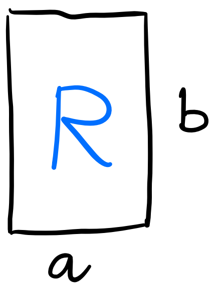
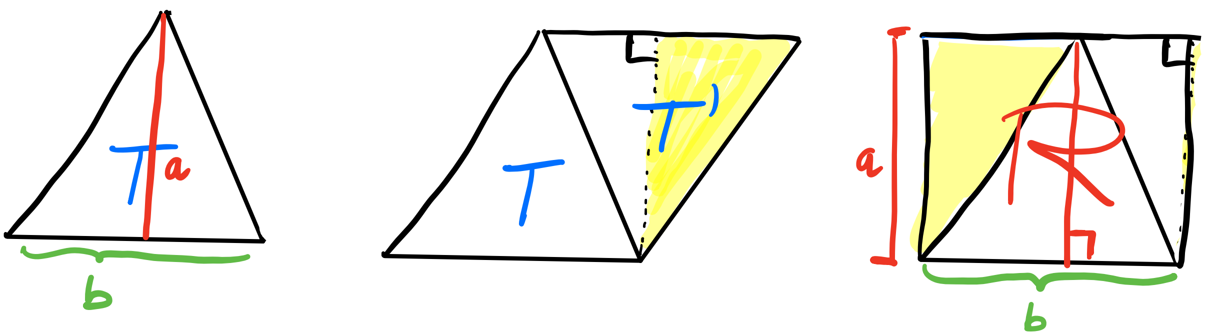
ÁREA

