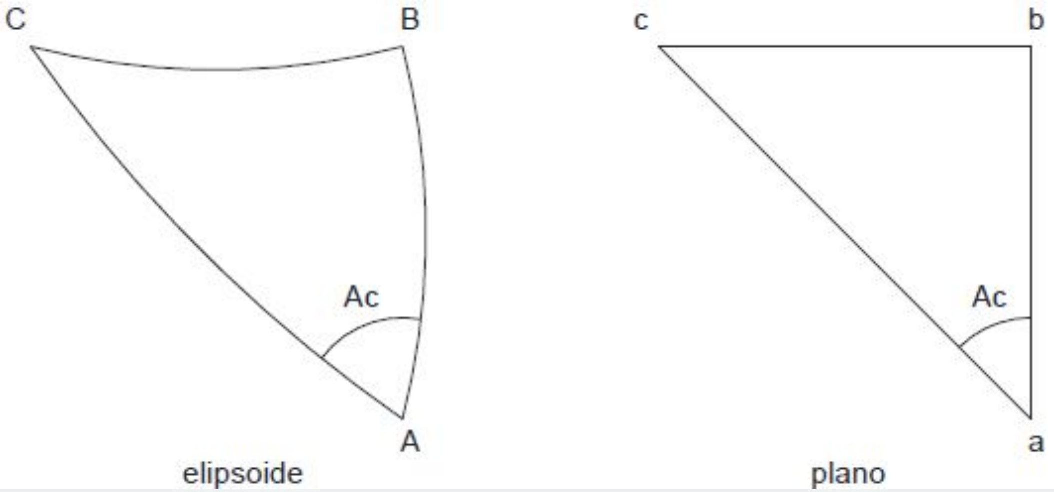
$$E = \frac{\mu}{1855.39783}\,\frac{1}{\cos\varphi}\left[1 - \frac{e^2}{2}(\sin\varphi)^2\right]$$

El término $1 - \frac{e^2}{2}(\sin\varphi)^2$ varía entre 1 y 0,997, por lo que podemos decir que vale aproximadamente 1.

MERCATOR

Escala E

Como ya hemos hablado, la escala es el cociente entre una magnitud representada en la carta sobre dicha magnitud en la Tierra.



Ahora desarrollemos:

$$\frac{1}{1+e^2(\sin\varphi)^2} = 1 - \frac{e^2}{2}(\sin\varphi)^2 + \cdots$$

Y nuevamente en E:

$$E = \frac{\mu}{1855.39783}\frac{1}{\cos\varphi}\left[1 - \frac{e^2}{2}(\sin\varphi)^2\right]$$

El término $1 - \frac{e^2}{2}(\sin\varphi)^2$ varía entre 1 y 0,997, por lo que podemos decir que vale aproximadamente 1.

Por lo tanto E varía en función de $\frac{1}{\cos\varphi} = \sec\varphi$

MERCATOR

<u>Escala natural o verdadera</u>

Se le denomina E_N al valor que asume la escala en el Ecuador.

MERCATOR

Escala natural o verdadera

Se le denomina E_N al valor que asume la escala en el Ecuador.

Tenemos

$$E = \frac{\mu}{1855.39783} \frac{1}{\cos\varphi}\left[1 - \frac{e^2}{2}(\sin\varphi)^2\right]$$

M E R C A T O R

Escala natural o verdadera

Se le denomina E_N al valor que asume la escala en el Ecuador.

Tenemos $$E = \frac{\mu}{1855.39783}\frac{1}{\cos\varphi}\left[1 - \frac{e^2}{2}(\sin\varphi)^2\right]$$

Con $\varphi = 0°$

M E R C A T O R

Escala natural o verdadera

Se le denomina E_N al valor que asume la escala en el Ecuador.

Tenemos

$$E = \frac{\mu}{1855.39783} \frac{1}{\cos\varphi}\left[1 - \frac{e^2}{2}(\sin\varphi)^2\right]$$

Con φ = 0°

$$E_N = \frac{\mu}{1855.39783}$$

M E R C A T O R

Latitud de referencia

¿Qué ocurre si el Ecuador no está comprendido en el tramo a representar?

M E R C A T O R

Latitud de referencia

¿Qué ocurre si el Ecuador no está comprendido en el tramo a representar?

MERCATOR

<u>Latitud de referencia</u>

¿Qué ocurre si el Ecuador no está comprendido en el tramo a representar?

En esa carta no habría puntos con escala natural o verdadera.

MERCATOR

Latitud de referencia

¿Qué ocurre si el Ecuador no está comprendido en el tramo a representar?

En esa carta no habría puntos con escala natural o verdadera.

Por ello se asume una latitud de referencia φ_r presente en el tramo a representar, y para que la escala en ella sea natural o verdadera, consideramos un cilindro secante al elipsoide en su paralelo.

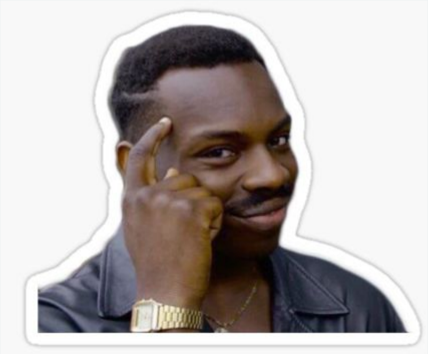
M E R C A T O R

Latitud de referencia

¿Qué ocurre si el Ecuador no está comprendido en el tramo a representar?

