

# Ingeniería de Ontologías

## Lógica Descriptiva

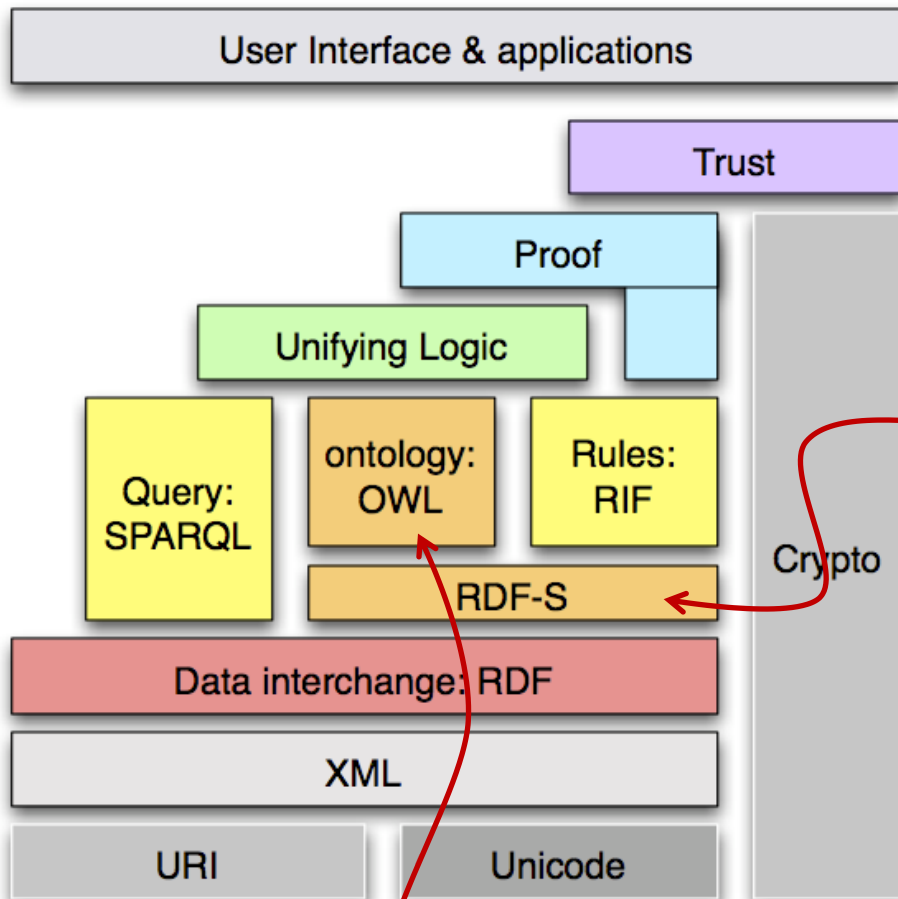
## Sintaxis y semántica



# Agenda

- **Lógica descriptiva**
  - **Introducción**
  - **Sintaxis**
  - **Semántica**
  - **Mundo abierto y mundo cerrado.**

# Arquitectura de la Web Semántica



Para modelar un dominio de interés o una aplicación:

Se necesita un modelo que permita **clasificar los recursos** descritos en RDF.



**Ontologías**: mayor expresividad

“Livianas”: **RDF-Schema**

(jerarquías de clases de recursos, jerarquías de propiedades, dominio y rango)

“Pesadas”: **OWL**

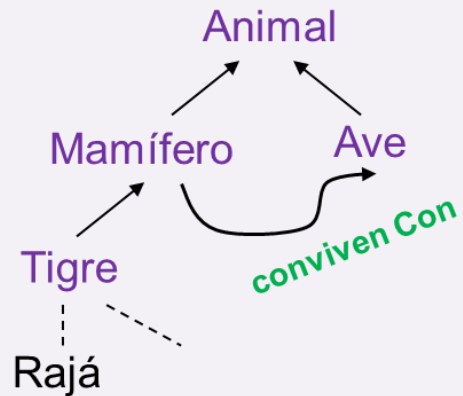
(imponer restricciones, chequeos de consistencia, inferencias) → **Lógica**

# Lógica Descriptiva: un poco de historia

## Redes semánticas:

Red que representa relaciones semánticas entre entidades.

Significado de entidades y relaciones vago.



## Frame logic:

Modelo de representación de conocimiento orientado a objetos, basado en lógica, que sigue el paradigma de mundo cerrado.

$\forall ?X \forall ?Y (?X[\text{son} \rightarrow ?Y] \leftarrow ?Y:\text{man}[\text{father} \rightarrow ?X])$

# Lógica Descriptiva

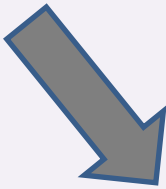
Redes semánticas

Lógica de primer orden

Frame logic

Predicados unarios:  $P(x)$

Predicados binarios:  $R(x, y)$



## Lógica Descriptiva (DL)

Fragmentos decidibles de la lógica de primer orden

Representar las nociones fundamentales de un dominio a través de *descripciones de conceptos*

# Bloques de construcción de lógica descriptiva

- **Instancias o individuos:** constantes

Elementos, objetos atómicos del dominio

*María, Uruguay*

- **Conceptos ó clases:** predicados unarios

Conjuntos de elementos del dominio

*Persona, Estudiante, País*

- **Relaciones ó roles:** predicados binarios

Conjuntos de pares de elementos del dominio

Ej.:  $vive \subseteq Persona \times Pais$

- **Axiomas:** sentencias que son siempre verdaderas

Afirmaciones sobre individuos, conceptos y roles

*Estudiante es una subclase de Persona*

***Estudiante  $\sqsubseteq$  Persona***

*María es una instancia de Persona*

***Persona(María)***

*María vive en Uruguay*

***vive(María, Uruguay)***

# Lógica(s) Descriptiva(s)

- Familias de lenguajes de representación de conocimiento (fragmentos de lógica de primer orden)
- Permiten representar conocimiento conceptual de un dominio de aplicación en forma estructurada y formalmente bien entendida.

