

PREANÁLISIS TRABAJO 2 ASIGNATURA TOPOGRAFIA 3 Y MODULO GEODESIA

NIVELACION Y COMPENSACION DE UNA RED DE VÉRTICES ALTIMÉTRICOS

En este caso estudiaremos para cada instrumental y metodología de relevamiento propuestos, las incertidumbres asociadas, y por lo tanto también realizar el proceso inverso llamado Pre Análisis.

El trabajo a realizar:

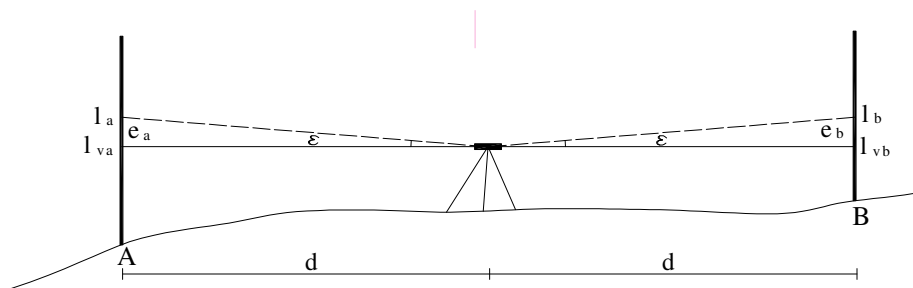
1) Nivelación geométrica con nivel óptico: La metodología consistirá en nivelación geométrica compuesta con doble plano colimador.

2) Nivelación geométrica con nivel electrónico: La metodología consistirá en nivelación geométrica compuesta con doble plano colimador.

3) Nivelación trigonométrica: Desde una posición intermedia a dos nodos, determinar los desniveles desde el instrumento (ET) entre los mismos. Realizar una doble determinación utilizando dos puntos de estación diferentes.

Nivelación geométrica con nivel óptico o electrónico - Incertidumbres Asociadas

Método del punto medio



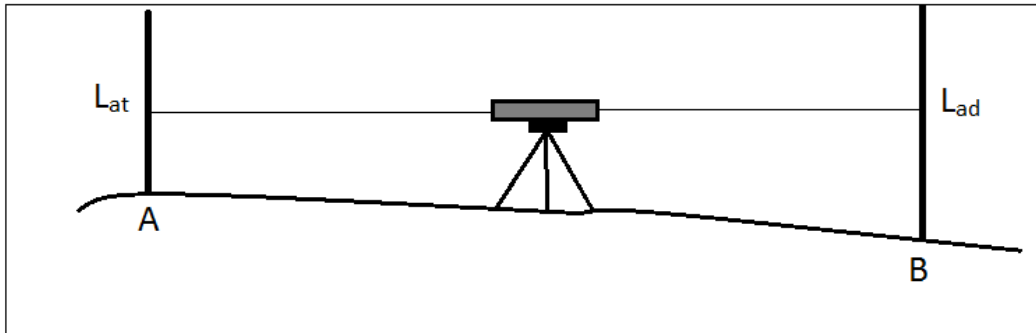
$$\begin{aligned}\Delta H_{AB} &= l_{va} - l_{vb} \\ \Delta H_{AB} &= (l_a - e_a) - (l_b - e_b) \\ \Delta H_{AB} &= [l_a - (d * \operatorname{tg}\epsilon)] - [l_b - (d * \operatorname{tg}\epsilon)] \\ \text{Por lo que } \Delta H_{AB} &= l_a - l_b\end{aligned}$$

Este método consiste en estacionar el nivel a la misma distancia de los puntos cuyo desnivel queremos determinar. La diferencia de las lecturas de las miras nos dará el desnivel verdadero entre los puntos, aun estando el instrumento descorregido, ya que al ser el ángulo ϵ de la visual con la horizontal el mismo en ambas direcciones, y ser iguales las distancias, el error de lectura en cada mira también será igual, por lo que, al hacer la diferencia estos se eliminan.

Este es el método más aconsejable, porque se eliminan los errores sistemáticos del nivel, y también la influencia de los errores debido a la curvatura terrestre y la refracción atmosférica.