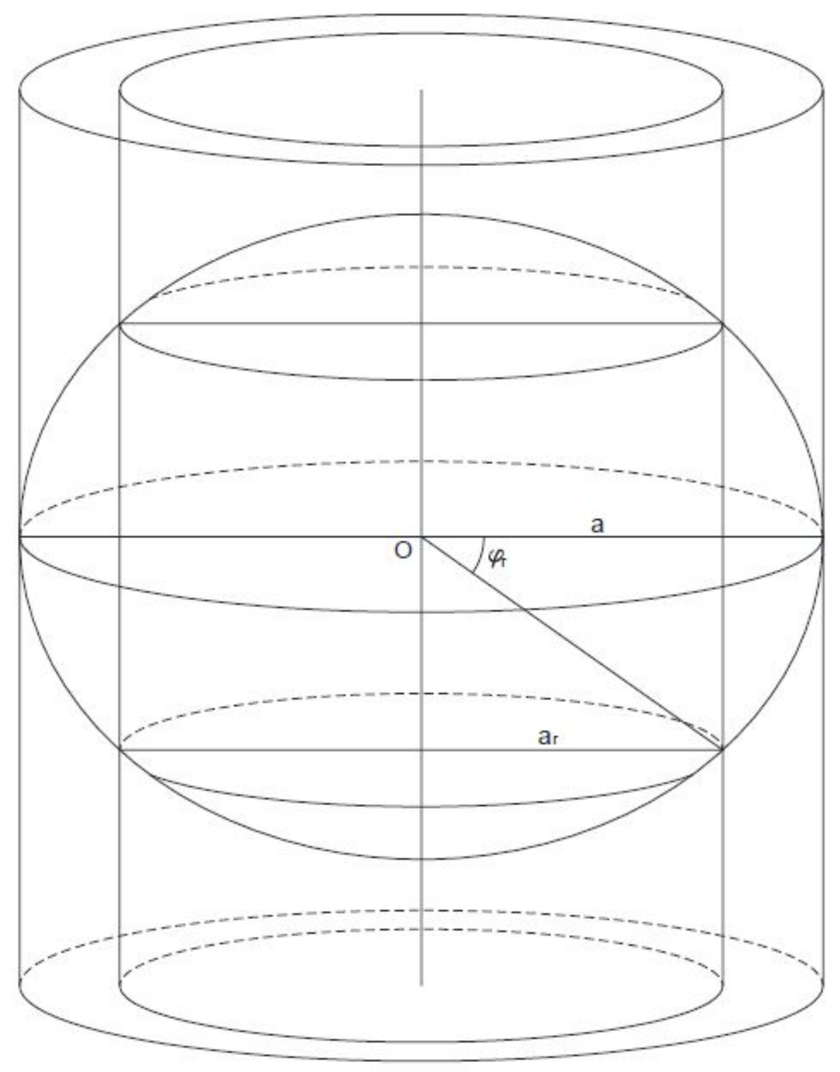
En esa carta no habría puntos con escala natural o verdadera.

Por ello se asume una latitud de referencia φ_r presente en el tramo a representar, y para que la escala en ella sea natural o verdadera, consideramos un cilindro secante al elipsoide en su paralelo.



