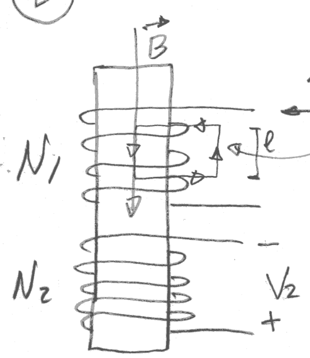
Ejercicio (1)

(a) Ampère = La integral de la proyección del campo magnético a lo largo de un camino cerrado $\mathcal{C}$, dividido por la susceptibilidad magnética del medio, iguala al flujo de la densidad de corriente por cualquier superficie cuyo borde es $\mathcal{C}$.

$$\frac{1}{\mu}\oint_{\mathcal{C}} \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \int_{\partial \mathcal{C}} \vec{J}\cdot d\vec{A} = i$$

(b)



$$\frac{1}{\mu}\oint_{\mathcal{C}} \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \frac{1}{\mu} B\ell = n i_1$$

(H) $B_{exterior} \cong \emptyset$

n = # espiras dentro de $\mathcal{C}$.

$$B = \mu \frac{n}{\ell} i_1 = \mu \frac{N_1}{d} i_1$$

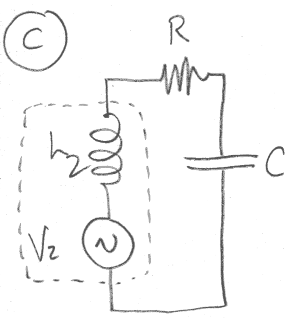
densidad de espiras.

$$\boxed{\phi_i = B S N_i}$$

$$\phi_2 = \mu \frac{N_1}{d} i_1 S N_2 \Rightarrow \frac{d\phi_2}{dt} = \mu \frac{N_1 N_2 S}{d}\frac{di_1}{dt} \rightarrow \boxed{V_2 = -\mu \frac{N_1 N_2}{d} S I_1 \omega \cos\omega t}$$

$$i_1 = I_1 \operatorname{sen}(\omega t)$$

(c)



$$V_2 = V_2^a e^{j\omega t}$$

amplitud de la expresión compleja

$$\underbrace{\phi_L = \overbrace{\left(\mu \frac{N_2}{d} i_2\right)}^{B} \cdot S N_2}_{\phi} \Rightarrow V_L = -\frac{d\phi_L}{dt} =$$

$$= -\mu \frac{N_2^2 S}{d}\frac{di_2}{dt} = -L\frac{di_2}{dt}$$

$$\boxed{L_2 = \mu \frac{N_2^2 S}{d}}$$

$$V_2^a e^{j\omega t} = \left(j\omega L + R + \frac{1}{j\omega C}\right) i_2^a e^{j\omega t},$$

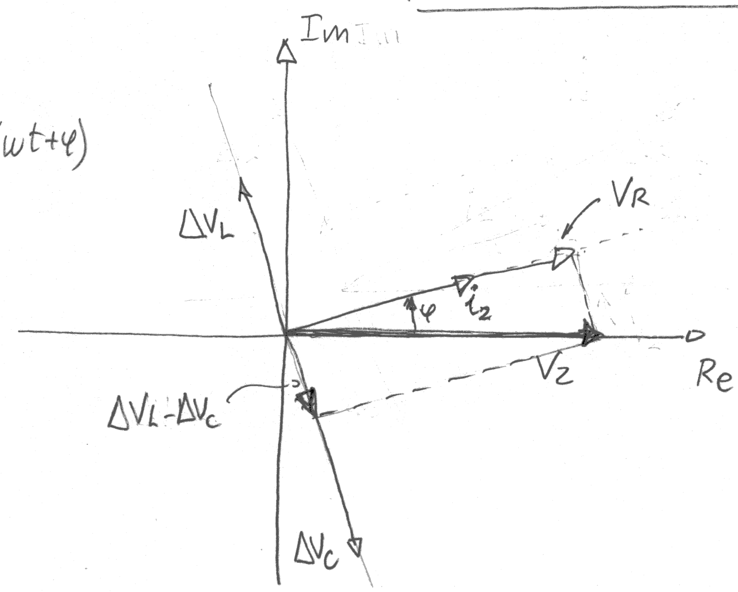
Si supongo circuito eminentemente capacitivo (a diferencia de la letra)

$$i_2^a = \frac{V_2^a}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{V_2^a}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}\, e^{j\varphi}$$

$$\boxed{\varphi = -Atg\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right)}$$