Nivelación Simple

Estacionando solo una vez el instrumento:



$\Delta H_{AB} = L_{at} - L_{ad}$ desnivel entre los puntos A y B.

$$\sigma_{\Delta H_{AB}}^2 = \left(\frac{\delta \Delta H_{AB}}{\delta L_{at}} \right)^2 \times \sigma_{L_{at}}^2 + \left(\frac{\delta \Delta H_{AB}}{\delta L_{ad}} \right)^2 \times \sigma_{L_{ad}}^2$$

Donde:

- $\sigma_{\Delta H_{AB}}$ = Incertidumbre en el desnivel entre A y B.
- $\sigma_{L_{at}}$ = Incertidumbre en la lectura de mira atrás.
- $\sigma_{L_{ad}}$ = Incertidumbre en la lectura de mira adelante.
- d_i = distancia entre los puntos $(i+1, i-1)$ del límite natural.

Podemos considerar, sin perder generalidad que:

$$\sigma_{L_{at}} = \sigma_{L_{ad}} = \sigma_L \rightarrow \sigma_{\Delta H_{AB}}^2 = 2\sigma_L^2 \rightarrow \sigma_{\Delta H_{AB}} = \sqrt{2}\sigma_L \quad (1)^*$$

Nivelación Doble y Simultánea

Se realiza el procedimiento estacionando dos veces el instrumento.

$$\Delta H_{AB}^1 = L_{at}^1 - L_{ad}^1$$

$$\Delta H_{AB}^2 = L_{at}^2 - L_{ad}^2$$

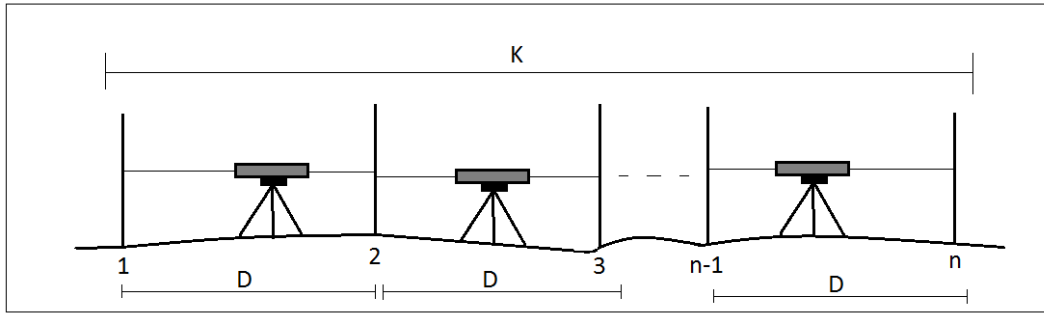
$$\Delta H_{AB} = \frac{\Delta H_{AB}^1 + \Delta H_{AB}^2}{2}$$

$$\sigma_{\Delta H_{AB}}^2 = \left(\frac{\delta \Delta H_{AB}}{\delta \Delta H_{AB}^1} \right)^2 \times \sigma_{\Delta H_{AB}^1}^2 + \left(\frac{\delta \Delta H_{AB}}{\delta \Delta H_{AB}^2} \right)^2 \times \sigma_{\Delta H_{AB}^2}^2$$

Podemos considerar, sin perder generalidad que: $\sigma_{\Delta H_{AB}^1} = \sigma_{\Delta H_{AB}^2}$

$$\sigma_{\Delta H_{AB}}^2 = \sigma_L^2 \rightarrow \sigma_{\Delta H_{AB}} = \sigma_L \quad (2)^*$$

Nivelación Compuesta



Definimos:

n = número de tramos

k = distancia total

D = distancia entre miras.

$$n = \frac{K}{D}$$

$$\Delta H = \Delta H_{12} + \Delta H_{23} + \dots + \Delta H_{(n-1)n}$$

Estacionando solo una vez el instrumento:

$$\sigma_{\Delta H}^2 = n\sigma_{\Delta H_i}^2 \quad (3)$$

Entonces de (1) y (3):

NIVELACION SIMPLE (NS)

$$\sigma_{\Delta H} = \sqrt{2n}\sigma_L$$

Y de (2) y (3):

NIVELACION DOBLE SIMULTANEA (NDS)

$$\sigma_{\Delta H} = \sqrt{n}\sigma_L$$

Observación de Pre Análisis

En pre análisis, podemos simular lo siguiente: $\sigma_{\Delta H}$ es el objetivo de nuestra nivelación supongamos 0.002m/km de nivelación según calibración del Sprinter, (MargIA) $K=1300m$ aprox. por lo tanto $\sigma_{\Delta H} = 0.003m/km$ en tramos de no más de 60m (según norma) donde $n=22$.