Representación de Conocimiento	Lógica Descriptiva	Teoría de Conjuntos
Clase	Concepto (descripción de concepto)	Conjunto
Relación	Rol (descripción de rol)	Relación binaria

# Lógica Descriptiva - Sintaxis

Partimos de un conjunto de **nombres de conceptos atómicos**  $A, B, \dots$  y **nombres de roles atómicos**  $R, S, \dots$ , **nombres de individuos**  $a, b, \dots$

Cada lógica permite construir conceptos y axiomas con diferente expresividad:

$\mathcal{ALC}$ :  $\top, \perp, \sqcap, \sqcup, \exists, \forall, \neg$

$\mathcal{S}$ :  $\mathcal{ALC}$  + **roles transitivos**  $\text{Trans}(R)$

A  $\mathcal{S}$  se agregan constructores que se representan por diferentes letras:

$\mathcal{H}$ : inclusión de roles  $\mathcal{O}$ : nominales  $\{a\}$   $\mathcal{I}$ : roles inversos

$\mathcal{N}$ : restricciones numéricas  $\mathcal{Q}$ : restricciones numéricas calificadas

$\mathcal{R}$ :  $\text{Dis}(R, S)$  roles disjuntos  $\text{Irr}(R)$  roles irreflexivos

Aserciones de negación de roles:  $(\text{John}, \text{Mary}) : \neg\text{likes}$ ,

Axiomas de inclusión de roles complejos:  $R \circ S \sqsubseteq Q$ , universal role  $U$ ,  $\exists R.\text{Self}$

Descripción de conceptos en lógica  $\mathcal{ALCQ}$ :

$C, D ::= \perp \mid \top \mid A \mid \neg C \mid C \sqcap D \mid C \sqcup D \mid \forall R.C \mid \exists R.C \mid \geq nR.C$

Concepto vacío      Todo el Universo



# Lógica Descriptiva - Sintaxis

Conceptos en lógica *ALCQ*:

$C, D := \perp | T | A | \neg C | C \sqcap D | C \sqcup D | \forall R.C | \exists R.C | \geq nR.C | \leq nR.C$

Conceptos atómicos: *Persona, Madre, Padre, Mujer*      Rol atómico: *tieneHijo*

$\neg$ *Persona*: conjunto de todos los elementos que **no** satisfacen el predicado *Persona* (no pertenecen a ese conjunto)

*Persona*  $\sqcap$  *Mujer*: conjunto de todos los elementos que satisfacen el predicado *Persona* y satisfacen el predicado *Mujer* (pertenecen a ambos conjuntos)

*Padre*  $\sqcup$  *Madre*: conjunto de todos los elementos que satisfacen el predicado *Padre* (pertenecen a ese conjunto) ó satisfacen el predicado *Madre*

$\exists$ *tieneHijo.Persona*: conjunto de todos los elementos que **están vinculados** a algún elemento del concepto *Persona* a través del rol *tieneHijo*

$\forall$ *tieneHijo.Persona*: conjunto de todos los elementos que, **si están vinculados** a algún elemento a través del rol *tieneHijo*, este elemento **debe pertenecer al concepto *Persona***. Si NO está vinculado a ningún elemento a través de *tieneHijo*, también satisface la condición.

$\geq 2$ *tieneHijo.Persona*: conjunto de todos los elementos que **están vinculados a por lo menos 2 elementos** del concepto *Persona* a través del rol *tieneHijo*

# Lógica Descriptiva - Sintaxis

Conceptos complejos en lógica  $\mathcal{ALCQ}$ :

$C, D := \perp | T | A | \neg C | C \sqcap D | C \sqcup D | \forall R.C | \exists R.C | \geq nR.C | \leq nR.C$

Conceptos atómicos: *Persona, Madre, Padre*

Rol atómico: *tieneHijo*

## Ejercicio:

Describir el conjunto de todos los elementos que son personas y no tienen ningún hijo que sea una persona.

# Lógica Descriptiva - Sintaxis

Conceptos complejos en lógica  $\mathcal{ALCQ}$ :

$C, D := \perp | T | A | \neg C | C \sqcap D | C \sqcup D | \forall R.C | \exists R.C | \geq nR.C | \leq nR.C$

Conceptos atómicos: *Persona, Madre, Padre*

Rol atómico: *tieneHijo*

## Ejercicio:

Describir el conjunto de todos los elementos que son personas y no tienen ningún hijo que sea una persona.