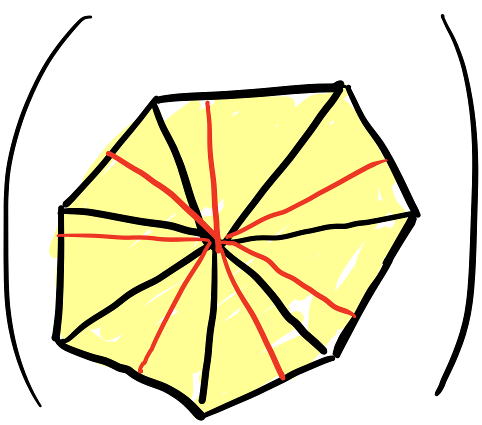


$a \cdot b = \text{Área}(R)$

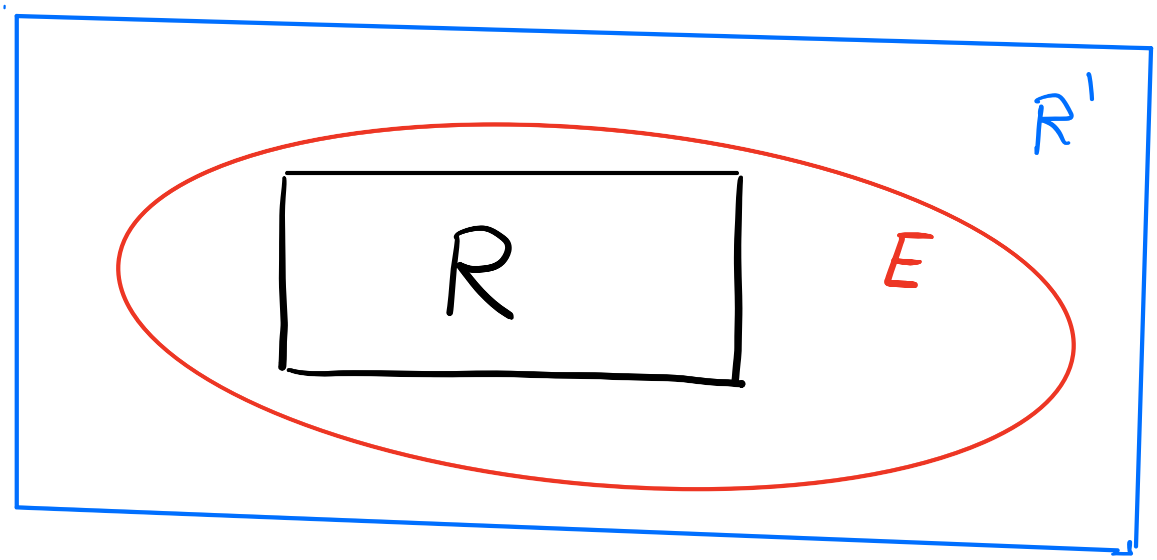


$\text{Área}(R) = \text{Área}(T) + \text{Área}(T') = 2\,\text{Área}(T)$

$\text{Área}(T) = \dfrac{\text{Área}(R)}{2} = \dfrac{b\,a}{2}$

Área  = suma de las areas de los triangulitos

Aproximación por exceso y por defecto

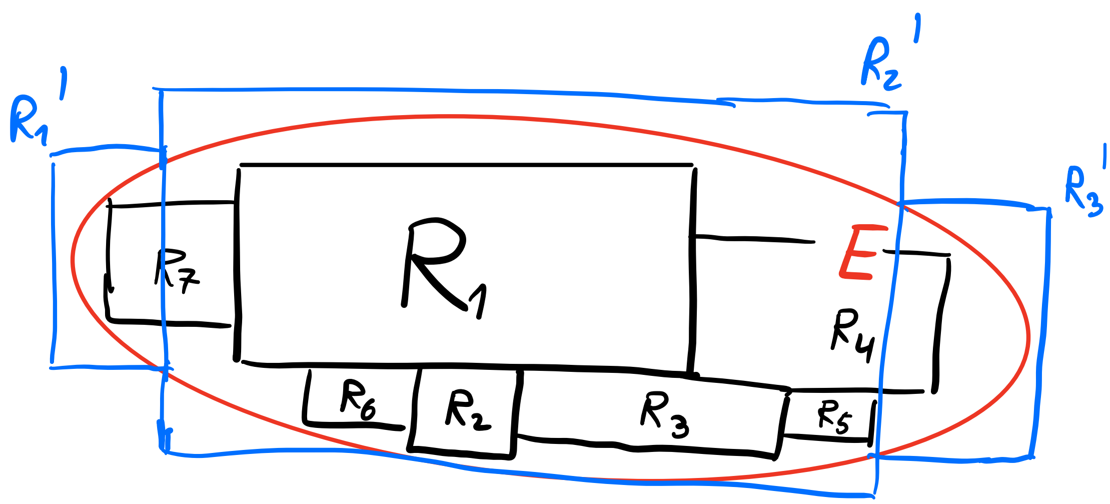


¿Área(E)?

