

Ingeniería de ontologías

Lógica descriptiva

Razonamiento



Agenda

- **Lógica descriptiva**
 - **Mecanismos de razonamiento**
 - **Algoritmo de tableau**
 - **Mundo abierto**

Lógica Descriptiva

Partimos de un conjunto de **nombres de conceptos atómicos** A, B, \dots y **nombres de roles atómicos** R, S, \dots , **nombres de individuos** a, b, \dots

Cada lógica permite construir conceptos y axiomas con diferente expresividad:

\mathcal{ALC} : $\top, \perp, \sqcap, \sqcup, \exists, \forall, \neg$

\mathcal{S} : \mathcal{ALC} + **roles transitivos** $\text{Trans}(R)$

A \mathcal{S} se agregan constructores que se representan por diferentes letras:

\mathcal{H} : inclusión de roles \mathcal{O} : nominales $\{a\}$ \mathcal{I} : roles inversos

\mathcal{N} : restricciones numéricas \mathcal{Q} : restricciones numéricas calificadas

\mathcal{R} : $\text{Dis}(R, S)$ roles disjuntos $\text{Irr}(R)$ roles irreflexivos

Aserciones de negación de roles: $(\text{John}, \text{Mary}) : \neg\text{likes}$,

Axiomas de inclusión de roles complejos: $R \circ S \sqsubseteq Q$, universal role U , $\exists R.\text{Self}$

Descripción de conceptos en lógica \mathcal{ALCQ} :

$C, D ::= \perp \mid \top \mid A \mid \neg C \mid C \sqcap D \mid C \sqcup D \mid \forall R.C \mid \exists R.C \mid \geq nR.C$

Concepto vacío Todo el Universo

Lógica Descriptiva

ALC: $\top, \perp, \sqcap, \sqcup, \exists, \forall, \neg$

S: **ALC** + roles transitivos $\text{Trans}(R)$

A **S** se agregan constructores que se representan por diferentes letras:

H: inclusión de roles **O**: nominales $\{a\}$ **I**: roles inversos

N: restricciones numéricas **Q**: restricciones numéricas calificadas

R: $\text{Dis}(R, S)$ roles disjuntos $\text{Irr}(R)$ roles irreflexivos

Aserciones de negación de roles: $(\text{John}, \text{Mary}) : \neg\text{likes}$,

Axiomas de inclusión de roles complejos: $R \circ S \sqsubseteq Q$, universal role U , $\exists R.\text{Self}$

H: $R \sqsubseteq S$ *tieneHijo* \sqsubseteq *tieneDescendiente*

O: $\{a\}$ *{Uruguay}* **I**: $S = R^{-}$ *Hijo = Padre*

N: $\geq nR.T$ $\geq 2\text{tieneHijo}.T$ **Q**: $\geq nR.C$ $\geq 2\text{tieneHijo}.Mujer$

R: $\text{Dis}(R, S)$ *Dis(esAmigoDe, esEnemigoDe)* $\text{Irr}(R)$ *Irr(tieneHijo)*

$R \circ S \sqsubseteq Q$ *esHermano* \circ *esPadre* \sqsubseteq *esTio*

Roles transitivos: $\text{Trans}(R) \rightarrow R \circ R \sqsubseteq R$

Lógica Descriptiva

Base de conocimiento $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{R}, \mathcal{A} \rangle$

TBox \mathcal{T} : Conocimiento básico, descripción intensional sobre el dominio de un problema. $C \sqsubseteq D$

ABox \mathcal{A} : Conocimiento sobre individuos, descripción extensional, sobre el dominio de un problema. $C(a)$ $R(a, b)$ $a = b$ $a \neq b$

RBox \mathcal{R} : Conocimiento básico, descripción intensional sobre el conjunto de pares de elementos del dominio. $R \sqsubseteq S$ $\text{Dis}(R, S)$ $R \circ S \sqsubseteq Q$

Mujer \sqsubseteq *Persona*

tieneHijo(maria, diego)

mariajose = majo

esPadre \circ *esPadre* \sqsubseteq *esAbuelo*

Lógica Descriptiva

Interpretación

Sea $\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$ tal que:

$\Delta^{\mathcal{I}}$: dominio de interpretación, conjunto no vacío

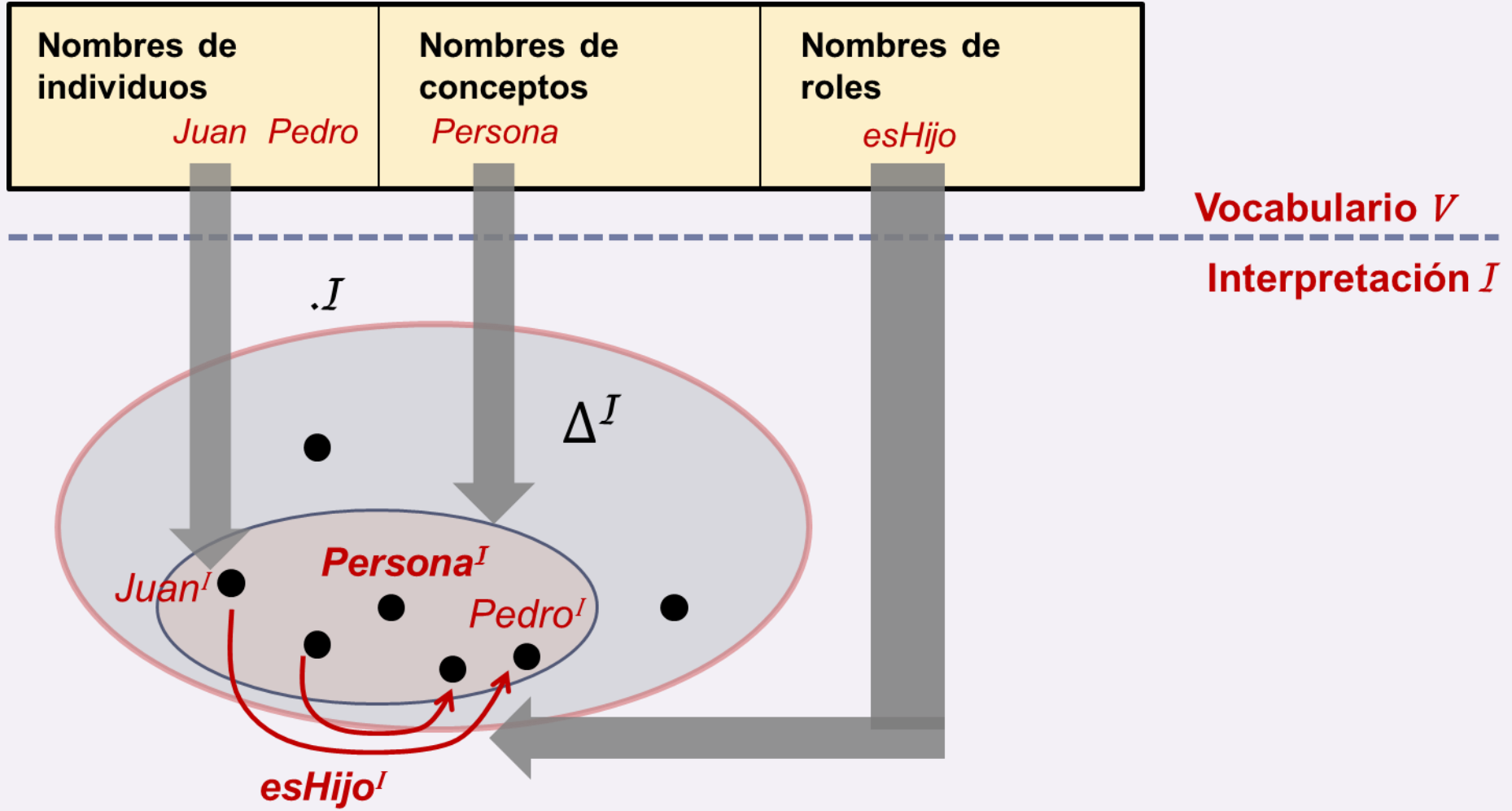
$\cdot^{\mathcal{I}}$: función de interpretación que asigna