$Persona \sqcap \neg \exists \text{tieneHijo}.Persona$



$Persona \sqcap \forall \text{tieneHijo}.\neg Persona$

# Lógica Descriptiva - Sintaxis

Conceptos complejos en lógica  $\mathcal{ALCQ}$ :

$C, D := \perp | T | A | \neg C | C \sqcap D | C \sqcup D | \forall R.C | \exists R.C | \geq nR.C | \leq nR.C$

Conceptos atómicos: *Persona, Madre, Padre*

Rol atómico: *tieneHijo*

## Ejercicio:

Describir el conjunto de todos los elementos que son personas y tienen como máximo 3 hijos.

# Lógica Descriptiva - Sintaxis

Conceptos complejos en lógica  $\mathcal{ALCQ}$ :

$C, D := \perp | T | A | \neg C | C \sqcap D | C \sqcup D | \forall R.C | \exists R.C | \geq nR.C | \leq nR.C$

Conceptos atómicos: *Persona, Madre, Padre*

Rol atómico: *tieneHijo*

## Ejercicio:

Describir el conjunto de todos los elementos que son personas y tienen como máximo 3 hijos.

$Persona \sqcap \leq 3 \text{ tieneHijo}. T$

# Lógica Descriptiva - Sintaxis

Conceptos complejos en lógica  $\mathcal{ALCQ}$ :

$C, D := \perp | T | A | \neg C | C \sqcap D | C \sqcup D | \forall R.C | \exists R.C | \geq n R.C | \leq n R.C$

Conceptos atómicos: *Persona, Madre, Padre, Mujer*

Rol atómico: *tieneHijo*

## Ejercicio:

Describir el conjunto de todos los elementos que son padres o son mujeres que no tienen hijas mujeres.

# Lógica Descriptiva - Sintaxis

Conceptos complejos en lógica  $\mathcal{ALCQ}$ :

$C, D := \perp | T | A | \neg C | C \sqcap D | C \sqcup D | \forall R.C | \exists R.C | \geq nR.C | \leq nR.C$

Conceptos atómicos: *Persona, Madre, Padre, Mujer*

Rol atómico: *tieneHijo*

## Ejercicio:

Describir el conjunto de todos los elementos que son padres o son mujeres que no tienen hijas mujeres.

$Padre \sqcup (Mujer \sqcap \neg \exists \text{tieneHijo.Mujer})$

# Lógica Descriptiva - Sintaxis

Base de conocimiento  $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

**TBox  $\mathcal{T}$ :** Conocimiento básico, descripción intensional sobre el dominio de un problema.  $C \sqsubseteq D$

**ABox  $\mathcal{A}$ :** Conocimiento sobre individuos, descripción extensional sobre el dominio de un problema.

$C(a)$   $R(a, b)$   $a = b$   $a \neq b$

$\mathcal{T} = \{Mujer \sqsubseteq Persona, Persona \equiv Mujer \sqcup Hombre,$

$Madre \equiv Mujer \sqcap \exists tieneHijo. Persona\}$

$C \equiv D \rightarrow C \sqsubseteq D$  y  $D \sqsubseteq C$

$\mathcal{A} = \{Mujer(maria), tieneHijo(maria, diego)\}$



# Lógica Descriptiva - Sintaxis

Base de conocimiento  $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

**TBox  $\mathcal{T}$ :** Conocimiento básico, descripción intensional sobre el dominio de un problema.  $C \sqsubseteq D$

**ABox  $\mathcal{A}$ :** Conocimiento sobre individuos, descripción extensional, sobre el dominio de un problema.  $C(a)$   $R(a, b)$   $a = b$   $a \neq b$

$Mujer \sqsubseteq Persona$

$Persona \equiv Mujer \sqcup Hombre$

$Madre \equiv Mujer \sqcap \exists tieneHijo. Persona$

$Padre \equiv Hombre \sqcap \exists tieneHijo. Persona$

$Mujer(maria)$

$tieneHijo(maria, diego)$

## Ejercicio:

Una “abuela” es una madre que tiene al menos un hijo que es padre ó madre.

# Lógica Descriptiva - Sintaxis

Base de conocimiento  $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

**TBox  $\mathcal{T}$ :** Conocimiento básico, descripción intensional sobre el dominio de un problema.  $C \sqsubseteq D$

**ABox  $\mathcal{A}$ :** Conocimiento sobre individuos, descripción extensional, sobre el dominio de un problema.  $C(a)$   $R(a, b)$   $a = b$   $a \neq b$

$Mujer \sqsubseteq Persona$

$Persona \equiv Mujer \sqcup Hombre$

$Madre \equiv Mujer \sqcap \exists tieneHijo. Persona$

$Padre \equiv Hombre \sqcap \exists tieneHijo. Persona$

$Mujer(maria)$

$tieneHijo(maria, diego)$

**Ejercicio:**

Una “abuela” es una madre que tiene al menos un hijo que es padre ó madre.

**$Abuela \equiv Madre \sqcap \exists tieneHijo. (Padre \sqcup Madre)$**

# Lógica Descriptiva - Sintaxis

Base de conocimiento  $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

**TBox  $\mathcal{T}$ :** Conocimiento básico, descripción intensional sobre el dominio de un problema.  $C \sqsubseteq D$

**ABox  $\mathcal{A}$ :** Conocimiento sobre individuos, descripción extensional, sobre el dominio de un problema.  $C(a) \quad R(a, b) \quad a = b \quad a \neq b$

*Mujer  $\sqsubseteq$  Persona*

*Persona  $\equiv$  Mujer  $\sqcup$  Hombre*

*Madre  $\equiv$  Mujer  $\sqcap$   $\exists$ tieneHijo.Persona*

*Padre  $\equiv$  Hombre  $\sqcap$   $\exists$ tieneHijo.Persona*

*Mujer(maria)*

*tieneHijo(maria, diego)*

## Ejercicio:

Todas las madres son personas que tienen al menos un hijo.

