Primer Parcial - Geometría y Álgebra Lineal 1

Miércoles 25 de setiembre de 2024

Número de prueba	APELLIDO, Nombre	Cédula de Identidad

Control	1	2	3	4	5	6	7	8
5								

La duración del parcial es de tres horas.
Cada respuesta correcta suma 5 puntos.
Cada respuesta incorrecta resta 1 punto.

Ejercicio 1.

Considere la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \lambda+1 \\ \lambda & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$$

donde λ es un parámetro real. Indique la opción correcta:

(A) Existen exactamente tres valores de λ para los cuales $A^{-1} = 2I - A$.

(B) Existen infinitos valores de λ para los cuales $A^{-1} = 2I - A$.

(C) No existen valores de λ para los cuales $A^{-1} = 2I - A$.

(D) Existe un único valor de λ para el cual $A^{-1} = 2I - A$.

(E) Existen exactamente dos valores de λ para los cuales $A^{-1} = 2I - A$.

Ejercicio 2.

Considerar la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ a & -1 & -2a+1 \\ -b & b & 2b+ab+a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$.

Indicar la opción correcta:

(A) $\mathrm{rg}(A) = 3$ sólo para un número finito de valores de a y b.

(B) Existen exactamente dos valores de a para los cuales $\mathrm{rg}(A) = 2$ para todo $b \in \mathbb{R}$.

(C) $\mathrm{rg}(A) = 3$ para todos $a, b \in \mathbb{R}$.

(D) $\mathrm{rg}(A) = 2$ para todos $a, b \in \mathbb{R}$.

(E) $\mathrm{rg}(A) = 3$ sólo para un número finito de valores de a y para todo $b \in \mathbb{R}$.

Ejercicio 3

Considerar la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$
y $B = \begin{pmatrix} b_{ij} \end{pmatrix}$ la matriz inversa de A. Entonces:

(A) $b_{11} = 1$, $b_{13} = 1$ y $b_{32} = 0$.

(B) $b_{11} = 1$, $b_{13} = \frac{1}{2}$ y $b_{32} = 0$.

(C) $b_{11} = \frac{1}{2}$, $b_{13} = 0$ y $b_{32} = 1$.

(D) $b_{11} = 2$, $b_{13} = \frac{1}{2}$ y $b_{32} = -1$.

(E) $b_{11} = 0$, $b_{13} = 1$ y $b_{32} = \frac{1}{2}$.

Ejercicio 4.

Para la matriz

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \\ -b & b & 3b+1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$$

considerar el sistema de ecuaciones lineales $(S) : A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Indicar la opción correcta:

(A) Existe un único valor de b para el cual el sistema es compatible indeterminado.

(B) El sistema de ecuaciones lineales (S) es compatible determinado para todo $b \in \mathbb{R}$.

(C) El sistema de ecuaciones lineales (S) es incompatible para todo $b \in \mathbb{R}$.

(D) Existe un único valor de b para el cual el sistema de ecuaciones lineales (S) es incompatible.

(E) El sistema de ecuaciones lineales (S) es compatible indeterminado para todo $b \in \mathbb{R}$.

Ejercicio 5.

Sea $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$ tal que $\det(A) = 5$.

Entonces, el determinante de la matriz $B = \begin{pmatrix} 2g & 2i & 2h \\ a+d & c+f & b+e \\ 3d & 3f & 3e \end{pmatrix}$ es:

(A) 25. **(B)** 30. **(C)** -60. **(D)** -30. **(E)** -25.

Ejercicio 6.

Considerar las rectas r que pasa por los puntos $A = \big(1/3, 2/3, 0\big)$ y $B = (1, 0, 0)$ y s que pasa por los puntos $C = \big(0, 1/2, 1/2\big)$ y $D = (1, 1, 0)$.
Indicar la opción correcta:

(A) $r \cap s = \{(1, 0, 0)\}$.

(B) $r \cap s = \emptyset$ y las rectas son paralelas.

(C) $r \cap s = \emptyset$ y las rectas no son paralelas.

(D) $r \cap s$ es un conjunto infinito.

(E) $r \cap s = \{(1, 1, 0)\}$.

Ejercicio 7.

Sean los puntos $A = \big(1/3, 2/3, 0\big)$, $B = \big(0, 1/2, 1/2\big)$ y $C = (1, 1, 0)$.
La intersección del plano $x + y + z = 1$ con el plano que pasa por los puntos A, B y C es:

(A) La recta $r : \begin{cases} x &= 1 + \frac{2}{3}\lambda \\ y &= 1 + \frac{1}{3}\lambda \\ z &= 0 \end{cases}$

(B) El plano $x + y + z = 1$.

(C) El conjunto vacío.

(D) El punto $P = \{(-1, 0, 2)\}$

(E) La recta $r : \begin{cases} x &= -1 + 2\lambda \\ y &= \lambda \\ z &= 2 - 3\lambda \end{cases}$

Ejercicio 8.

Considerar los puntos $A = \big(1/3, 2/3, 0\big)$, $B = (1, 0, 0)$, $C = \big(0, 1/2, 1/2\big)$ y $D = (1, 1, 0)$.
Sea π el plano que pasa por los puntos A, B y C. Entonces la recta r que pasa por D y es perpendicular a π tiene ecuación:

(A) $r : \begin{cases} x - y &= 0 \\ x - z &= 1 \end{cases}$

(B) $r : \begin{cases} x &= 1 \\ y &= 1 + \lambda \\ z &= \lambda \end{cases}$

(C) $r : \begin{cases} x + z &= -1 \\ y - z &= 1 \end{cases}$

(D) $r : \; x + y + z = 2$

(E) $r : \begin{cases} x &= 1 + \lambda \\ y &= 1 + \lambda \\ z &= 1 + \lambda \end{cases}$