- A cada concepto A un conjunto $A^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}}$
- A cada rol R una relación binaria $R^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}}$
- A cada individuo a un elemento $a^{\mathcal{I}} \in \Delta^{\mathcal{I}}$

Constructor	DL	Semántica
bottom	\perp	\emptyset
top	\top	$\Delta^{\mathcal{I}}$
negación	$\neg C$	$\Delta^{\mathcal{I}} \setminus C^{\mathcal{I}}$
conjunción	$C \sqcap D$	$C^{\mathcal{I}} \cap D^{\mathcal{I}}$
disjunción	$C \sqcup D$	$C^{\mathcal{I}} \cup D^{\mathcal{I}}$
restricción existencial	$\exists R.C$	$\{x \mid \exists y.(x,y) \in R^{\mathcal{I}} \wedge y \in C^{\mathcal{I}}\}$
restricción universal	$\forall R.C$	$\{x \mid \forall y.(x,y) \in R^{\mathcal{I}} \rightarrow y \in C^{\mathcal{I}}\}$
restricción de cardinalidad	$\geq n R.C$	$\{x \mid \#\{y.(x,y) \in R^{\mathcal{I}} \wedge y \in C^{\mathcal{I}}\} \geq n\}$

Lógica Descriptiva

Interpretación



Lógica Descriptiva

Modelo de una base de conocimiento

Sea $\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$ una interpretación y $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ una base de conocimiento,

\mathcal{I} es un **modelo** de \mathcal{K} si:

- $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ para todo $C \sqsubseteq D$ en \mathcal{T}
- $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$ para todo $C(a)$ en \mathcal{A}
- $\langle a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}} \rangle \in R^{\mathcal{I}}$ para todo $R(a, b)$ en \mathcal{A}
- $a^{\mathcal{I}} = b^{\mathcal{I}}$ para todo $a = b$ en \mathcal{A}
- $a^{\mathcal{I}} \neq b^{\mathcal{I}}$ para todo $a \neq b$ en \mathcal{A}

\mathcal{K} es consistente si existe \mathcal{I} modelo de \mathcal{K}

Lógica Descriptiva –Mecanismos de razonamiento

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ Base de conocimiento

\mathcal{K} es **consistente** si existe un modelo \mathcal{I} de \mathcal{K}

C es **satisfactible** con respecto a \mathcal{K} si existe un modelo \mathcal{I} de \mathcal{K} tal que $C^{\mathcal{I}} \neq \emptyset$

C está **incluido** en D con respecto a \mathcal{K}

si $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ se satisface para todo modelo \mathcal{I} de $\mathcal{K} \rightarrow \mathcal{K} \models C \sqsubseteq D$

a es una **instancia** de C con respecto a \mathcal{K}

si $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$ para todo modelo \mathcal{I} de $\mathcal{K} \rightarrow \mathcal{K} \models C(a)$

Mecanismos de razonamiento - Ejemplos

Mecanismos de razonamiento

Ejemplo:

$$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$$

TBox \mathcal{T} :

Mujer \sqsubseteq *Persona*

Persona \equiv *Mujer* \sqcup *Hombre*

Madre \equiv *Mujer* \sqcap \exists tieneHijo.*Persona*

Abox \mathcal{A} :

Mujer(*maria*), *Mujer*(*juana*), *Hombre*(*diego*)

tieneHijo(*maria*, *diego*)

$\mathcal{K} \models$ *Hombre* \sqsubseteq *Persona* ?

$\mathcal{K} \models$ *Madre*(*maria*) ?

Mecanismos de razonamiento - Ejemplos

Mecanismos de razonamiento

Ejemplo:

$$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$$

TBox \mathcal{T} :

$Mujer \sqsubseteq Persona$

$Persona \equiv Mujer \sqcup Hombre$

$Madre \equiv Mujer \sqcap \exists tieneHijo. Persona$

Abox \mathcal{A} :

$Mujer(maria), Mujer(juana), Hombre(diego)$

$tieneHijo(maria, diego)$

$\mathcal{K} \models Hombre \sqsubseteq Persona ? \rightarrow Hombre$ está **incluido** en $Persona$

$\mathcal{K} \models Madre(maria) ? \rightarrow maria$ es una **instancia** de $Madre$

Mecanismos de razonamiento - Ejemplos

Mecanismos de razonamiento

Ejemplo:

$$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$$

TBox \mathcal{T} :

$Mujer \sqsubseteq Persona$ $Persona \equiv Mujer \sqcup Hombre$ $Madre \equiv Mujer \sqcap \exists tieneHijo.Persona$

$Mujer \sqcap Hombre \sqsubseteq \perp$ $C \sqsubseteq Mujer \sqcap Hombre$.

Abox \mathcal{A} :

$Mujer(maria), Mujer(juana), Hombre(diego)$

$tieneHijo(maria, diego)$

C es satisfactible?

Mecanismos de razonamiento - Ejemplos

Mecanismos de razonamiento

Ejemplo:

$$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$$

TBox \mathcal{T} :

$Mujer \sqsubseteq Persona$ $Persona \equiv Mujer \sqcup Hombre$ $Madre \equiv Mujer \sqcap \exists tieneHijo.Persona$

$Mujer \sqcap Hombre \sqsubseteq \perp$ $C \sqsubseteq Mujer \sqcap Hombre$.

Abox \mathcal{A} :

$Mujer(maria)$, $Mujer(juana)$, $Hombre(diego)$

$tieneHijo(maria, diego)$

C es satisfactible?