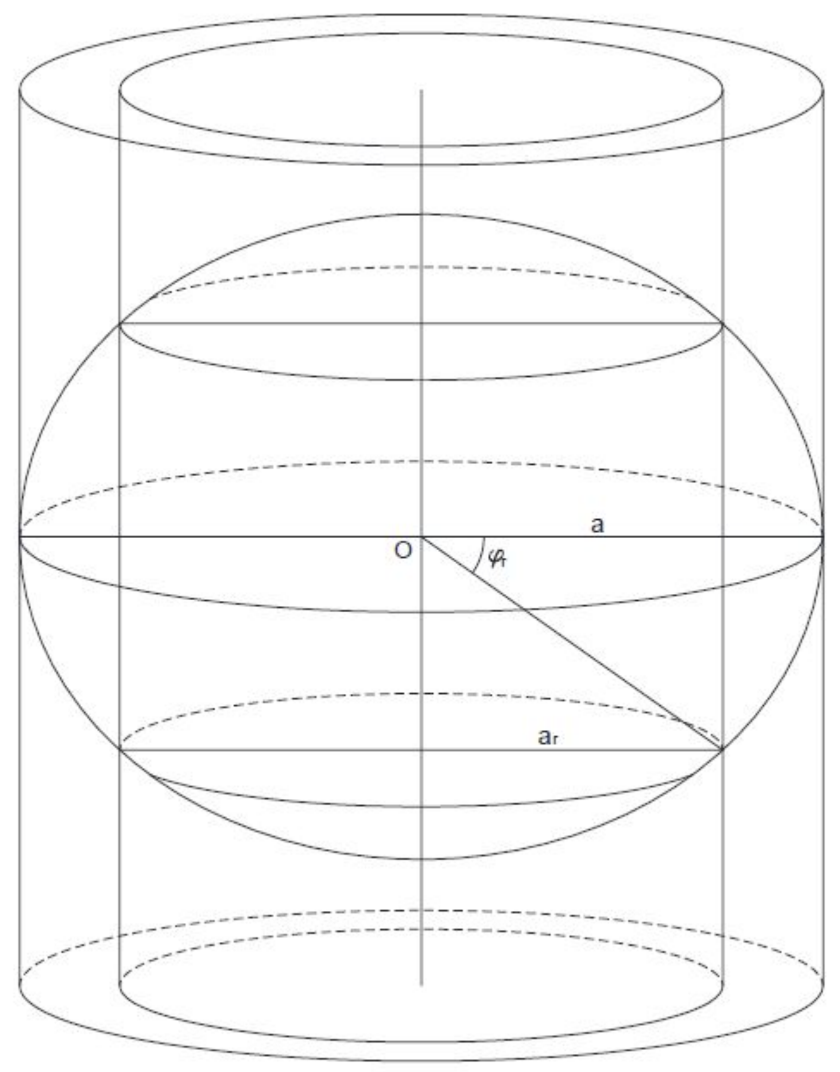
MERCATOR

Latitud de referencia



MERCATOR

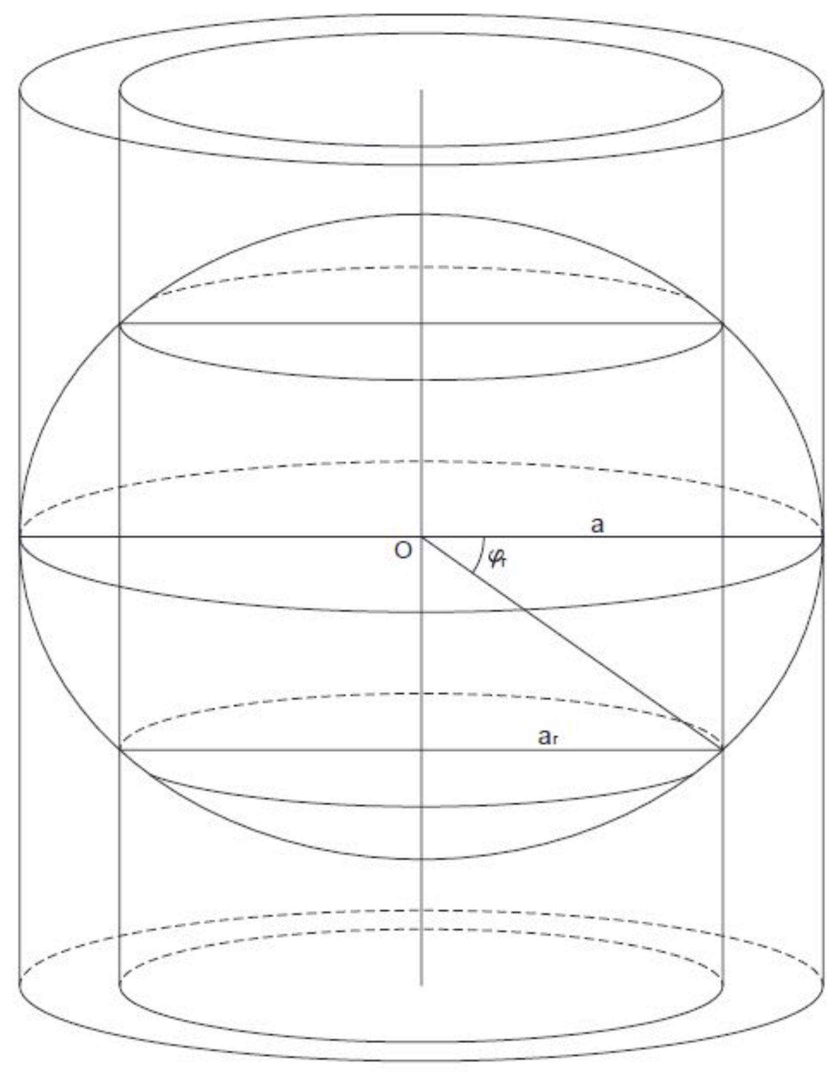
Latitud de referencia



Así, pasamos de considerar una proyección sobre un cilindro de radio *a* correspondiente al Ecuador ($\varphi = 0°$), a uno de radio a_r, correspondiente al paralelo de la latitud de referencia φ_r .