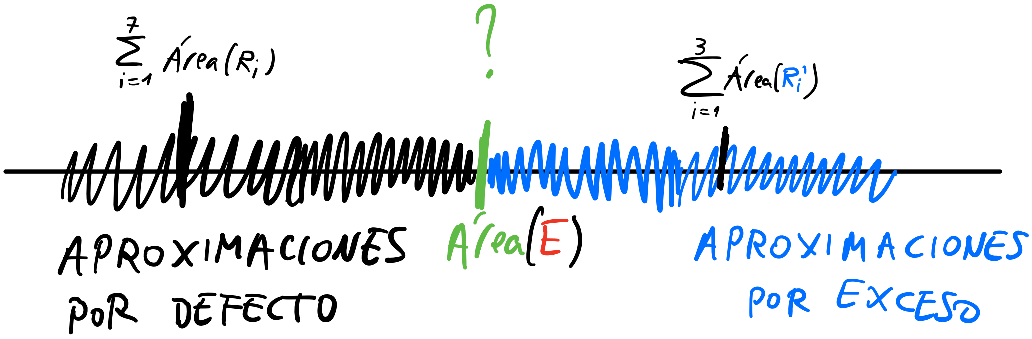
Aproximación por defecto

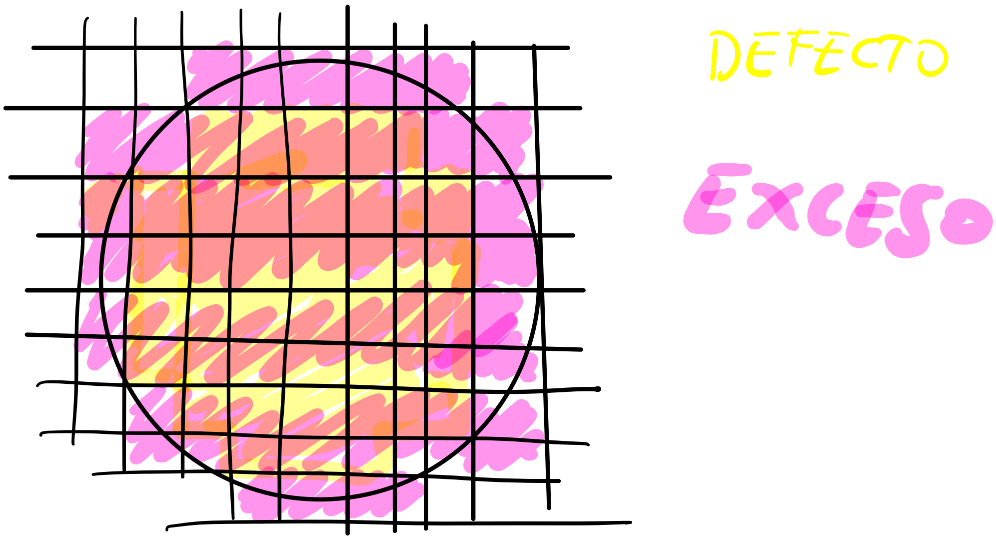
$$\text{Área}(R') > \text{Área}(E) > \text{Área}(R)$$

Aproximación por exceso



$$\sum_{i=1}^{3} \text{Área}(R_i') > \text{Área}(E) > \sum_{i=1}^{7} \text{Área}(R_i)$$





$D = \{\text{Aproximaciones por defecto}\} \subseteq \mathbb{R}$

$E = \{\text{Aproximaciones por exceso}\} \subseteq \mathbb{R}$

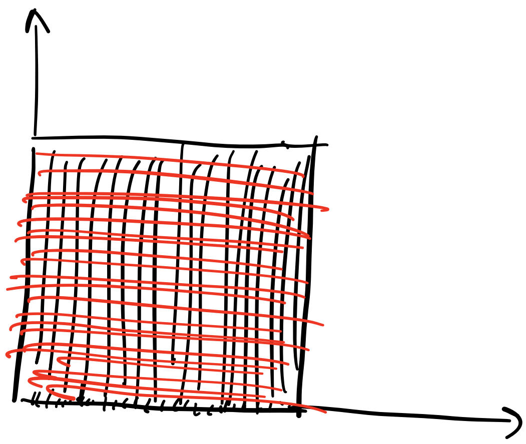
D acotado superiormente

E acotado inferiormente

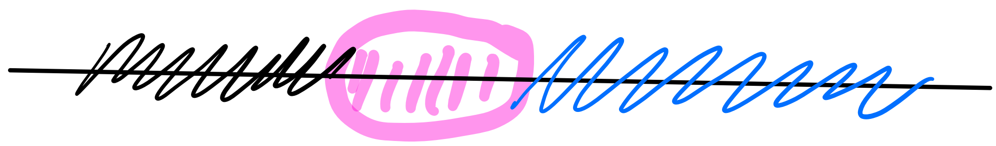
$$\text{Área}(E) = \sup(D) = \inf(E)$$

$$X = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \in \mathbb{Q}, y \notin \mathbb{Q}\}$$

$\left(\ldots \quad 0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 1 \right)$