C no es satisfactible, ya que no existe ninguna interpretación tal que $C^I \neq \emptyset$.

Lógica Descriptiva – Mecanismos de razonamiento

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ Base de conocimiento

\mathcal{K} es **consistente** si existe un modelo \mathcal{I} de \mathcal{K}

C es **satisfactible** con respecto a \mathcal{K} si existe un modelo \mathcal{I} de \mathcal{K} tal que $C^{\mathcal{I}} \neq \emptyset$

C está **incluido** en D con respecto a \mathcal{K}

si $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ se satisface para todo modelo \mathcal{I} de $\mathcal{K} \rightarrow \mathcal{K} \models C \sqsubseteq D$

a es una **instancia** de C con respecto a \mathcal{K}

si $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$ para todo modelo \mathcal{I} de $\mathcal{K} \rightarrow \mathcal{K} \models C(a)$



Algoritmo de razonamiento

Lógica Descriptiva – Mecanismos de razonamiento

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ Base de conocimiento

\mathcal{K} es **consistente** si existe un modelo \mathcal{I} de \mathcal{K}

C es **satisfactible** con respecto a \mathcal{K} si existe un modelo \mathcal{I} de \mathcal{K} tal que $C^{\mathcal{I}} \neq \emptyset$

C está **incluido** en D con respecto a \mathcal{K}

si $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ se satisface para todo modelo \mathcal{I} de $\mathcal{K} \rightarrow \mathcal{K} \models C \sqsubseteq D$

a es una **instancia** de C con respecto a \mathcal{K}

si $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$ para todo modelo \mathcal{I} de $\mathcal{K} \rightarrow \mathcal{K} \models C(a)$



Algoritmo de razonamiento \rightarrow **TABLEAU**

Algoritmo de Tableau

Dada un base de conocimiento \mathcal{K} , intenta **construir un modelo de \mathcal{K}**

Si lo construye $\rightarrow \mathcal{K}$ es **consistente**

Si no logra construirlo $\rightarrow \mathcal{K}$ es **inconsistente**

Pasos:

- **Inicialización:**

A partir de los individuos de \mathcal{K} y de los axiomas de Abox, **construye un grafo (tableau) inicial**

- **Aplicación de reglas:**

Extiende el grafo con la **aplicación de un conjunto de reglas**, que dependen de la lógica de \mathcal{K}

- **Terminación:**

Si obtiene un grafo sobre el que **no se pueden aplicar más reglas**, y no existe **ninguna contradicción** $\rightarrow \mathcal{K}$ es **consistente**

Algoritmo de Tableau - Grafo

Un **Tableau** para una base de conocimiento \mathcal{ALC} es un **grafo** que se compone de:

- Un conjunto de **nodos etiquetados**, cada etiqueta es un nombre de *individuo* o de *variable*
- **Arcos dirigidos** entre nodos
- Dado un **nodo** con etiqueta x , $\mathcal{L}(x)$ es un **conjunto de conceptos**
- Por cada **par de nodos** x, y , $\mathcal{L}(x, y)$ es un **conjunto de roles**

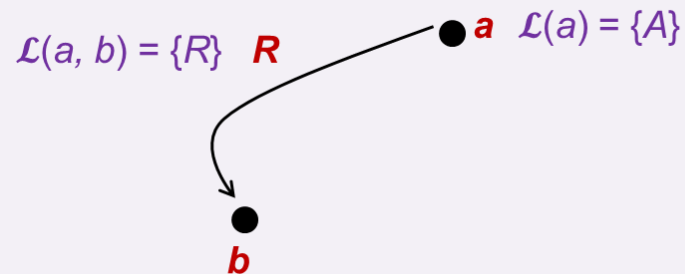


Tableau \mathcal{ALC} – Inicialización

Se transforman todos los axiomas de \mathcal{K} a forma normal de negación: **FNN**

FNN:

- La negación ocurre delante de los conceptos atómicos
- Ejemplo:

$Abuela \sqcap \neg Madre$ está en FNN

$\neg(\neg Abuela \sqcup Madre)$ no está en FNN

- $A \sqsubseteq B$ no está en FNN
 $\neg A \sqcup B$ está en FNN \rightarrow Concepto de Tbox

Todos los elementos del dominio satisfacen los conceptos de Tbox

Tableau \mathcal{ALC} – Inicialización

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ en FNN

- Por cada individuo a en \mathcal{K} se crea un nodo con etiqueta a , $\mathcal{L}(a) = \emptyset$
- Por cada par a, b de individuos, se crea un arco entre a y b , $\mathcal{L}(a, b) = \emptyset$
- Por cada axioma de ABox $C(a)$ en \mathcal{K} , $\mathcal{L}(a) \leftarrow C$
- Por cada axioma de ABox $R(a, b)$ en \mathcal{K} , $\mathcal{L}(a, b) \leftarrow R$

Ejemplo: $\mathcal{K} = \{ C(a), \neg C \sqcap D(a) \}$

Un nodo: a

$\mathcal{L}(a) = \{ C, \neg C \sqcap D \}$

Tableau \mathcal{ALC} – Inicialización

$A \sqsubseteq B$
 $A(a), R(a, b)$

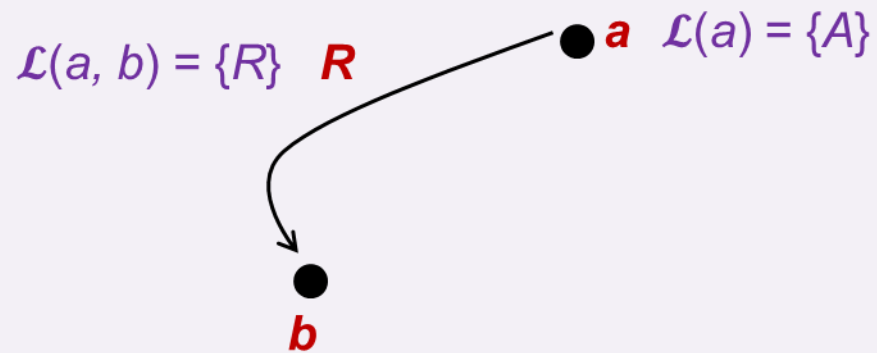


Tableau \mathcal{ALC} – Inicialización

Otro ejemplo:

$$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$$

$$\mathcal{T} = \{ \textit{Humano} \sqsubseteq \exists \textit{tienePadre.Humano} \} = \{ \neg \textit{Humano} \sqcup \exists \textit{tienePadre.Humano} \}$$

$$\mathcal{A} = \{ \textit{Ave}(\textit{picaflor}), \textit{Humano}(\textit{picaflor}) \}$$

$$\mathcal{L}(\textit{picaflor}) = \{ \textit{Ave}, \textit{Humano} \}$$

picaflor

Tableau \mathcal{ALC} – Aplicación de reglas

Se aplican **Reglas de Expansión**:

- **Regla \sqcap** : Si $C \sqcap D \in \mathcal{L}(x)$ y $\{C, D\} \not\subseteq \mathcal{L}(x)$ entonces $\mathcal{L}(x) \leftarrow \{C, D\}$
- **Regla \sqcup** : Si $C \sqcup D \in \mathcal{L}(x)$ y $\{C, D\} \cap \mathcal{L}(x) = \emptyset$ entonces $\mathcal{L}(x) \leftarrow \{C\}$ ó $\mathcal{L}(x) \leftarrow \{D\}$
- **Regla \exists** : Si $\exists R.C \in \mathcal{L}(x)$ y no existe *y tal que* $R \in \mathcal{L}(x, y)$ y $C \in \mathcal{L}(y)$ entonces:
 - Se agrega un nodo con etiqueta *y*
 - $\mathcal{L}(x, y) = \{R\}$
 - $\mathcal{L}(y) = \{C\}$
- **Regla \forall** : Si $\forall R.C \in \mathcal{L}(x)$ y existe *y tal que* $R \in \mathcal{L}(x, y)$ y $C \notin \mathcal{L}(y)$ entonces
 $\mathcal{L}(y) \leftarrow \{C\}$
- **Regla \mathcal{T}** : Si $C \in \mathcal{T}$ y $C \notin \mathcal{L}(x)$ entonces $\mathcal{L}(x) \leftarrow \{C\}$

Tableau \mathcal{ALC} – Inicialización y aplicación de reglas

Ejemplo:

$$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$$

$$\mathcal{T} = \{ \text{Humano} \sqsubseteq \exists \text{tienePadre.Humano} \} = \{ \neg \text{Humano} \sqcup \exists \text{tienePadre.Humano} \}$$

$$\mathcal{A} = \{ \text{Ave}(\text{picaflor}), \text{Humano}(\text{picaflor}) \}$$

$$\mathcal{L}(\text{picaflor}) = \{ \text{Ave}, \text{Humano}, \neg \text{Humano} \sqcup \exists \text{tienePadre.Humano} \}$$

picaflor

Tableau \mathcal{ALC} – Inicialización y aplicación de reglas

Otro ejemplo:

$$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$$

$$\mathcal{T} = \{ \text{Humano} \sqsubseteq \exists \text{tienePadre.Humano} \} = \{ \neg \text{Humano} \sqcup \exists \text{tienePadre.Humano} \}$$

$$\mathcal{A} = \{ \text{Ave}(\text{picaflor}), \text{Humano}(\text{picaflor}) \}$$

$$\mathcal{L}(\text{picaflor}) = \{ \text{Ave}, \text{Humano}, \neg \text{Humano} \sqcup \exists \text{tienePadre.Humano} \}$$

$$\mathcal{L}(x) = \{ \text{Humano}, \neg \text{Humano} \sqcup \exists \text{tienePadre.Humano} \}$$

picaflor



Tableau \mathcal{ALC} – Inicialización y aplicación de reglas

Otro ejemplo:

$$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$$

$$\mathcal{T} = \{ \text{Humano} \sqsubseteq \exists \text{tienePadre.Humano} \} = \{ \neg \text{Humano} \sqcup \exists \text{tienePadre.Humano} \}$$

$$\mathcal{A} = \{ \text{Ave}(\text{picaflor}), \text{Humano}(\text{picaflor}) \}$$

$$\mathcal{L}(\text{picaflor}) = \{ \text{Ave}, \text{Humano}, \neg \text{Humano} \sqcup \exists \text{tienePadre.Humano} \}$$

$$\mathcal{L}(x) = \{ \text{Humano}, \neg \text{Humano} \sqcup \exists \text{tienePadre.Humano} \}$$

picaflor



$$\mathcal{L}(\text{picaflor}, x) = \{ \text{tienePadre} \}$$



Tableau \mathcal{ALC} – Terminación

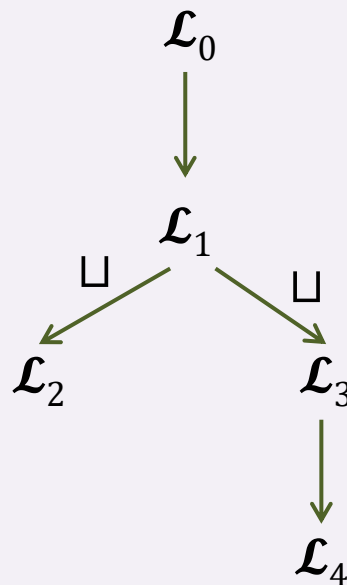
Cuándo **paramos** de aplicar reglas?

- El grafo tiene una **contradicción** si existen a y C tal que

$$\{C, \neg C\} \subseteq \mathcal{L}(a)$$

Cuando **no se puede** aplicar más reglas:

- Si por **todos los caminos** se llega a una **contradicción**: **base inconsistente**
- Si por algún camino no hay contradicción, **encontré un modelo**:



base consistente

Tableau – Estrategia de aplicación de las reglas

Estrategia de aplicación de las reglas: **NO DETERMINISTA**

- Qué regla aplicar en cada paso
- Regla \sqcup : Si $C \sqcup D \in \mathcal{L}(x)$ y $\{C, D\} \cap \mathcal{L}(x) = \emptyset$ entonces $\mathcal{L}(x) \leftarrow \{C\}$ ó $\mathcal{L}(x) \leftarrow \{D\}$