M E R C A T O R

Latitud de referencia



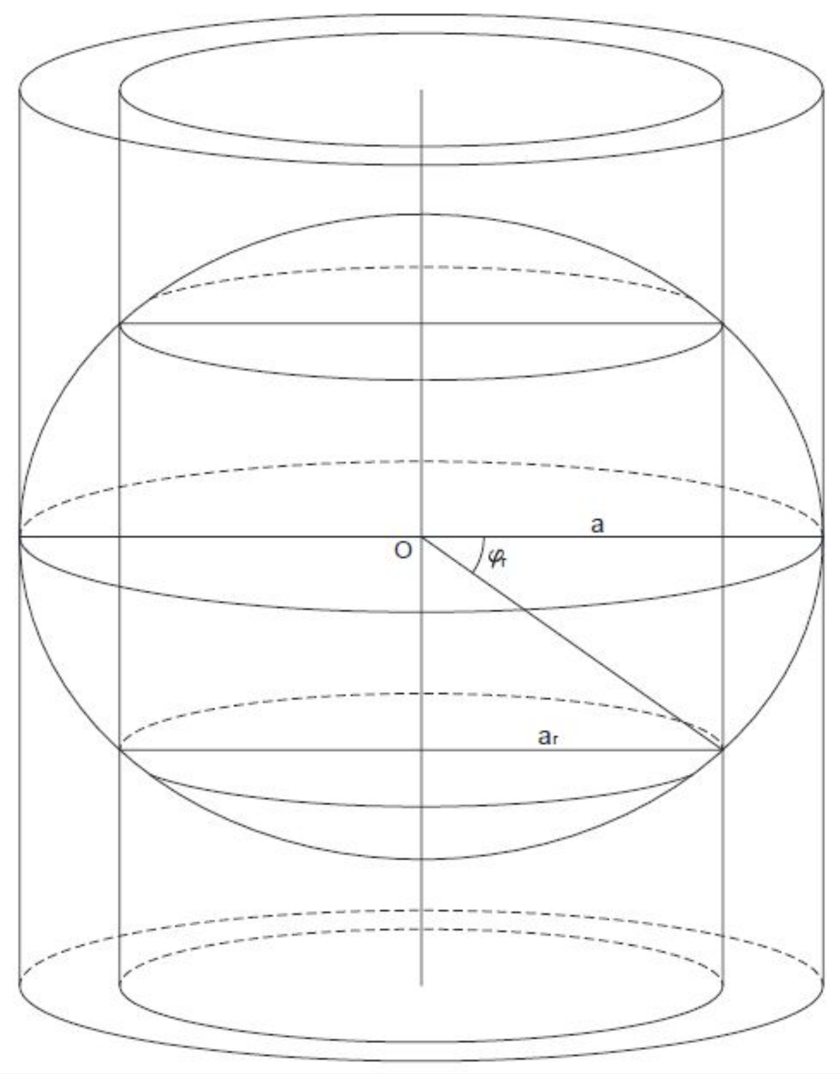
Así, pasamos de considerar una proyección sobre un cilindro de radio *a* correspondiente al Ecuador ($\varphi = 0°$), a uno de radio a_r, correspondiente al paralelo de la latitud de referencia φ_r.

Estamos frente a una reducción de escala y su proporcionalidad responde a:

$$\frac{a_r}{a} = \cos\varphi\left[1 + \frac{e^2}{2}(\sin\varphi)^2\right]$$

MERCATOR

Latitud de referencia



Así, pasamos de considerar una proyección sobre un cilindro de radio *a* correspondiente al Ecuador ($\varphi = 0°$), a uno de radio a_r, correspondiente al paralelo de la latitud de referencia φ_r.

Estamos frente a una reducción de escala y su proporcionalidad responde a:

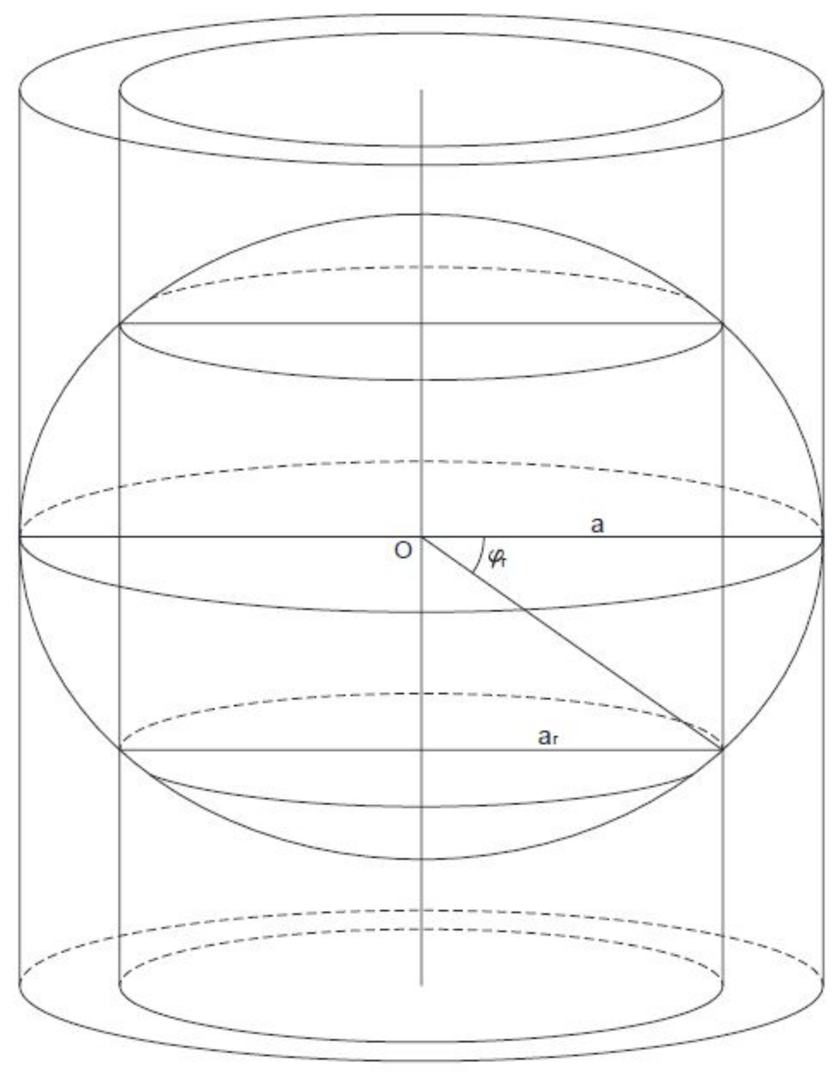
$$\frac{a_r}{a} = \cos\varphi \left[1 + \frac{e^2}{2}(\sin\varphi)^2\right]$$