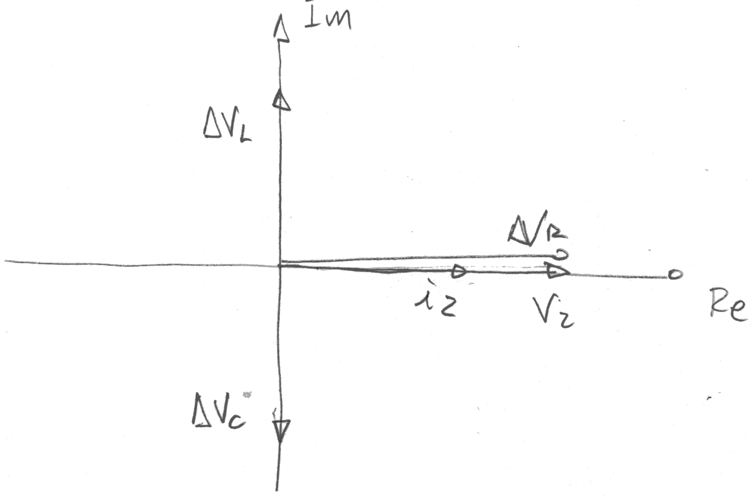
Caídas de potencial:

$$\begin{cases} \Delta V_L = L\dfrac{di_2}{dt} = j\omega L i_2 \Rightarrow \Delta V_L = \dfrac{-V_2^a\,\omega L}{\sqrt{R^2+\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}\,\text{sen}(\omega t+\varphi) \\ \Delta V_R = R i_2 \Rightarrow \Delta V_R = \dfrac{V_2^a\,R\cos(\omega t+\varphi)}{\sqrt{R^2+\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \\ \Delta V_C = \dfrac{i_2}{j\omega C} \Rightarrow \Delta V_C = \dfrac{V_2^a\,\text{sen}(\omega t+\varphi)}{\omega C\sqrt{R^2+\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \end{cases}$$



(d) Máxima disipación $\Rightarrow$ factor de fase $\cos\varphi = 1 \Rightarrow \boxed{\varphi = 0}$

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \rightarrow \boxed{C = \frac{1}{\omega^2 L}}$$

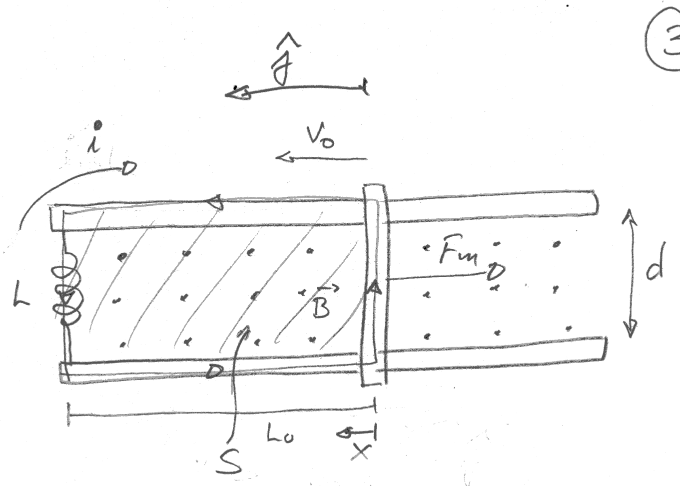


Ejercicio 2

(a) Faraday:

La integral de la proyección del campo eléctrico a lo largo de un camino cerrado $\mathcal{C}$ es igual a la derivada del flujo magnético por cualquier superficie cuyo borde es $\mathcal{C}$.

(b)



$$\phi_{B,S} = B x d \Rightarrow \frac{d\phi_{B,S}}{dt} = B d \dot{x}$$

fem $\Rightarrow \mathcal{E} = -B d \dot{x}$

el signo indica que por el circuito circulará una corriente que inducirá un campo $\vec{B}_{ind}$ que se oponga al cambio de ϕ.