Mundo abierto

Información en la **Web** puede estar **incompleta**

≠

Información en una **base de datos** se asume **completa**

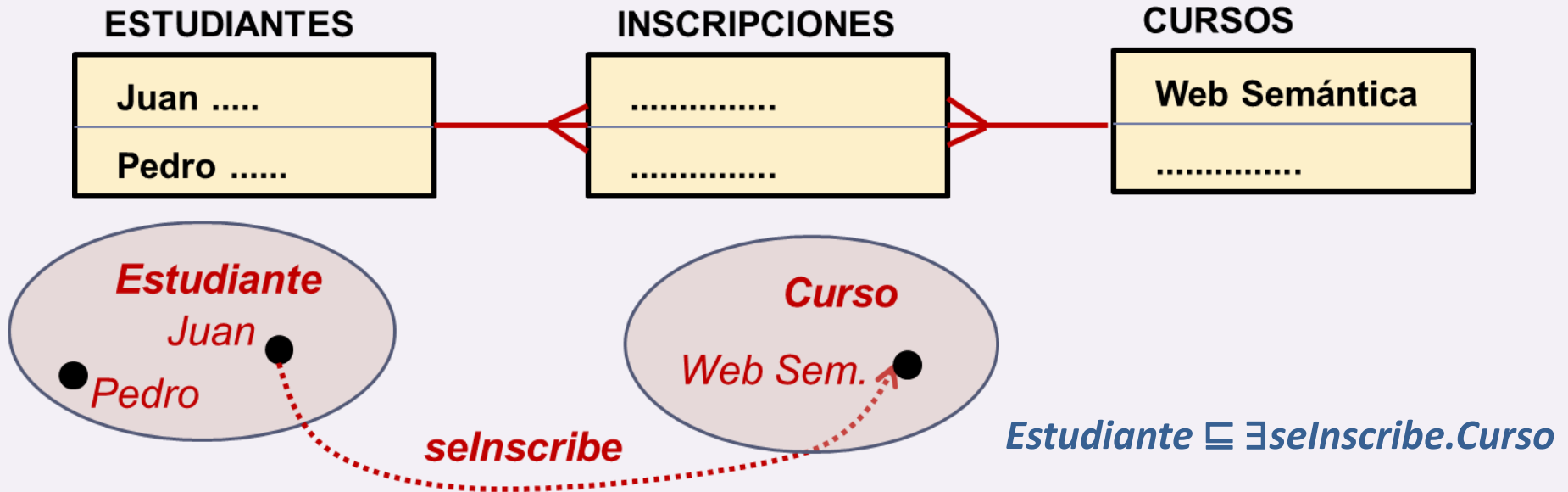
- No se puede derivar que una afirmación es falsa, porque no pueda demostrarse que es verdadera.
- **No se puede derivar falsedad de la ausencia de verdad**

Mundo abierto

Información en la **Web** puede estar **incompleta**

≠

Información en una **base de datos** se asume **complete**

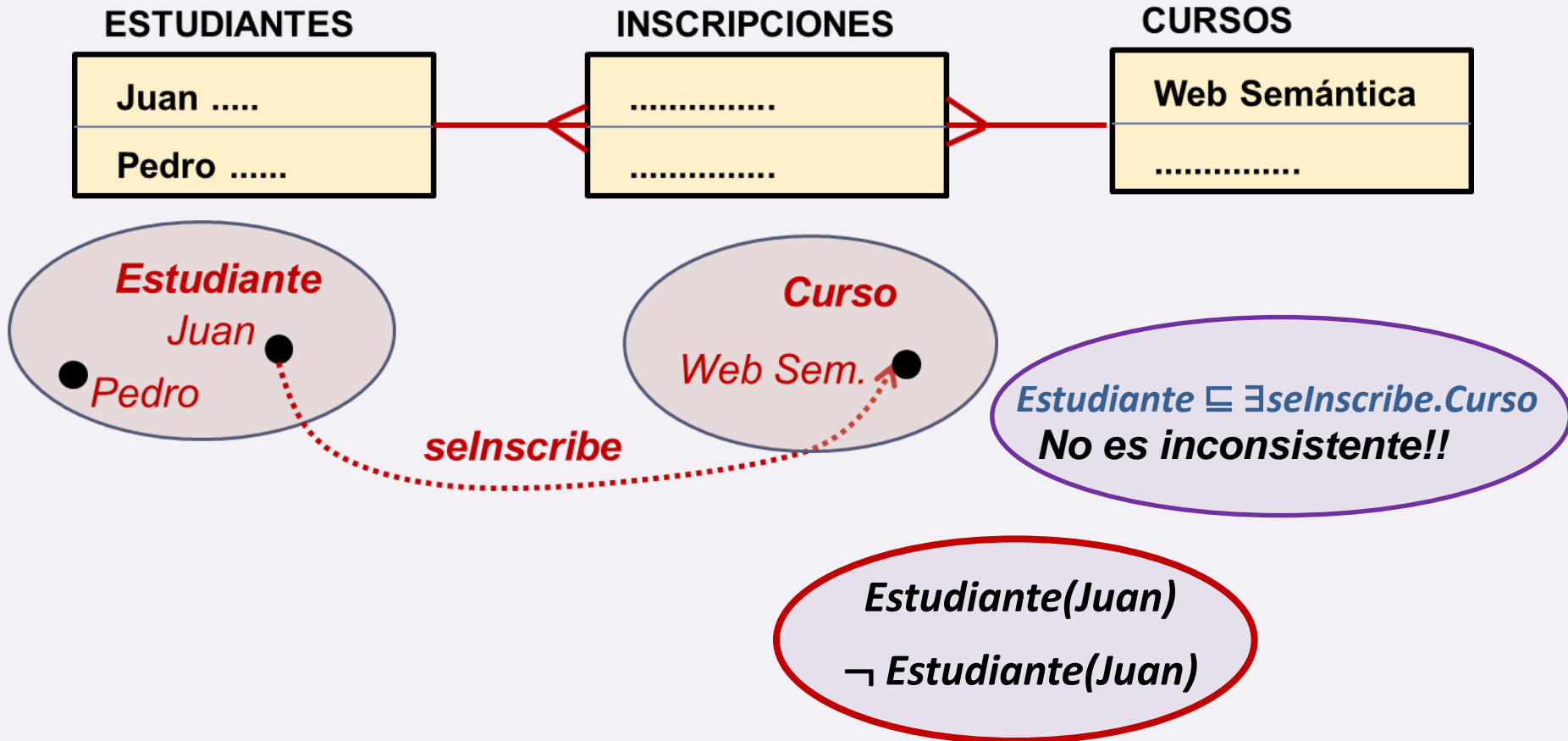


Mundo abierto

Información en la **Web** puede estar **incompleta**

≠

Información en una **base de datos** se asume **complete**



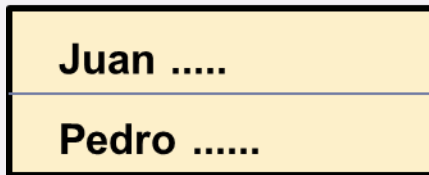
Mundo abierto

Información en la **Web** puede estar **incompleta**

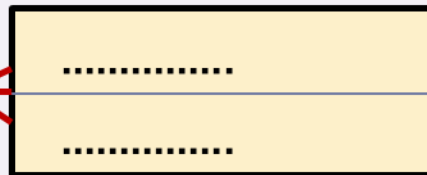
≠

Información en una **base de datos** se asume **complete**

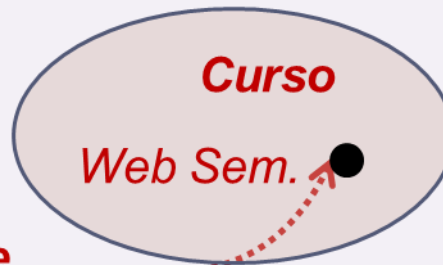
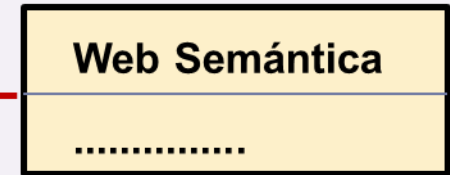
ESTUDIANTES



