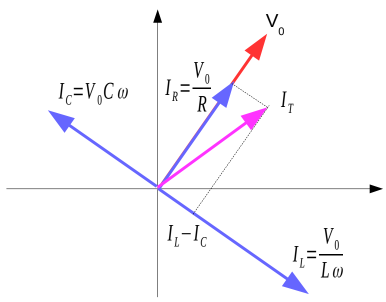
Solución del examen de Física 3

9 de febrero de 2023

Ejercicio 1

a) Como los tres elementos están en paralelo con la fuente el voltaje es común a los tres. La corriente en la resistencia está en fase con la fuente y su amplitud es $I_R = \frac{V_0}{R}$. La corriente en el inductor está atrasada 90° respecto al voltaje y su amplitud es: $I_L = \frac{V_0}{L\omega}$. La corriente en el capacitor está adelantada 90° con respecto al voltaje y su amplitud es: $I_C = V_0 C\omega$.

b) Ver figura.



c) La amplitud de la corriente total es: $I_T = V_0\sqrt{(\frac{1}{R})^2 + (C\omega - \frac{1}{L\omega})^2}$. La tangente del ángulo θ de desfasaje entre corriente y voltaje total es: $\tan\theta = RC\omega - \frac{R}{L\omega}$.

d) Para que en t_0 la corriente por la resistencia sea nula es necesario que el voltaje sea nulo en ese instante. En consecuencia la carga del capacitor $Q(t_0) = 0$ (pues esta también es proporcional al voltaje en el condensador). Como la corriente en el inductor está desfasada 90° respecto al voltaje, en t_0 su valor absoluto es máximo: $|i_L(t_0)| = \frac{V_0}{L\omega}$.

e) En el momento en que se abre la llave el único elemento del circuito que almacena energía es el inductor pues, como se vio en la parte enterior, la carga en el condensador es nula en ese instante. Como consecuencia, la energía almacenada es $E = \frac{1}{2}Li_L^2 = \frac{1}{2}\frac{V_0^2}{L\omega^2}$. Esta es la energía que se disipará en la resistencia luego de que se abra el interruptor.

Ejercicio 2

a) Si t es el tiempo medido a partir del instante en que la espira llega a la zona de campo magnético entonces el flujo del campo magnético es $\Phi(t) = bBvt$. Consiguientemente, la fuerza electromotriz inducida es $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -bBv$. Por la ley de Lenz se puede ver que el sentido de la fuerza electromotriz inducida es el mismo que el de la batería. Como consecuencia, la corriente por el circuito es $I = \frac{V+bvB}{R}$.

b) El módulo de la fuerza magnética sobre la espira es $F_B = IBb = Bb\frac{V+bvB}{R}$. Dicha fuerza tiene igual dirección y sentido opuesto a la velocidad. Para que la espira ingrese con velocidad constante la fuerza total debe ser nula. Por consiguiente $\vec{F}_{ext} = -\vec{F}_B$.

c) La potencia entregada por la batería es: $\mathcal{P}_F = VI = \frac{V^2+bvBV}{R}$.

d) Mientras la espira ingresa al campo magnético hay dos aportes de energía: por parte de la batería y por parte de la fuerza externa. La potencia de la fuerza externa es: $\mathcal{P}_{ext} = F_{ext}v = Bbv\frac{V+bvB}{R}$. El aporte total de energía es: $E = (\mathcal{P}_F + \mathcal{P}_{ext})T$ donde $T = \frac{a}{v}$ es el tiempo de penetración de la espira. Esta energía se disipará en la resistencia. $E = \frac{(V+bvB)^2 a}{Rv}$.

Se puede llegar directamente a este resultado planteando que la energía disipada en la resistencia es $E = RI^2T$ dado que la corriente es constante.

Ejercicio 3

a) $\vec{\mu} = \pi R^2 I\ \hat{k}$. ($\hat{k}$ es el versor perpendicular al plano de la espira orientado según la regla de la mano derecha).

b) El cilindro cargado giratorio puede ser considerado como un apilamiento de espiras planas. La carga contenida en una de estas espiras de altura dz es $dq = 2\pi R\sigma dz$. La corriente eléctrica correspondiente es: $di = \frac{dq}{T} = R\sigma\omega dz$ donde $T \equiv \frac{2\pi}{\omega}$ es el período de rotación.

El campo total producido por el conjunto de estas espiras diferenciales es:

$$\begin{aligned}
\vec{B}(z=0) &= \frac{\mu_0 \sigma R^3}{2}\omega \int_{-H/2}^{H/2} \frac{dz}{(z^2+R^2)^{3/2}}\ \hat{k} \\
&= \frac{\mu_0 \sigma R}{2}\omega\ \left.\frac{z}{(z^2+R^2)^{1/2}}\right|_{-H/2}^{H/2}\ \hat{k} \\
&= \frac{\mu_0 \omega \sigma R}{2}\frac{H}{[(H/2)^2+R^2]^{1/2}}\ \hat{k}
\end{aligned}$$

c) El momento magnético total μ_T del cilindro giratorio es la suma de los momentos magnéticos de las espiras infinitesimales que lo componen: $\mu_T = \int d\mu = \pi R^2 \int di = \pi R^3 \sigma\omega \int dz = \pi R^3 \sigma \omega H$.

El torque ejercido por el campo magnético externo es: $\vec{\tau} = \vec{\mu_T} \times \vec{B_0}$. Tiene módulo: $|\vec{\mu_T}| = \frac{\pi R^3 \sigma \omega^2 H B_0}{2}$ y está orientado según el vector unitario $\hat{j}$.