$$\mathcal{E} = \Delta V_L = L \frac{di}{dt}$$

i: corriente inducida

$$-B d \dot{x} = L \frac{di}{dt} \rightsquigarrow i(t) = -\frac{Bd}{L} x$$

$(x(t=0)=0)$

Fuerza magnética

$$\vec{F}_m = -B d i \hat{j}$$

$$\vec{F}_m = -\frac{B^2 d^2}{L} x \hat{j}$$

Newton:

$$m \ddot{x} \hat{j} = -\frac{B^2 d^2}{L} x \hat{j} \longrightarrow \boxed{\ddot{x} + \frac{B^2 d^2}{mL} x = 0}$$

$$x(t) = A \,\text{sen}(\omega t)$$

$(x(0) = 0)$

$$\dot{x}(t) = A\omega \cos(\omega t) = v_0$$

$$A = \frac{v_0}{\omega}$$

$$\boxed{x(t) = \frac{v_0}{\omega} \,\text{sen}(\omega t)}$$

$$\dot{x}(t) = v_0 \cos(\omega t)$$

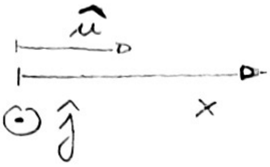
(c) El único elemento disipativo es R $\Rightarrow$ la energía mecánica inicial se disipa en R para $t \to \infty$.

$$\boxed{E_{\text{disipada en R}} = \frac{1}{2} m v_0^2}$$

ercicio (3)

a) i)

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} - (\mu_0 \varepsilon_0) \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$



Ecuación de ondas en el vacío

$$\vec{E} = E(z)\hat{j} = E(x \pm vt)\hat{j} \longrightarrow \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 E}{\partial z^2}\hat{j}$$

$$z = x \pm vt$$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 E}{\partial z^2}\hat{j}$$

$$\left(\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - v^2(\mu_0 \varepsilon_0)\frac{\partial^2 E}{\partial z^2}\right)\hat{j} = 0 \Longleftarrow$$

Solución $\Rightarrow$ $v = \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$

ii)

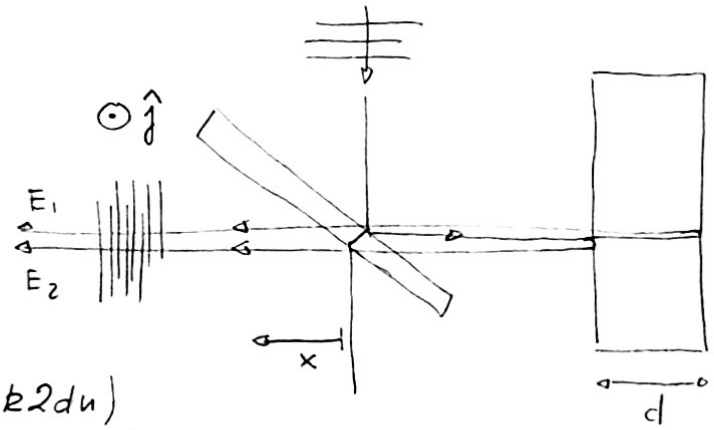
$$I = |\vec{S}| = |\mu_0^{-1}\vec{E} \times \vec{B}| =$$

$$= \mu_0^{-1}|\vec{E}||\vec{B}| = \frac{\mu_0^{-1}|\vec{E}|^2}{c}$$

$$|\vec{E}| = c|\vec{B}|$$

$$\langle I \rangle = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}|\vec{E}|^2$$

b)



$$\vec{E}_2 = E_0 e^{j(\omega t - kx + \pi)}\hat{j}$$

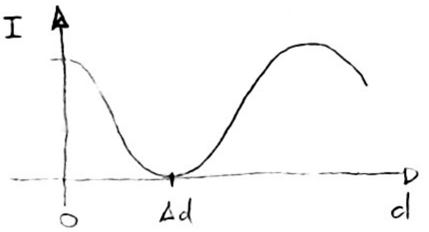
$$\vec{E}_1 = E_0 e^{j(\omega t - kx + k2dn)}\hat{j}$$

$$c = n c_0 = \frac{c_0}{n} \rightsquigarrow \boxed{n = \frac{1}{n}}$$

$$\vec{E}_d = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = E_0 e^{j(\omega t - kx)}\hat{j}\left(e^{j\pi} + e^{j2kdn}\right) = E_0 e^{j(\omega t - kx)}\hat{j}e^{j(kdn + \frac{\pi}{2})}\left(e^{-j(kdn + \frac{\pi}{2})} + e\right)$$

$$I \propto |\vec{E}_d|^2 = 4E_0^2 \operatorname{sen}^2(kdn) \Rightarrow \boxed{I \propto \operatorname{sen}^2(kdn^{-1})}$$

c)



$$\frac{k\Delta d}{n} = \frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\Delta d}{n} = \frac{\pi}{2} \rightarrow \boxed{\Delta d = \frac{n}{4}}$$