# Lógica Descriptiva - Sintaxis

Base de conocimiento  $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

**TBox  $\mathcal{T}$ :** Conocimiento básico, descripción intensional sobre el dominio de un problema.  $C \sqsubseteq D$

**ABox  $\mathcal{A}$ :** Conocimiento sobre individuos, descripción extensional, sobre el dominio de un problema.  $C(a)$   $R(a, b)$   $a = b$   $a \neq b$

$Mujer \sqsubseteq Persona$

$Persona \equiv Mujer \sqcup Hombre$

$Madre \equiv Mujer \sqcap \exists tieneHijo. Persona$

$Padre \equiv Hombre \sqcap \exists tieneHijo. Persona$

$Mujer(maria)$

$tieneHijo(maria, diego)$

## Ejercicio:

Todas las madres son personas que tienen al menos un hijo.

$Madre \sqsubseteq Persona \sqcap \exists tieneHijo. T$

# Lógica Descriptiva - Sintaxis

Base de conocimiento  $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

**TBox  $\mathcal{T}$ :** Conocimiento básico, descripción intensional sobre el dominio de un problema.  $C \sqsubseteq D$

**ABox  $\mathcal{A}$ :** Conocimiento sobre individuos, descripción extensional, sobre el dominio de un problema.  $C(a) \quad R(a, b) \quad a = b \quad a \neq b$

$Mujer \sqsubseteq Persona$

$Persona \equiv Mujer \sqcup Hombre$

$Madre \equiv Mujer \sqcap \exists tieneHijo. Persona$

$Padre \equiv Hombre \sqcap \exists tieneHijo. Persona$

$Mujer(maria)$

$tieneHijo(maria, diego)$

## Ejercicio:

Todas las mujeres que no tienen hijos no son hombres.

# Lógica Descriptiva - Sintaxis

Base de conocimiento  $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

**TBox  $\mathcal{T}$ :** Conocimiento básico, descripción intensional sobre el dominio de un problema.  $C \sqsubseteq D$

**ABox  $\mathcal{A}$ :** Conocimiento sobre individuos, descripción extensional, sobre el dominio de un problema.  $C(a)$   $R(a, b)$   $a = b$   $a \neq b$

*Mujer*  $\sqsubseteq$  *Persona*

*Persona*  $\equiv$  *Mujer*  $\sqcup$  *Hombre*

*Madre*  $\equiv$  *Mujer*  $\sqcap$   $\exists$ tieneHijo.*Persona*

*Padre*  $\equiv$  *Hombre*  $\sqcap$   $\exists$ tieneHijo.*Persona*

*Mujer*(*maria*)

tieneHijo(*maria*, *diego*)

**Ejercicio:**

Todas las mujeres que no tienen hijos no son hombres.

*Mujer*  $\sqcap$   $\neg \exists$ tieneHijo. $\top$   $\sqsubseteq$   $\neg$ *Hombre*

# Lógica Descriptiva - Sintaxis

Base de conocimiento  $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{R}, \mathcal{A} \rangle$

**TBox  $\mathcal{T}$ :** Conocimiento básico, descripción intensional sobre el dominio de un problema.  $C \sqsubseteq D$

**ABox  $\mathcal{A}$ :** Conocimiento sobre individuos, descripción extensional, sobre el dominio de un problema.  $C(a)$   $R(a, b)$   $a = b$   $a \neq b$

**RBox  $\mathcal{R}$ :** Conocimiento básico, descripción intensional sobre el conjunto de pares de elementos del dominio.  $R \sqsubseteq S$   $\text{Dis}(R, S)$   $R \circ S \sqsubseteq Q$

*Mujer*  $\sqsubseteq$  *Persona*

*tieneHijo(maria, diego)*

*mariajose = majo*

*esPadre*  $\circ$  *esPadre*  $\sqsubseteq$  *esAbuelo*

# Lógica Descriptiva – Sintaxis - Rbox

**ALC**:  $\top, \perp, \sqcap, \sqcup, \exists, \forall, \neg$

**S**: **ALC** + roles transitivos  $\text{Trans}(R)$

A **S** se agregan constructores que se representan por diferentes letras:

**H**: inclusión de roles **O**: nominales  $\{a\}$  **I**: roles inversos

**N**: restricciones numéricas **Q**: restricciones numéricas calificadas

**R**:  $\text{Dis}(R, S)$  roles disjuntos  $\text{Irr}(R)$  roles irreflexivos

Aserciones de negación de roles:  $(John, Mary) : \neg\text{likes}$ ,

Axiomas de inclusión de roles complejos:  $R \circ S \sqsubseteq Q$ , universal role  $U$ ,  $\exists R.\text{Self}$

**H**:  $R \sqsubseteq S$  **tieneHijo**  $\sqsubseteq$  **tieneDescendiente**

**O**:  $\{a\}$   $\{Uruguay\}$  **I**:  $S = R^{-}$  **Hijo = Padre**

**N**:  $\geq nR.T$   $\geq 2\text{tieneHijo}.T$

**R**:  $\text{Dis}(R, S)$  **Dis(esAmigoDe, esEnemigoDe)**  $\text{Irr}(R)$  **Irr(tieneHijo)**

$R \circ S \sqsubseteq Q$  **esHermano**  $\circ$  **esPadre**  $\sqsubseteq$  **esTio**