Por lo tanto en **NS** :

$$\sigma_{\Delta H} = \sqrt{2n}\sigma_L \quad n=22$$

$$\sigma_L = 0.0005m$$

Por lo tanto en **NDS** :

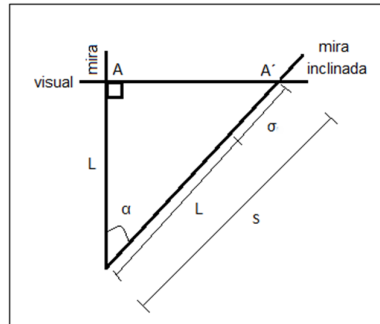
$$\sigma_{\Delta H} = \sqrt{n}\sigma_L \quad n=22$$

$$\sigma_L = 0.0006m$$

Si se dispone de un instrumento digital que asegura el mm y aprecia 0.0005m necesitamos si o si optar por el método NDS.

Este resultado es aplicable a la nivelación geométrica realizada con nivel óptico o electrónico en forma indistinta. Habrá que evaluar para cada uno de estos instrumentos cuales son las fuentes de incertidumbre para poder estimar la incertidumbre en la lectura de la mira (σ_L), (incertidumbre de lectura sobre la mira, incertidumbre por inclinación de la mira, etc.).

Ejemplo: Contribución a la Incertidumbre por inclinación de la señal visada (σ)



$$\cos(\alpha) = \frac{L}{S} \rightarrow S = \frac{L}{\cos(\alpha)}$$

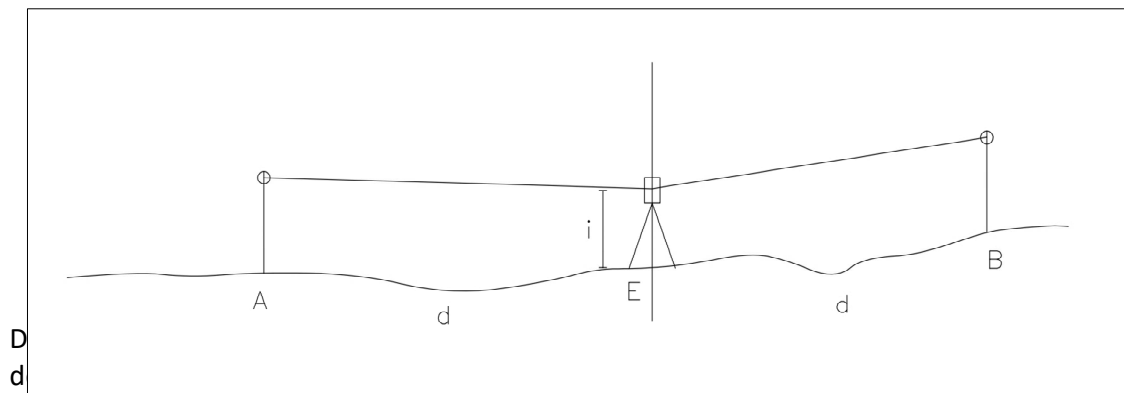
$$L + \sigma = S = \frac{L}{\cos(\alpha)}$$

$\sigma = \pm L \times \left(\frac{1}{\cos(\alpha)} - 1 \right)$ donde α es el ángulo de inclinación y L la altura de la mira. El

realizar la nivelación compuesta con doble plano colimador da como resultado el contar con el desnivel dos veces $\sigma_{\Delta H_{AB1}}$ y $\sigma_{\Delta H_{AB2}}$. Hallamos un único desnivel realizando el promedio simple de ellos y su incertidumbre asociada como:

$$\sigma_{\Delta H_{AB}}^2 = \sigma_{\Delta H_{AB1}}^2 + \sigma_{\Delta H_{AB2}}^2$$