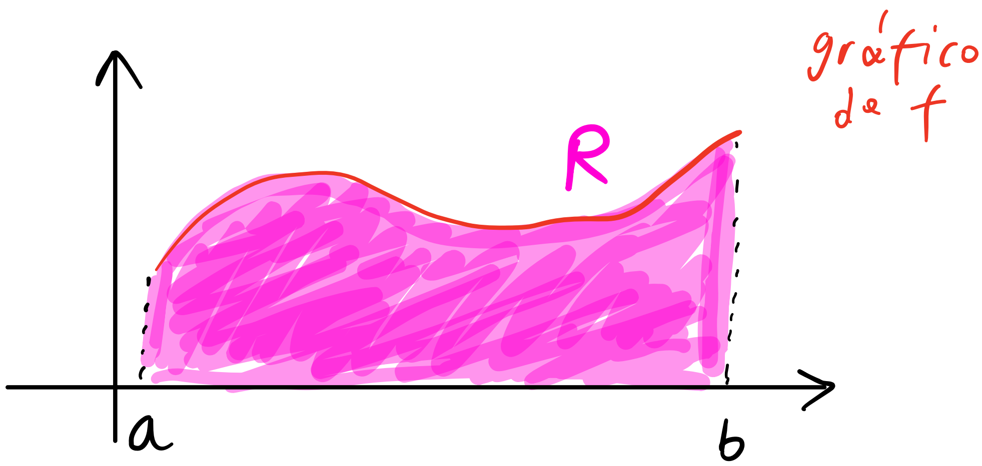


CUANDO QUEREMOS HALLAR EL ÁREA DE UNA REGIÓN MUY FEA PUEDE OCURRIR



¿CUÁL ES EL ÁREA?