Que surge de:

$$E_{\varphi 0}\, a = E_{\varphi_r}\, a_r \Rightarrow \frac{a_r}{a} = \frac{E_{\varphi 0}}{E_{\varphi_r}} = \frac{\dfrac{\mu}{1855.39783}}{\dfrac{\mu}{1855.39783 \cos\varphi \left[1 + \frac{e^2}{2}(\sin\varphi)^2\right]}}$$

MERCATOR

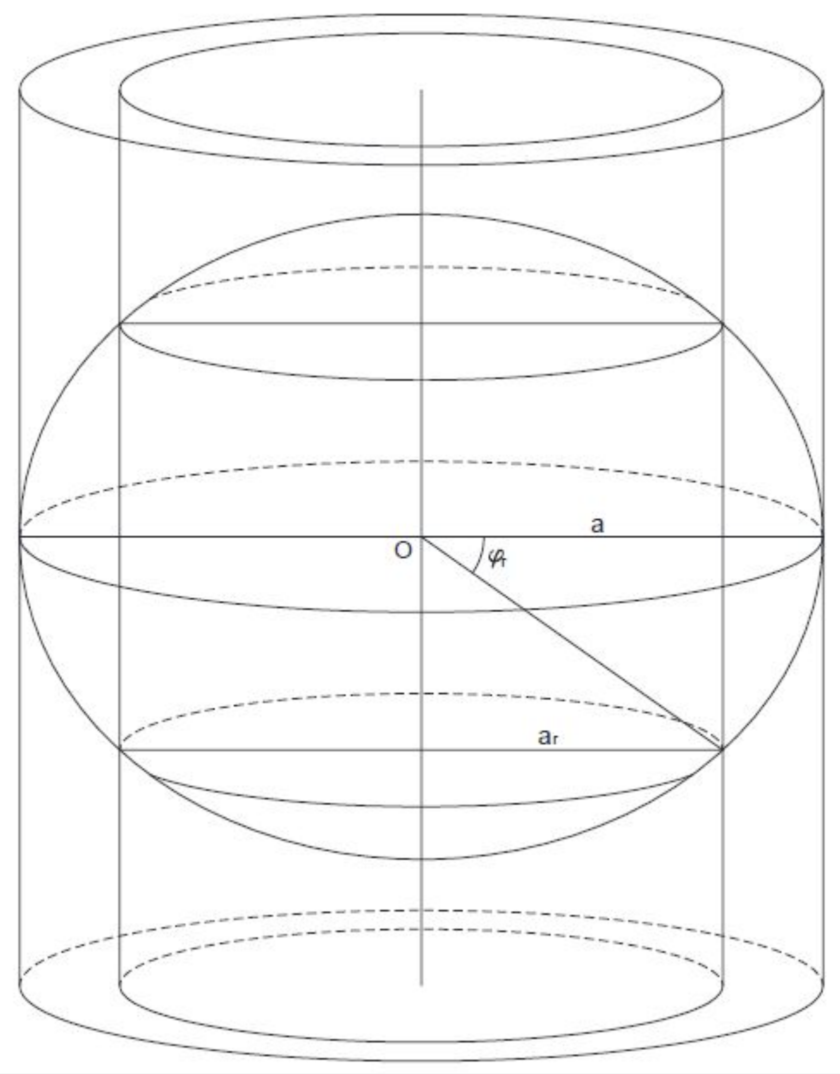
Latitud de referencia



Entonces, este procedimiento implica sólo una reducción de escala y todas las conclusiones a las que llegamos para el cilindro tangente en φ_0, son válidas para el cilindro secante en φ_r.

