

# Primer Parcial - Geometría y Álgebra Lineal 1

Miércoles 25 de setiembre de 2024

Número de prueba	APELLIDO, Nombre	Cédula de Identidad

Control	1	2	3	4	5	6	7	8
4								

La duración del parcial es de tres horas.

Cada respuesta correcta suma 5 puntos.

Cada respuesta incorrecta resta 1 punto.

## Ejercicio 1.

Sea  $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$  tal que  $\det(A) = 5$ .

Entonces, el determinante de la matriz  $B = \begin{pmatrix} 2g & 2i & 2h \\ a+d & c+f & b+e \\ 3d & 3f & 3e \end{pmatrix}$  es:

- (A)  $-25$ .      (B)  $25$ .      (C)  $30$ .      (D)  $-30$ .      (E)  $-60$ .

## Ejercicio 2.

Considere la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \lambda + 1 \\ \lambda & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$$

donde  $\lambda$  es un parámetro real. Indique la opción correcta:

- (A) Existen exactamente dos valores de  $\lambda$  para los cuales  $A^{-1} = 2I - A$ .  
(B) Existen exactamente tres valores de  $\lambda$  para los cuales  $A^{-1} = 2I - A$ .  
(C) Existen infinitos valores de  $\lambda$  para los cuales  $A^{-1} = 2I - A$ .  
(D) No existen valores de  $\lambda$  para los cuales  $A^{-1} = 2I - A$ .  
(E) Existe un único valor de  $\lambda$  para el cual  $A^{-1} = 2I - A$ .

### Ejercicio 3.

Considerar la matriz  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ a & -1 & -2a + 1 \\ -b & b & 2b + ab + a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ .

Indicar la opción correcta:

- (A)  $\text{rg}(A) = 3$  sólo para un número finito de valores de  $a$  y para todo  $b \in \mathbb{R}$ .
- (B)  $\text{rg}(A) = 3$  sólo para un número finito de valores de  $a$  y  $b$ .
- (C)  $\text{rg}(A) = 3$  para todos  $a, b \in \mathbb{R}$ .
- (D) Existen exactamente dos valores de  $a$  para los cuales  $\text{rg}(A) = 2$  para todo  $b \in \mathbb{R}$ .
- (E)  $\text{rg}(A) = 2$  para todos  $a, b \in \mathbb{R}$ .

### Ejercicio 4

Considerar la matriz  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$

y  $B = (b_{ij})$  la matriz inversa de  $A$ . Entonces:

- (A)  $b_{11} = 0$ ,  $b_{13} = 1$  y  $b_{32} = \frac{1}{2}$ .
- (B)  $b_{11} = 1$ ,  $b_{13} = \frac{1}{2}$  y  $b_{32} = 0$ .
- (C)  $b_{11} = 1$ ,  $b_{13} = 1$  y  $b_{32} = 0$ .
- (D)  $b_{11} = \frac{1}{2}$ ,  $b_{13} = 0$  y  $b_{32} = 1$ .
- (E)  $b_{11} = 2$ ,  $b_{13} = \frac{1}{2}$  y  $b_{32} = -1$ .

### Ejercicio 5.

Para la matriz

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \\ -b & b & 3b + 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$$

considerar el sistema de ecuaciones lineales  $(S) : A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

Indicar la opción correcta:

- (A) El sistema de ecuaciones lineales  $(S)$  es compatible indeterminado para todo  $b \in \mathbb{R}$ .
- (B) El sistema de ecuaciones lineales  $(S)$  es compatible determinado para todo  $b \in \mathbb{R}$ .
- (C) Existe un único valor de  $b$  para el cual el sistema es compatible indeterminado.
- (D) El sistema de ecuaciones lineales  $(S)$  es incompatible para todo  $b \in \mathbb{R}$ .
- (E) Existe un único valor de  $b$  para el cual el sistema de ecuaciones lineales  $(S)$  es incompatible.

### Ejercicio 6.

Sean los puntos  $A = (1/3, 2/3, 0)$ ,  $B = (0, 1/2, 1/2)$  y  $C = (1, 1, 0)$ .

La intersección del plano  $x + y + z = 1$  con el plano que pasa por los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$  es:

(A) La recta  $r : \begin{cases} x = 1 + \frac{2}{3}\lambda \\ y = 1 + \frac{1}{3}\lambda \\ z = 0 \end{cases}$

(D) El punto  $P = \{(-1, 0, 2)\}$

(B) El plano  $x + y + z = 1$ .

(E) La recta  $r : \begin{cases} x = -1 + 2\lambda \\ y = \lambda \\ z = 2 - 3\lambda \end{cases}$

(C) El conjunto vacío.

### Ejercicio 7.

Considerar los puntos  $A = (1/3, 2/3, 0)$ ,  $B = (1, 0, 0)$ ,  $C = (0, 1/2, 1/2)$  y  $D = (1, 1, 0)$ .

Sea  $\pi$  el plano que pasa por los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ . Entonces la recta  $r$  que pasa por  $D$  y es perpendicular a  $\pi$  tiene ecuación:

(A)  $r : \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + \lambda \\ z = \lambda \end{cases}$

(C)  $r : \begin{cases} x + z = -1 \\ y - z = 1 \end{cases}$

(D)  $r : x + y + z = 2$

(B)  $r : \begin{cases} x - y = 0 \\ x - z = 1 \end{cases}$

(E)  $r : \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 + \lambda \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$

### Ejercicio 8.

Considerar las rectas  $r$  que pasa por los puntos  $A = (1/3, 2/3, 0)$  y  $B = (1, 0, 0)$  y  $s$  que pasa por los puntos  $C = (0, 1/2, 1/2)$  y  $D = (1, 1, 0)$ .

Indicar la opción correcta:

(A)  $r \cap s = \{(1, 1, 0)\}$ .

(D)  $r \cap s = \emptyset$  y las rectas no son paralelas.

(B)  $r \cap s = \{(1, 0, 0)\}$ .

(C)  $r \cap s = \emptyset$  y las rectas son paralelas.

(E)  $r \cap s$  es un conjunto infinito.