1) Nivelación Trigonométrica. Incertidumbres Asociadas



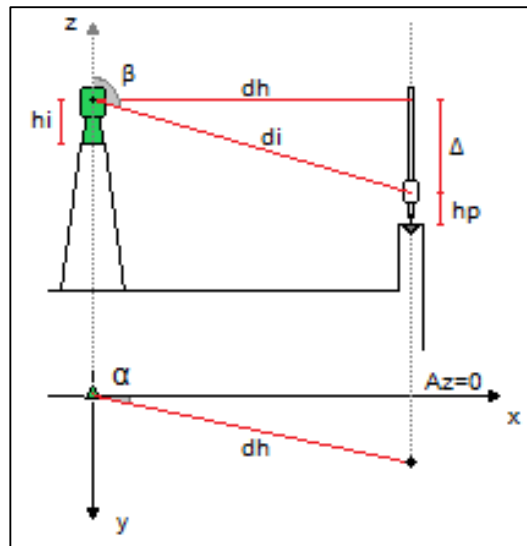
$$\Delta H_{AB} = Z_A - Z_B \rightarrow \sigma_{\Delta H_{AB}}^2 = \sigma_{Z_A}^2 + \sigma_{Z_B}^2$$

$$\text{Considerando } \sigma_{Z_B} = \sigma_{Z_A} = \sigma_Z \rightarrow \sigma_{\Delta H_{AB}} = \sqrt{2n}\sigma_Z$$

El realizar la nivelación trigonométrica con doble determinación da como resultado el contar con el desnivel dos veces $\sigma_{\Delta H_{AB1}}$ y $\sigma_{\Delta H_{AB2}}$. Hallamos un único desnivel realizando el promedio simple de ellos y su incertidumbre asociada como:

$$\sigma_{\Delta H_{AB}}^2 = \sigma_{\Delta H_{AB1}}^2 + \sigma_{\Delta H_{AB2}}^2$$

Incertidumbres al calcular la altura (Z)



$$\begin{cases} x = x_0 + d_i \sin \beta \sin \alpha \\ y = y_0 + d_i \sin \beta \cos \alpha \\ z = z_0 + h_i + d_i \cos \beta - h_p \end{cases}$$

Al considerar solo los desniveles, trabajaremos con la ecuación de z, considerando libre de error la cota de la estación (z_0). Realizando la propagación de incertidumbres:

$$\sigma_z^2 = \left(\frac{\delta Z}{\delta \beta}\right)^2 \sigma_\beta^2 + \left(\frac{\delta Z}{\delta d_i}\right)^2 \sigma_{d_i}^2 + \left(\frac{\delta Z}{\delta h_i}\right)^2 \sigma_{h_i}^2 + \left(\frac{\delta Z}{\delta h_p}\right)^2 \sigma_{h_p}^2$$

$$\sigma_z^2 = (d_i \sin \beta)^2 \sigma_\beta^2 + (\cos \beta)^2 \sigma_{d_i}^2 + \sigma_{h_i}^2 + \sigma_{h_p}^2$$

Donde:

β es el ángulo vertical medido.

d_i es la distancia inclinada medida.

σ_β es la Incertidumbre en la Medida del Ángulo Vertical.

σ_{d_i} es la Incertidumbre en la Medida de la distancia.

σ_{hi} es la Incertidumbre en la Medida de la altura del instrumento.
 σ_{hp} es la Incertidumbre en la Medida de la altura del prisma.

Incertidumbre en la Medida del Angulo Vertical (σ_β)

A la medida de un ángulo vertical le afectará solo la incertidumbre de Medida Angular del instrumento ($\sigma_{\beta_{ISO}}$), ya que ni el centrado de la señal visada, ni el del instrumento, tendrán una influencia significativa. La contribución de la falta de verticalidad del bastón también se puede considerar despreciable, ya que solo sería destacable si éste se inclinara una cantidad importante, la distancia de observación fuera muy pequeña y la visula tuviese una pendiente elevada.

- Incertidumbre de Medida Angular del instrumento ($\sigma_{\beta_{ISO}}$)

$$\sigma_V = \sqrt{2}\sigma_{iso-v}$$

donde:

σ_{iso-v} es la desviación estándar experimental de la media de una dirección vertical observada una vez en ambas posiciones del anteojo (círculo directo e inverso).

A falta de un control realizado por el usuario se tomará la desviación indicada por el fabricante.