Roles transitivos:  $\text{Trans}(R) \rightarrow R \circ R \sqsubseteq R$



# Lógica Descriptiva - Semántica

## Interpretación

Sea  $\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$  tal que:

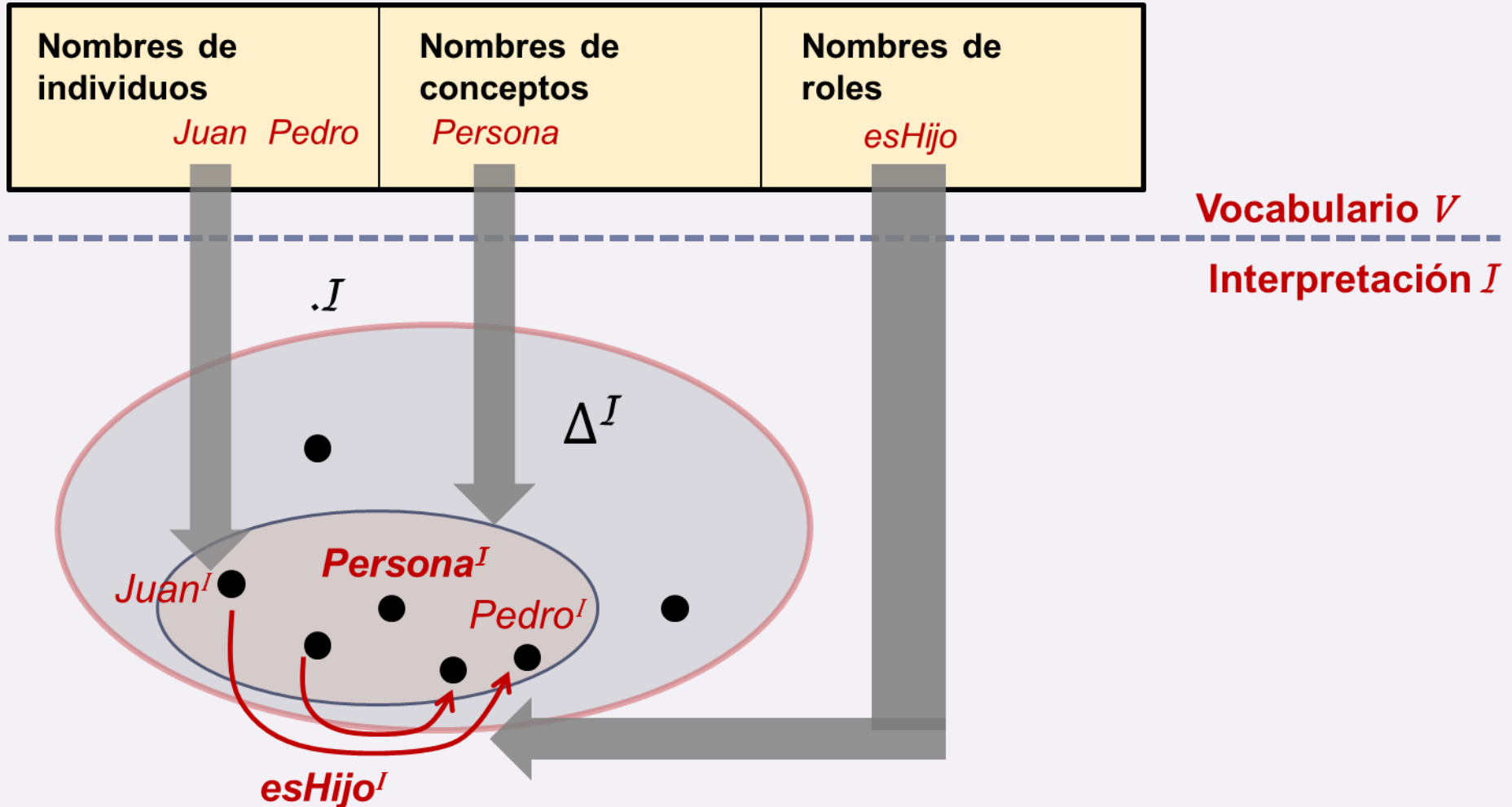
$\Delta^{\mathcal{I}}$ : dominio de interpretación, conjunto no vacío

$\cdot^{\mathcal{I}}$ : función de interpretación que asigna

- A cada **concepto**  $A$  un conjunto  $A^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}}$
- A cada **rol**  $R$  una relación binaria  $R^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}}$
- A cada **individuo**  $a$  un elemento  $a^{\mathcal{I}} \in \Delta^{\mathcal{I}}$

# Lógica Descriptiva - Semántica

## Interpretación



# Lógica Descriptiva - Semántica

## Interpretación de conceptos complejos *ALCQ*

Constructor	DL	Semántica
bottom	$\perp$	$\emptyset$
top	$\top$	$\Delta^I$
negación	$\neg C$	$\Delta^I \setminus C^I$
conjunción	$C \sqcap D$	$C^I \cap D^I$
disjunción	$C \sqcup D$	$C^I \cup D^I$
restricción existencial	$\exists R.C$	$\{x \mid \exists y.(x,y) \in R^I \wedge y \in C^I\}$
restricción universal	$\forall R.C$	$\{x \mid \forall y.(x,y) \in R^I \rightarrow y \in C^I\}$
restricción de cardinalidad	$\geq n R.C$	$\{x \mid \#\{y.(x,y) \in R^I \wedge y \in C^I\} \geq n\}$