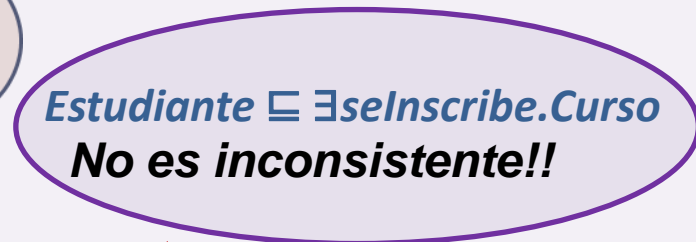
INSCRIPCIONES



CURSOS



seInscribe



Mundo abierto

Información en la **Web** puede estar **incompleta**

≠

Información en una **base de datos** se asume **completa**

DL asume **SUN**: *Supuesto de Unicidad de Nombres*

Pero **OWL** no asume **SUN**:

- En el mundo de la Web no es realista este supuesto, ya que el mismo recurso puede existir con dos URIS diferentes
- Se debe declarar explícitamente que **dos individuos son diferentes**.

Juan ● = ● *Pedro*

Juan ● ≠ ● *Pedro*

Mundo abierto

Información en la **Web** puede estar **incompleta**

≠

Información en una **base de datos** se asume **completa**

- No se puede derivar que una afirmación es falsa, porque no pueda demostrarse que es verdadera.
- No se puede derivar falsedad de la ausencia de verdad

El razonador sigue este paradigma!!

Tableau – Mundo abierto

Clases disjuntas

$$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$$

$$\mathcal{T} = \{ \text{Hombre} \sqsubseteq \text{Humano}, \text{Pájaro} \sqsubseteq \text{Ave} \}$$

$$\mathcal{A} = \{ \text{Pájaro}(\text{miPicaflor}), \text{Hombre}(\text{Juan}) \}$$

miPicaflor es Humano?

Juan es Ave?

Tableau – Mundo abierto

Clases disjuntas

$$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$$

$$\mathcal{T} = \{ \text{Hombre} \sqsubseteq \text{Humano}, \text{Pájaro} \sqsubseteq \text{Ave} \} = \{ \neg \text{Hombre} \sqcup \text{Humano}, \neg \text{Pájaro} \sqcup \text{Ave} \}$$

$$\mathcal{A} = \{ \text{Pájaro}(\text{miPicaflor}), \text{Hombre}(\text{Juan}) \}$$

Tableau – Mundo abierto

Clases disjuntas

$$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$$

$$\mathcal{T} = \{ \text{Hombre} \sqsubseteq \text{Humano}, \text{Pájaro} \sqsubseteq \text{Ave} \} = \{ \neg \text{Hombre} \sqcup \text{Humano}, \neg \text{Pájaro} \sqcup \text{Ave} \}$$

$$\mathcal{A} = \{ \text{Pájaro}(\text{miPicaflor}), \text{Hombre}(\text{Juan}) \}$$

$$\mathcal{L}(\text{miPicaflor}) = \{ \text{Pájaro} \}$$

$$\mathcal{L}(\text{Juan}) = \{ \text{Hombre} \}$$

Tableau – Mundo abierto

Clases disjuntas

$$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$$

$$\mathcal{T} = \{ \text{Hombre} \sqsubseteq \text{Humano}, \text{Pájaro} \sqsubseteq \text{Ave} \} = \{ \neg \text{Hombre} \sqcup \text{Humano}, \neg \text{Pájaro} \sqcup \text{Ave} \}$$

$$\mathcal{A} = \{ \text{Pájaro}(\text{miPicaflor}), \text{Hombre}(\text{Juan}) \}$$

$$\mathcal{L}(\text{miPicaflor}) = \{ \text{Pájaro}, \neg \text{Hombre} \sqcup \text{Humano}, \neg \text{Pájaro} \sqcup \text{Ave} \}$$

$$\mathcal{L}(\text{Juan}) = \{ \text{Hombre}, \neg \text{Hombre} \sqcup \text{Humano}, \neg \text{Pájaro} \sqcup \text{Ave} \}$$

Tableau – Mundo abierto

Clases disjuntas

$$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$$

$$\mathcal{T} = \{ \text{Hombre} \sqsubseteq \text{Humano}, \text{Pájaro} \sqsubseteq \text{Ave} \} = \{ \neg \text{Hombre} \sqcup \text{Humano}, \neg \text{Pájaro} \sqcup \text{Ave} \}$$

$$\mathcal{A} = \{ \text{Pájaro}(\text{miPicaflor}), \text{Hombre}(\text{Juan}) \}$$

$$\mathcal{L}(\text{miPicaflor}) = \{ \text{Pájaro}, \neg \text{Hombre} \sqcup \text{Humano}, \neg \text{Pájaro} \sqcup \text{Ave} \}$$

$$\mathcal{L}(\text{Juan}) = \{ \text{Hombre}, \neg \text{Hombre} \sqcup \text{Humano}, \neg \text{Pájaro} \sqcup \text{Ave} \}$$

Tableau – Mundo abierto

Clases disjuntas

$$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$$

$$\mathcal{T} = \{ \text{Hombre} \sqsubseteq \text{Humano}, \text{Pájaro} \sqsubseteq \text{Ave} \} = \{ \neg \text{Hombre} \sqcup \text{Humano}, \neg \text{Pájaro} \sqcup \text{Ave} \}$$

$$\mathcal{A} = \{ \text{Pájaro}(\text{miPicaflor}), \text{Hombre}(\text{Juan}) \}$$

$$\mathcal{L}(\text{miPicaflor}) = \{ \text{Pájaro}, \neg \text{Hombre} \sqcup \text{Humano}, \neg \text{Pájaro} \sqcup \text{Ave} \}$$

$$\mathcal{L}(\text{Juan}) = \{ \text{Hombre}, \neg \text{Hombre} \sqcup \text{Humano}, \neg \text{Pájaro} \sqcup \text{Ave} \}$$

No hay inconsistencia, pero existe **un modelo** donde *Ave* y *Humano* tienen instancias comunes

Explícitamente se debe expresar que *Ave* y *Humano* son clases disjuntas



$$\{ \text{Ave} \sqcap \text{Humano} \sqsubseteq \perp \} = \{ \neg(\text{Ave} \sqcap \text{Humano}) \sqcup \perp \} = \{ \neg \text{Ave} \sqcup \neg \text{Humano} \sqcup \perp \}$$