MERCATOR

Latitud de referencia



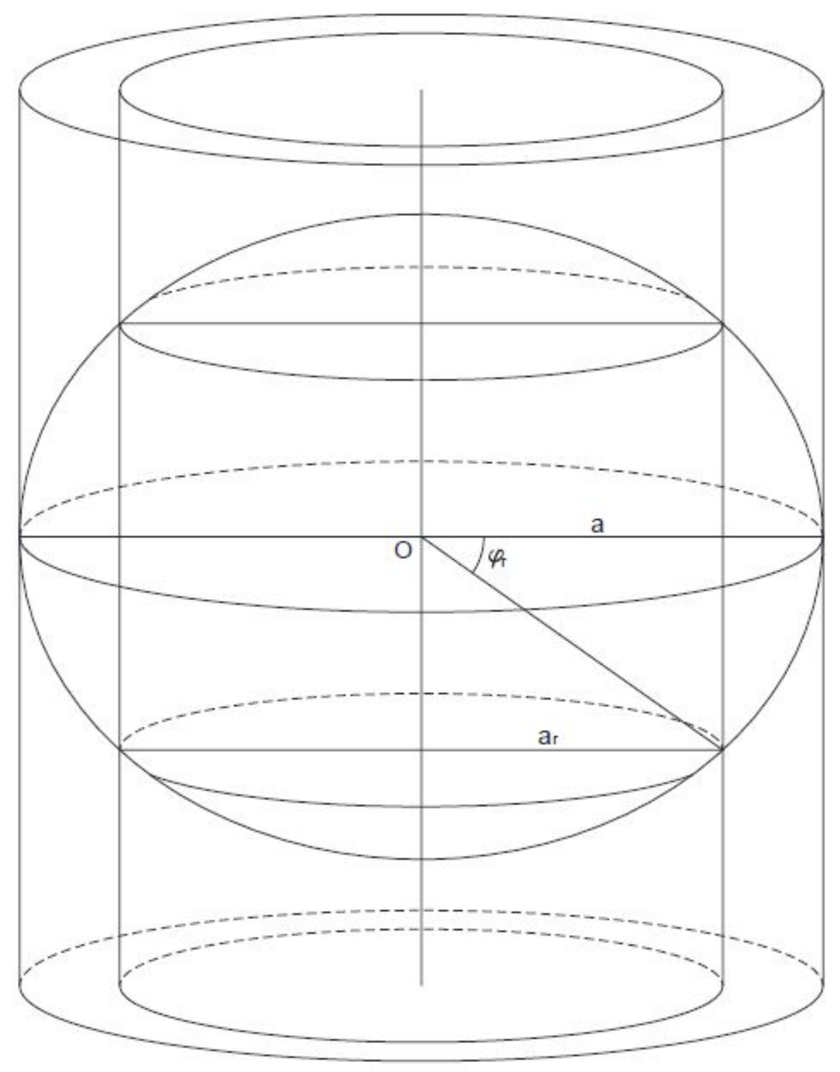
Entonces, este procedimiento implica sólo una reducción de escala y todas las conclusiones a las que llegamos para el cilindro tangente en φ_0, son válidas para el cilindro secante en φ_r.

Entonces, para un paralelo de latitud φ_r la escala natural será:

$$E_{N\varphi_r} = \frac{\mu}{1855.39783 \cos \varphi_r \left[1 + \frac{e^2}{2} (\sin \varphi_r)^2\right]}$$

M E R C A T O R

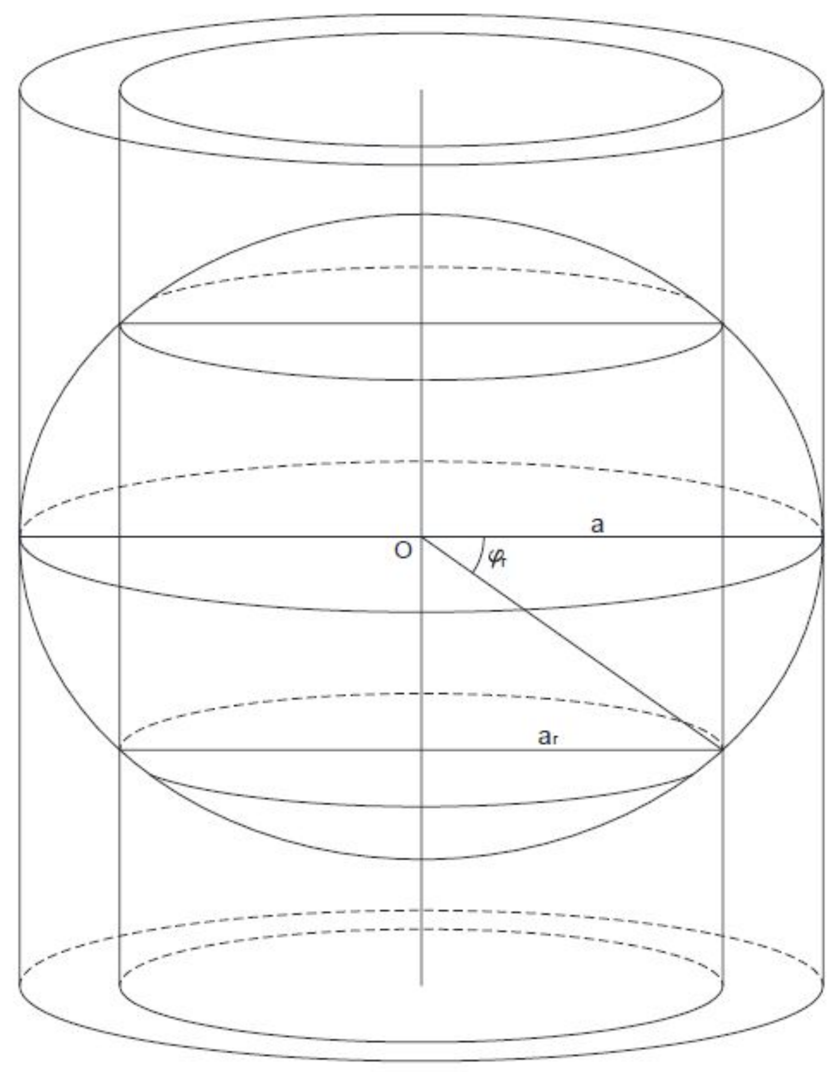
Latitud de referencia



La latitud de referencia se debe indicar siempre en el rótulo de la carta.