# Lógica Descriptiva - Semántica

## Ejemplo de Interpretación

Conceptos atómicos: *Persona*, *Madre*, *Padre*

Rol atómico: *tieneHijo*

$$I = (\Delta^I, \cdot^I)$$

$$\Delta^I = \{a, b, c, d, e\}$$

$$Persona^I = \{a, b, c, d\}$$

$$Madre^I = \{a\}$$

$$Padre^I = \{b\}$$

$$tieneHijo^I = \{ \langle a, d \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, a \rangle, \langle a, e \rangle, \langle d, e \rangle \}$$

$$(Padre \sqcup Madre)^I = \{a, b\}$$

$$(\exists tieneHijo. Persona)^I = \{a, b, c\}$$

# Lógica Descriptiva - Semántica

## Ejemplo de Interpretación

Conceptos atómicos: *Persona*, *Madre*, *Padre*

Rol atómico: *tieneHijo*

$$I = (\Delta^I, \cdot^I)$$

$$\Delta^I = \{María, Juan, Pedro, Ana, José\}$$

$$Persona^I = \{María, Juan, Pedro, Ana\}$$

$$Madre^I = \{María\}$$

$$Padre^I = \{Juan, Pedro\}$$

$$tieneHijo^I = \{\langle María, Ana \rangle, \langle Juan, Ana \rangle\}$$

$$(Padre \sqcup Madre)^I = \{María, Juan, Pedro\}$$

$$(\exists tieneHijo. Persona)^I = \{María, Juan\}$$

# Lógica Descriptiva - Semántica

## Ejemplo de Interpretación

Conceptos atómicos: *Persona*, *Madre*, *Padre*

Rol atómico: *tieneHijo*

$$I = (\Delta^I, \cdot^I)$$

$$\Delta^I = \{María, Juan, Pedro, Ana, José\}$$

$$Persona^I = \{María, Juan, Pedro, Ana\}$$

$$Madre^I = \{María, José\}$$

$$Padre^I = \{Juan, Pedro, \}$$

$$tieneHijo^I = \{<María, Ana>, <Juan, Ana>, <Ana, José>, <Pedro, José>\}$$

$$(Padre \sqcup Madre)^I = \{María, José, Juan, Pedro\}$$

$$(\exists tieneHijo. Persona)^I = \{María, Juan, Ana, Pedro\}$$

# Lógica Descriptiva – Semántica

## Interpretación

Sea  $\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$

$\mathcal{I}$  satisface el axioma de TBox  $C \sqsubseteq D$  si  $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ . Notación:  $\mathcal{I} \models C \sqsubseteq D$

$\mathcal{I}$  satisface los axiomas de Abox:

$C(a)$  si  $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$ .  $\mathcal{I} \models C(a)$

$R(a, b)$  si  $\langle a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}} \rangle \in R^{\mathcal{I}}$ .  $\mathcal{I} \models R(a, b)$

$a = b$  si  $a^{\mathcal{I}} = b^{\mathcal{I}}$ .  $\mathcal{I} \models a = b$

$a \neq b$  si  $a^{\mathcal{I}} \neq b^{\mathcal{I}}$ .  $\mathcal{I} \models a \neq b$

# Lógica Descriptiva - Semántica

## Modelo de una base de conocimiento

Sea  $\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$  una interpretación y  $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$  una base de conocimiento,

$\mathcal{I}$  es un modelo de  $\mathcal{K}$  si:

- $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$  para todo  $C \sqsubseteq D$  en  $\mathcal{T}$
- $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$  para todo  $C(a)$  en  $\mathcal{A}$
- $\langle a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}} \rangle \in R^{\mathcal{I}}$  para todo  $R(a, b)$  en  $\mathcal{A}$
- $a^{\mathcal{I}} = b^{\mathcal{I}}$  para todo  $a = b$  en  $\mathcal{A}$
- $a^{\mathcal{I}} \neq b^{\mathcal{I}}$  para todo  $a \neq b$  en  $\mathcal{A}$

$\mathcal{K}$  es consistente si existe  $\mathcal{I}$  modelo de  $\mathcal{K}$



# Semántica - Ejemplos

$\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$  es un **modelo** de  $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$  si:

- $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$  para todo  $C \sqsubseteq D$  en  $\mathcal{T}$
- $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$  para todo  $C(a)$  en  $\mathcal{A}$
- $\langle a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}} \rangle \in R^{\mathcal{I}}$  para todo  $R(a, b)$  en  $\mathcal{A}$
- $a^{\mathcal{I}} = b^{\mathcal{I}}$  para todo  $a = b$  en  $\mathcal{A}$
- $a^{\mathcal{I}} \neq b^{\mathcal{I}}$  para todo  $a \neq b$  en  $\mathcal{A}$

$\mathcal{K}$  es consistente si existe  $\mathcal{I}$  modelo de  $\mathcal{K}$

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ :

$\mathcal{T} = \{ \text{Madre} \sqsubseteq \text{Persona}, \text{Padre} \sqsubseteq \text{Persona}, \text{Padre} \sqcap \text{Madre} \sqsubseteq \perp \}$

$\mathcal{A} = \{ \text{Persona}(\text{maría}), \text{Persona}(\text{juana}), \text{Persona}(\text{pedro}), \text{Madre}(\text{maría}), \text{Padre}(\text{pedro}) \}$

$\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$

$\Delta^{\mathcal{I}} = \{a, b, c\}$

$\text{Persona}^{\mathcal{I}} = \{a, b, c\}$

$\text{Madre}^{\mathcal{I}} = \{a\}$

$\text{Padre}^{\mathcal{I}} = \{b\}$

$\text{maría}^{\mathcal{I}} = a$

$\text{juana}^{\mathcal{I}} = c$

$\text{pedro}^{\mathcal{I}} = b$

# Semántica - Ejemplos

$\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$  es un **modelo** de  $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$  si:

- $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$  para todo  $C \sqsubseteq D$  en  $\mathcal{T}$
- $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$  para todo  $C(a)$  en  $\mathcal{A}$
- $\langle a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}} \rangle \in R^{\mathcal{I}}$  para todo  $R(a, b)$  en  $\mathcal{A}$
- $a^{\mathcal{I}} = b^{\mathcal{I}}$  para todo  $a = b$  en  $\mathcal{A}$
- $a^{\mathcal{I}} \neq b^{\mathcal{I}}$  para todo  $a \neq b$  en  $\mathcal{A}$

$\mathcal{K}$  es consistente si existe  $\mathcal{I}$  modelo de  $\mathcal{K}$

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ :

$\mathcal{T} = \{Madre \sqsubseteq Persona, Padre \sqsubseteq Persona, Padre \sqcap Madre \sqsubseteq \perp\}$

$\mathcal{A} = \{Persona(maría), Persona(juana), Persona(pedro), Madre(maría), Padre(pedro)\}$

$\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$

$\Delta^{\mathcal{I}} = \{a, b, c\}$

$Persona^{\mathcal{I}} = \{a, b, c\}$

$Madre^{\mathcal{I}} = \{a\}$

$Padre^{\mathcal{I}} = \{b\}$

$maría^{\mathcal{I}} = a$

$juana^{\mathcal{I}} = c$

$pedro^{\mathcal{I}} = b$

$\{a\} \subseteq \{a, b, c\}, \{b\} \subseteq \{a, b, c\}, \{a\} \sqcap \{b\} \sqsubseteq \perp$

$\mathcal{I}$  es un modelo de  $\mathcal{K}$ , por lo que  $\mathcal{K}$  es consistente.

# Semántica - Ejemplos

$I = (\Delta^I, \cdot^I)$  es un **modelo** de  $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$  si:

- $C^I \subseteq D^I$  para todo  $C \sqsubseteq D$  en  $\mathcal{T}$
- $a^I \in C^I$  para todo  $C(a)$  en  $\mathcal{A}$
- $\langle a^I, b^I \rangle \in R^I$  para todo  $R(a, b)$  en  $\mathcal{A}$
- $a^I = b^I$  para todo  $a = b$  en  $\mathcal{A}$
- $a^I \neq b^I$  para todo  $a \neq b$  en  $\mathcal{A}$

$\mathcal{K}$  es consistente si existe  $I$  modelo de  $\mathcal{K}$

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ :

$\mathcal{T} = \{Madre \sqsubseteq Persona, Padre \sqsubseteq Persona, Padre \sqcap Madre \sqsubseteq \perp\}$

$\mathcal{A} = \{Persona(maría), Persona(juana), Persona(pedro), Madre(maría), Padre(pedro)\}$

$I = (\Delta^I, \cdot^I)$

$\Delta^I = \{a, b, c\}$

$Persona^I = \{a, b\}$

$Madre^I = \{a\}$

$Padre^I = \{a\}$

$maría^I = a$

$juana^I = b$

$pedro^I = a$

# Semántica - Ejemplos

$I = (\Delta^I, \cdot^I)$  es un **modelo** de  $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$  si:

- $C^I \subseteq D^I$  para todo  $C \sqsubseteq D$  en  $\mathcal{T}$
- $a^I \in C^I$  para todo  $C(a)$  en  $\mathcal{A}$
- $\langle a^I, b^I \rangle \in R^I$  para todo  $R(a, b)$  en  $\mathcal{A}$
- $a^I = b^I$  para todo  $a = b$  en  $\mathcal{A}$
- $a^I \neq b^I$  para todo  $a \neq b$  en  $\mathcal{A}$

$\mathcal{K}$  es consistente si existe  $I$  modelo de  $\mathcal{K}$

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ :

$\mathcal{T} = \{Madre \sqsubseteq Persona, Padre \sqsubseteq Persona, Padre \sqcap Madre \sqsubseteq \perp\}$

$\mathcal{A} = \{Persona(maría), Persona(juana), Persona(pedro), Madre(maría), Padre(pedro)\}$

$I = (\Delta^I, \cdot^I)$

$\Delta^I = \{a, b, c\}$

$Persona^I = \{a, b\}$

$Madre^I = \{a\}$

$Padre^I = \{a\}$

$maría^I = a$

$juana^I = b$

$pedro^I = a$

$\{a\} \subseteq \{a, b\}, \{a\} \subseteq \{a, b\}$ , pero  $\{a\} \sqcap \{a\} \sqsubseteq \perp$  no es verdadero.