Tableau – Mundo abierto

Clases disjuntas

$$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$$

$$\mathcal{T} = \{ \text{Hombre} \sqsubseteq \text{Humano}, \text{Pájaro} \sqsubseteq \text{Ave} \} = \{ \neg \text{Hombre} \sqcup \text{Humano}, \neg \text{Pájaro} \sqcup \text{Ave} \}$$

$$\mathcal{A} = \{ \text{Pájaro}(\text{miPicaflor}), \text{Hombre}(\text{Juan}) \}$$

$$\mathcal{L}(\text{miPicaflor}) = \{ \text{Pájaro}, \neg \text{Hombre} \sqcup \text{Humano}, \neg \text{Pájaro} \sqcup \text{Ave} \}$$

$$\mathcal{L}(\text{Juan}) = \{ \text{Hombre}, \neg \text{Hombre} \sqcup \text{Humano}, \neg \text{Pájaro} \sqcup \text{Ave} \}$$

$$\{ \text{Ave} \sqcap \text{Humano} \sqsubseteq \perp \} = \{ \neg(\text{Ave} \sqcap \text{Humano}) \sqcup \perp \} = \{ \neg \text{Ave} \sqcup \neg \text{Humano} \sqcup \perp \}$$

Tableau – Mundo abierto

Restricciones: \forall, \exists

Padre $\sqsubseteq \forall \text{tieneHijo.Humano}$ \rightarrow \forall se satisface trivialmente: \forall no implica \exists

Tableau – Mundo abierto

Restricciones: \forall , \exists

Padre $\sqsubseteq \forall \text{tieneHijo.Humano}$ \rightarrow \forall se satisface trivialmente: \forall no implica \exists

Para expresar que todos los padres **deben tener al menos** un hijo:

Padre $\sqsubseteq \exists \text{tieneHijo.Humano}$

Tableau – Mundo abierto

Restricciones: \forall, \exists

Padre $\sqsubseteq \exists$ tieneHijo.Humano

Mundo abierto: los padres pueden tener otros hijos que no sean humanos...

Tableau – Mundo abierto

Restricciones: \forall, \exists

Padre $\sqsubseteq \exists$ tieneHijo.Humano

Mundo abierto: los padres pueden tener otros hijos que no sean humanos...

Para “cerrar” este mundo:

Padre $\sqsubseteq \exists$ tieneHijo.Humano $\sqcap \forall$ tieneHijo.Humano



Axioma de Clausura

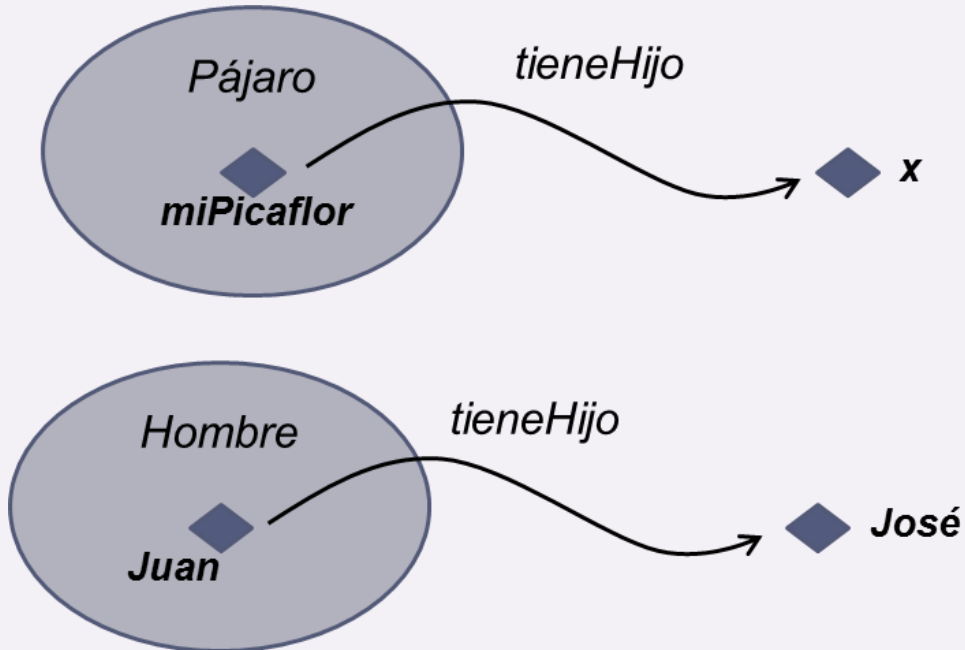
Tableau – Mundo abierto

Dominio y rango

Axiomas de dominio y rango son usados por el razonador para hacer inferencias, NO para chequear inconsistencia

$$\mathcal{T} = \{\exists \text{tieneHijo}.\top \sqsubseteq \text{Hombre}\}$$

$$\mathcal{A} = \{\text{Pájaro}(\text{miPicaflor}), \text{Hombre}(\text{Juan}), \text{tieneHijo}(\text{Juan}, \text{José}), \text{tieneHijo}(\text{miPicaflor}, x)\}$$



¿Qué hace el razonador?

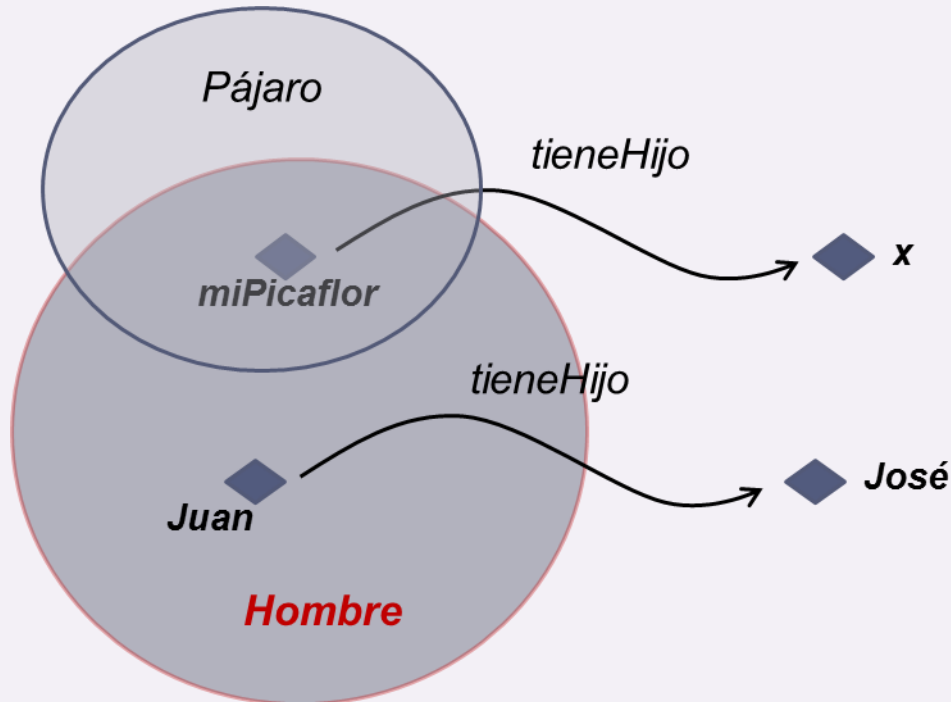
Tableau – Mundo abierto

Dominio y rango

Axiomas de dominio y rango son usados por el razonador para hacer inferencias, NO para chequear inconsistencia

$$\mathcal{T} = \{\exists \text{tieneHijo.T} \sqsubseteq \text{Hombre}\} = \{\neg \exists \text{tieneHijo.T} \sqcup \text{Hombre}\}$$

$$\mathcal{A} = \{\text{Pájaro}(\text{miPicaflor}), \text{Hombre}(\text{Juan}), \text{tieneHijo}(\text{Juan}, \text{José}), \text{tieneHijo}(\text{miPicaflor}, x)\}$$