MERCATOR

Latitud de referencia

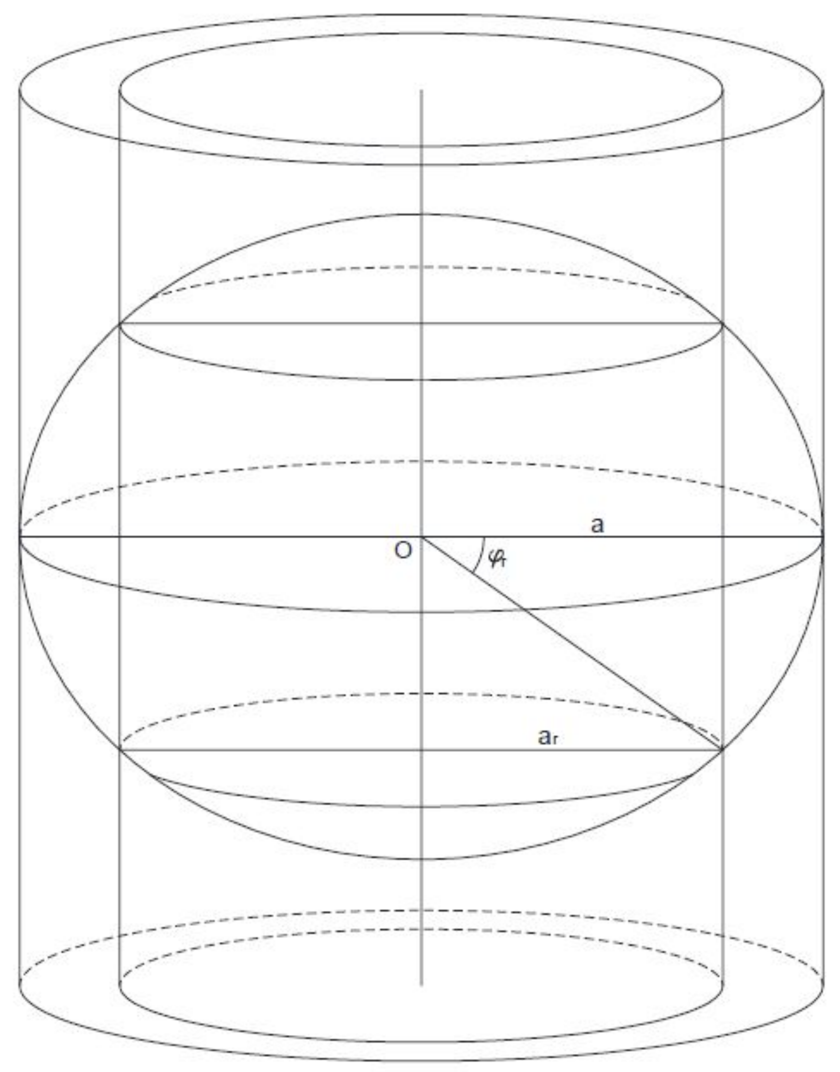


La latitud de referencia se debe indicar siempre en el rótulo de la carta.

Algunos criterios para elegir la latitud de referencia son:

M E R C A T O R

Latitud de referencia



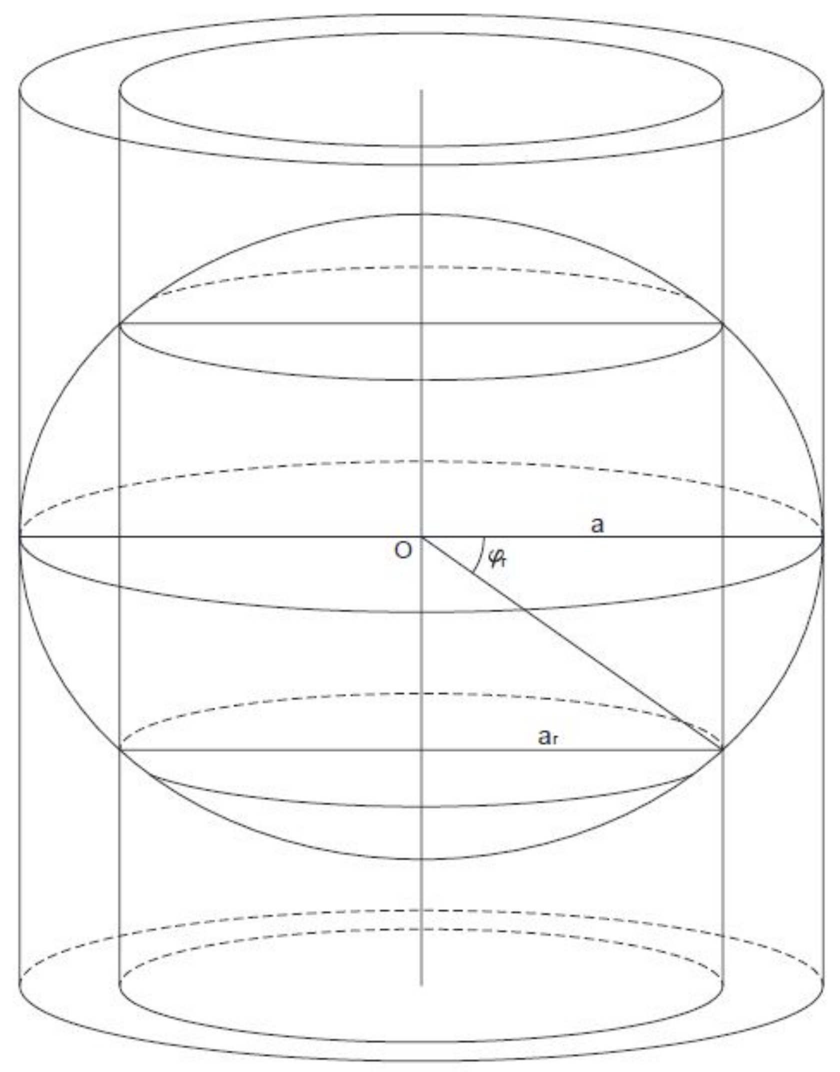
La latitud de referencia se debe indicar siempre en el rótulo de la carta.