$I$  no es un modelo de  $\mathcal{K}$ , pero  $\mathcal{K}$  es consistente porque existen interpretaciones que son modelos de  $\mathcal{K}$

# Semántica - Ejemplos

$\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$  es un **modelo** de  $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$  si:

- $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$  para todo  $C \sqsubseteq D$  en  $\mathcal{T}$
- $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$  para todo  $C(a)$  en  $\mathcal{A}$
- $\langle a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}} \rangle \in R^{\mathcal{I}}$  para todo  $R(a, b)$  en  $\mathcal{A}$
- $a^{\mathcal{I}} = b^{\mathcal{I}}$  para todo  $a = b$  en  $\mathcal{A}$
- $a^{\mathcal{I}} \neq b^{\mathcal{I}}$  para todo  $a \neq b$  en  $\mathcal{A}$

$\mathcal{K}$  es consistente si existe  $\mathcal{I}$  modelo de  $\mathcal{K}$

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ :

$\mathcal{T} = \{Madre \sqsubseteq Persona, Padre \sqsubseteq Persona, Padre \sqcap Madre \sqsubseteq \perp\}$

$\mathcal{A} = \{Persona(maría), Persona(juana), Persona(pedro), Madre(maria), Padre(maria)\}$

**Es consistente?**

# Semántica - Ejemplos

$I = (\Delta^I, \cdot^I)$  es un **modelo** de  $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$  si:

- $C^I \subseteq D^I$  para todo  $C \sqsubseteq D$  en  $\mathcal{T}$
- $a^I \in C^I$  para todo  $C(a)$  en  $\mathcal{A}$
- $\langle a^I, b^I \rangle \in R^I$  para todo  $R(a, b)$  en  $\mathcal{A}$
- $a^I = b^I$  para todo  $a = b$  en  $\mathcal{A}$
- $a^I \neq b^I$  para todo  $a \neq b$  en  $\mathcal{A}$

$\mathcal{K}$  es consistente si existe  $I$  modelo de  $\mathcal{K}$

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ :

$\mathcal{T} = \{Madre \sqsubseteq Persona, Padre \sqsubseteq Persona, Padre \sqcap Madre \sqsubseteq \perp\}$

$\mathcal{A} = \{Persona(maría), Persona(juana), Persona(pedro), Madre(maria), Padre(maria)\}$

Cualquiera sea la interpretación  $I$  de  $\mathcal{K}$ , no satisface el axioma  $Padre \sqcap Madre \sqsubseteq \perp$

Por los axiomas  $Madre(maria)$ ,  $Padre(maria)$ ,  $Madre^I$  y  $Padre^I$  deben tener al menos un elemento de  $\Delta^I$  en común, que es  $maria^I$ .

$\mathcal{K}$  es inconsistente ya que no existe ninguna interpretación que sea un modelo de  $\mathcal{K}$

# Mundo abierto y mundo cerrado

La semántica de lógica descriptiva adhiere al paradigma de

***mundo abierto***

**No se puede derivar que una afirmación es falsa,  
porque no pueda demostrarse que es verdadera.**

# Mundo abierto y mundo cerrado

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ .

$\mathcal{T} = \{ \text{Madre} \sqsubseteq \text{Persona}, \text{Madre} \sqsubseteq \exists \text{tieneHijo}.\text{Persona} \}$

$\mathcal{A} = \{ \text{Persona}(\text{maría}), \text{Persona}(\text{juana}), \text{Madre}(\text{maria}) \}$

$\mathcal{K}$  es consistente?



# Mundo abierto y mundo cerrado

$$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle.$$

$$\mathcal{T} = \{ \text{Madre} \sqsubseteq \text{Persona}, \text{Madre} \sqsubseteq \exists \text{tieneHijo}.\text{Persona} \}$$

$$\mathcal{A} = \{ \text{Persona}(\text{maría}), \text{Persona}(\text{juana}), \text{Madre}(\text{maria}) \}$$

Posible modelo de  $\mathcal{K}$ :

$$I = (\Delta^I, \cdot^I)$$

$$\Delta^I = \{a, b, c\}$$

$$\text{Persona}^I = \{a, b, c\}$$

$$\text{Madre}^I = \{a\}$$

$$\text{tieneHijo}^I = \{ \langle a, c \rangle \}$$

$$\text{maria}^I = a$$

$$\text{juana}^I = b$$

# Mundo abierto y mundo cerrado

La semántica de lógica descriptiva adhiere al paradigma de

***mundo abierto***

No se puede derivar que una afirmación es falsa,  
porque no pueda demostrarse que es verdadera.

**El paradigma de mundo abierto es coherente con el hecho de que  
la información en la Web está incompleta.**

# Bibliografía

Franz Baader, Ian Horrocks, Ulrike Sattler: Description Logics. Handbook on Ontologies 2004: 3-28

Capítulo 2 Description Logics Handbook: Theory, Implementation, and Applications. Editores Franz Baader and Diego Calvanese and Deborah L. McGuinness and Daniele Nardi and Peter F. Patel-Schneider. 2003.

Pascal Hitzler, Markus Krötzsch, Sebastian Rudolph: Foundations of Semantic Web Technologies, Chapman & Hall/CRC, 2009.

Instalar: <http://protege.stanford.edu/>