Ejercicio

$\mathcal{T} = \{\text{Hombre} \sqsubseteq \text{Humano}, \text{Mujer} \sqsubseteq \text{Humano},$
 $\text{Humano} \sqsubseteq \forall \text{tieneAmigo.Mujer} \sqcap \exists \text{tienePadre.Hombre}\}$

$\mathcal{A} = \{\text{Hombre}(\text{Pedro}), \text{Hombre}(\text{Juan}), \text{Mujer}(\text{María}), \text{tieneAmigo}(\text{Pedro}, \text{María}),$
 $\text{tieneAmigo}(\text{Pedro}, \text{Juan}), \text{tienePadre}(\text{María}, \text{Juan})\}$

Ejercicio

$\mathcal{T} = \{\text{Hombre} \sqsubseteq \text{Humano}, \text{Mujer} \sqsubseteq \text{Humano}, \text{Humano} \sqsubseteq \forall \text{tieneAmigo.Mujer} \sqcap \exists \text{tienePadre.Hombre}\} =$
 $\{\neg \text{Hombre} \sqcup \text{Humano}, \neg \text{Mujer} \sqcup \text{Humano}, \neg \text{Humano} \sqcup (\forall \text{tieneAmigo.Mujer} \sqcap \exists \text{tienePadre.Hombre})\}$

$\mathcal{A} = \{\text{Hombre}(\text{Pedro}), \text{Hombre}(\text{Juan}), \text{Mujer}(\text{María}), \text{tieneAmigo}(\text{Pedro}, \text{María}),$
 $\text{tieneAmigo}(\text{Pedro}, \text{Juan}), \text{tienePadre}(\text{María}, \text{Juan})\}$



$\mathcal{L}(\text{Pedro}, \text{Juan}) = \{\text{tieneAmigo}\}$

$\mathcal{L}(\text{Pedro}, \text{Maria}) = \{\text{tieneAmigo}\}$

$\mathcal{L}(\text{Maria}, \text{Juan}) = \{\text{tienePadre}\}$

Ejercicio

$\mathcal{T} = \{\text{Hombre} \sqsubseteq \text{Humano}, \text{Mujer} \sqsubseteq \text{Humano}, \text{Humano} \sqsubseteq \forall \text{tieneAmigo.Mujer} \sqcap \exists \text{tienePadre.Hombre}\} =$
 $\{\neg \text{Hombre} \sqcup \text{Humano}, \neg \text{Mujer} \sqcup \text{Humano}, \neg \text{Humano} \sqcup (\forall \text{tieneAmigo.Mujer} \sqcap \exists \text{tienePadre.Hombre})\}$

$\mathcal{A} = \{\text{Hombre}(\text{Pedro}), \text{Hombre}(\text{Juan}), \text{Mujer}(\text{María}), \text{tieneAmigo}(\text{Pedro}, \text{María}),$
 $\text{tieneAmigo}(\text{Pedro}, \text{Juan}), \text{tienePadre}(\text{María}, \text{Juan})\}$



$\mathcal{L}(\text{Pedro}, \text{Juan}) = \{\text{tieneAmigo}\}$
 $\mathcal{L}(\text{Pedro}, \text{María}) = \{\text{tieneAmigo}\}$
 $\mathcal{L}(\text{María}, \text{Juan}) = \{\text{tienePadre}\}$

$\mathcal{L}(\text{Pedro}, x) = \{\text{tienePadre}\}$
 $\mathcal{L}(\text{Juan}, y) = \{\text{tienePadre}\}$

Ejercicio

$\mathcal{T} = \{\text{Hombre} \sqsubseteq \text{Humano}, \text{Mujer} \sqsubseteq \text{Humano},$

$\text{Humano} \sqsubseteq \forall \text{tieneAmigo.Mujer} \sqcap \exists \text{tienePadre.Hombre},$

$\text{Hombre} \sqcap \text{Mujer} \sqsubseteq \perp\}$

$\mathcal{A} = \{\text{Hombre}(\text{Pedro}), \text{Hombre}(\text{Juan}), \text{Mujer}(\text{María}), \text{tieneAmigo}(\text{Pedro}, \text{María}),$
 $\text{tieneAmigo}(\text{Pedro}, \text{Juan}), \text{tienePadre}(\text{María}, \text{Juan})\}$

Ejercicio

$\mathcal{T} = \{\text{Hombre} \sqsubseteq \text{Humano}, \text{Mujer} \sqsubseteq \text{Humano}, \text{Humano} \sqsubseteq \forall \text{tieneAmigo.Mujer} \sqcap \exists \text{tienePadre.Hombre},$

$\text{Hombre} \sqcap \text{Mujer} \sqsubseteq \perp\} = \{\neg \text{Hombre} \sqcup \text{Humano}, \neg \text{Mujer} \sqcup \text{Humano},$

$\neg \text{Humano} \sqcup (\forall \text{tieneAmigo.Mujer} \sqcap \exists \text{tienePadre.Hombre}), \neg \text{Hombre} \sqcup \neg \text{Mujer} \sqcup \perp\}$

$\mathcal{A} = \{\text{Hombre}(\text{Pedro}), \text{Hombre}(\text{Juan}), \text{Mujer}(\text{María}), \text{tieneAmigo}(\text{Pedro}, \text{María}),$

$\text{tieneAmigo}(\text{Pedro}, \text{Juan}), \text{tienePadre}(\text{María}, \text{Juan})\}$



Contradicción!!

Bibliografía

Description Logics Handbook: Theory, Implementation, and Applications. Editores Franz Baader and Diego Calvanese and Deborah L. McGuinness and Daniele Nardi and Peter F. Patel-Schneider. 2003.

Capítulo 2.

Pascal Hitzler, Markus Krötzsch, Sebastian Rudolph: Foundations of Semantic Web Technologies, Chapman & Hall/CRC, 2009.

Capítulo 5.