Algunos criterios para elegir la latitud de referencia son:

- Considerar la latitud media del tramo, es decir, la latitud promedio entre las latitudes límite.

M E R C A T O R

Latitud de referencia



La latitud de referencia se debe indicar siempre en el rótulo de la carta.

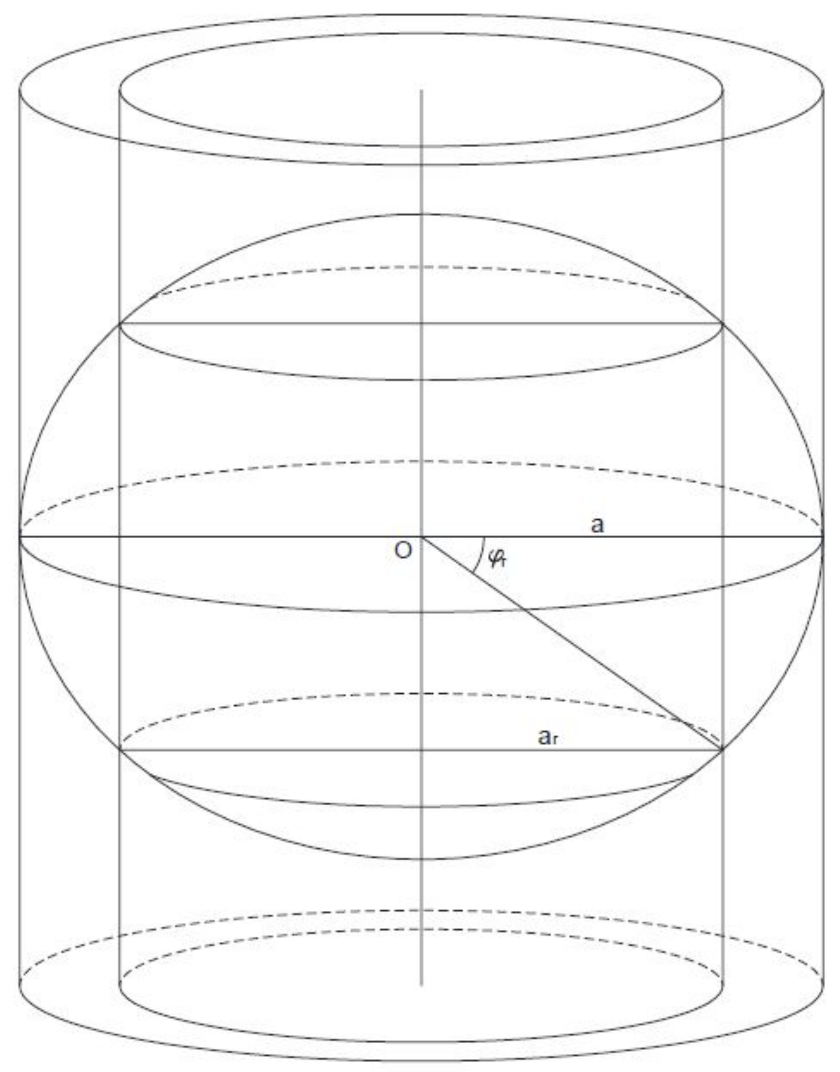
Algunos criterios para elegir la latitud de referencia son:

- Considerar la latitud media del tramo, es decir, la latitud promedio entre las latitudes límite.

- Una latitud prefijada cualquiera. Se emplea para concatenar secuencias longitudinales de cartas.

M E R C A T O R

Latitud de referencia



La latitud de referencia se debe indicar siempre en el rótulo de la carta.

Algunos criterios para elegir la latitud de referencia son:

- Considerar la latitud media del tramo, es decir, la latitud promedio entre las latitudes límite.

- Una latitud prefijada cualquiera. Se emplea para concatenar secuencias longitudinales de cartas.

- Una latitud que determine iguales distorsiones pero de distinto signo al norte y al sur de la latitud de referencia.