σ_V es la desviación estándar de la medida angular realizada en uno de los círculos (es decir sin hacer un promedio de las dos posiciones). Engloba a los tradicionales “errores accidentales de lectura y puntería”.

Si las lecturas se realizan n veces:

$$\sigma_{\beta_{ISO}} = \frac{2}{\sqrt{n}}\sigma_{iso-v}$$

Incertidumbre de Medida de la Distancia (σ_{di})

$$\sigma_d^2 = \sigma_{ISO-EDM}^2 + \sigma_0^2 + \sigma_j^2 + \sigma_c^2$$

Donde:

$\sigma_{ISO-EDM}$ es la Incertidumbre de Medida por el Distanciómetro.

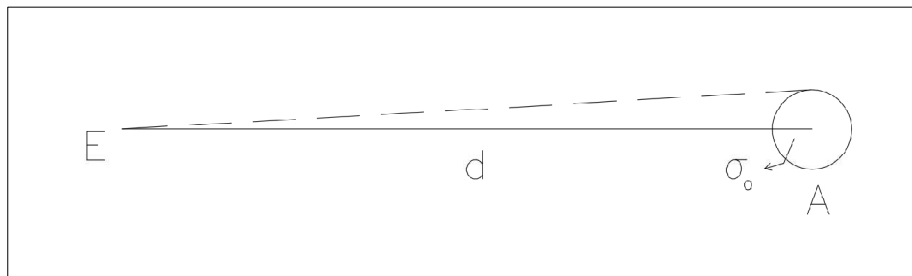
σ_0 es la Incertidumbre por centrado de la señal visada.

σ_j es la Incertidumbre por inclinación de la señal visada.

σ_c es la Incertidumbre por centrado del instrumento.

- Incertidumbre de Medida por el Distanciómetro ($\sigma_{ISO-EDM}$)

$$\sigma_{ISO-EDM}^2 = a^2 + (b_{ppm}10^{-6}d)^2$$



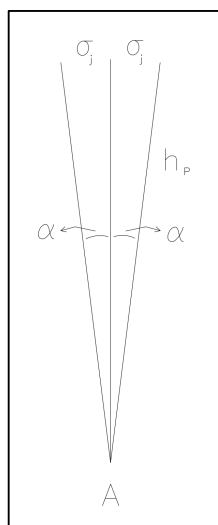
d distancia medida

- Incertidumbre por centrado de la señal visada (σ_0)

e_0 error circular aleatorio. El valor máximo de este error deberá ser considerado como

una incertidumbre expandida, $e_{0max.} = U_0 \rightarrow \sigma_0 = \frac{U_0}{3,5}$

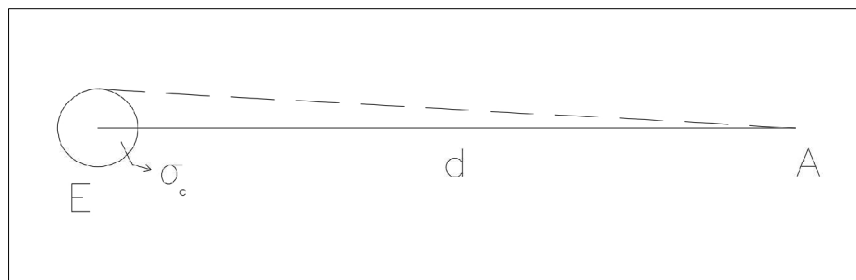
- Contribución a la Incertidumbre por inclinación de la señal visada (σ_j)



e_j error circular aleatorio. El valor máximo de este error deberá ser considerado como una incertidumbre

expandida, $e_{jmax.} = U_j \rightarrow \sigma_j = \frac{U_j}{3,5}$

- Contribución a la Incertidumbre por centrado del instrumento (σ_c)



e_c error circular aleatorio. El valor máximo de este error deberá ser considerado como

una incertidumbre expandida, $e_{cmax.} = U_c \rightarrow \sigma_c = \frac{U_c}{3,5}$

Incertidumbre de Medidas de las alturas del Instrumento y del Prisma (σ_{hi} σ_{hp})

Para estimar estas incertidumbres alcanza con realizar un estudio del instrumento y condiciones con lo que se llevará a cabo.