INTEGRALES DE FUNCIONES

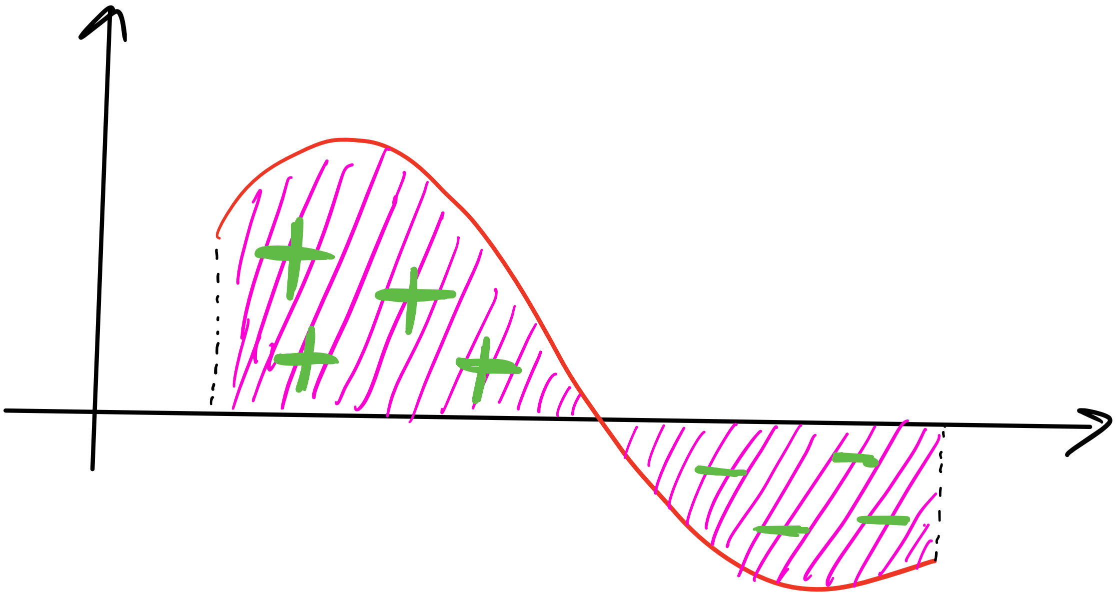


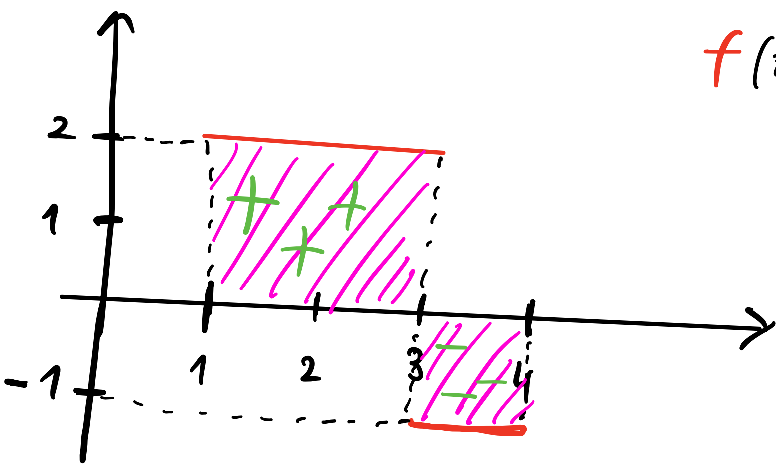
$f : [a,b] \to \mathbb{R}$

El área de la región R es "la integral" de la función f. La vamos a anotar

$$\int_a^b f(x)\,dx$$

"La integral es un área signada"

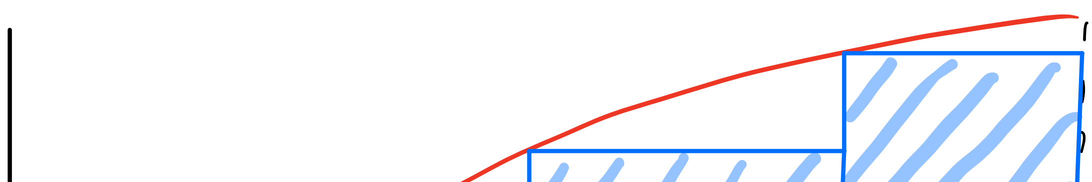


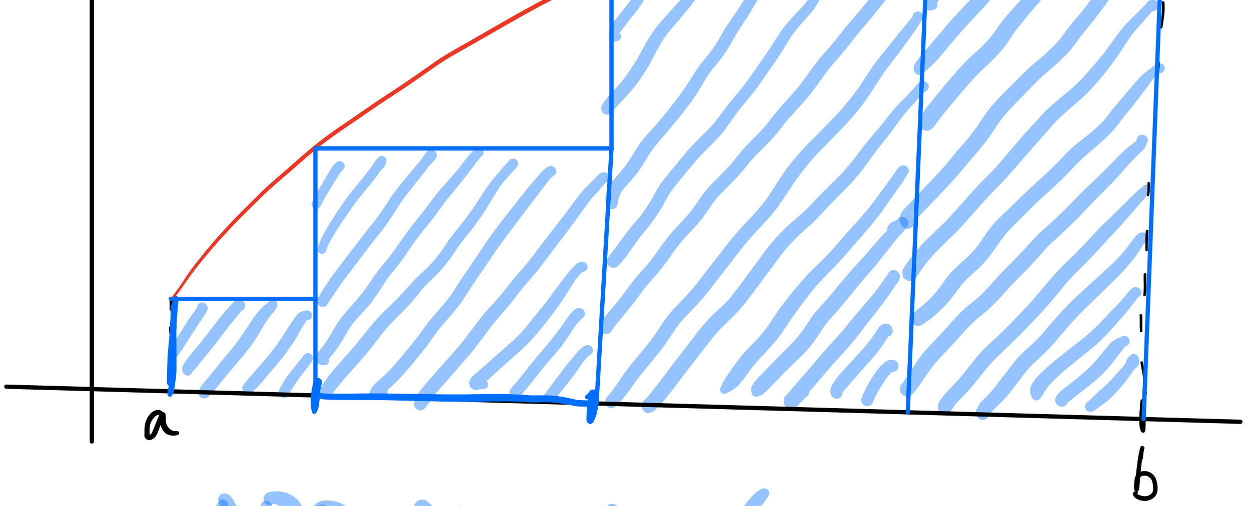


$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x \in [1,3) \\ -1 & \text{si } x \in [3,4] \end{cases}$$

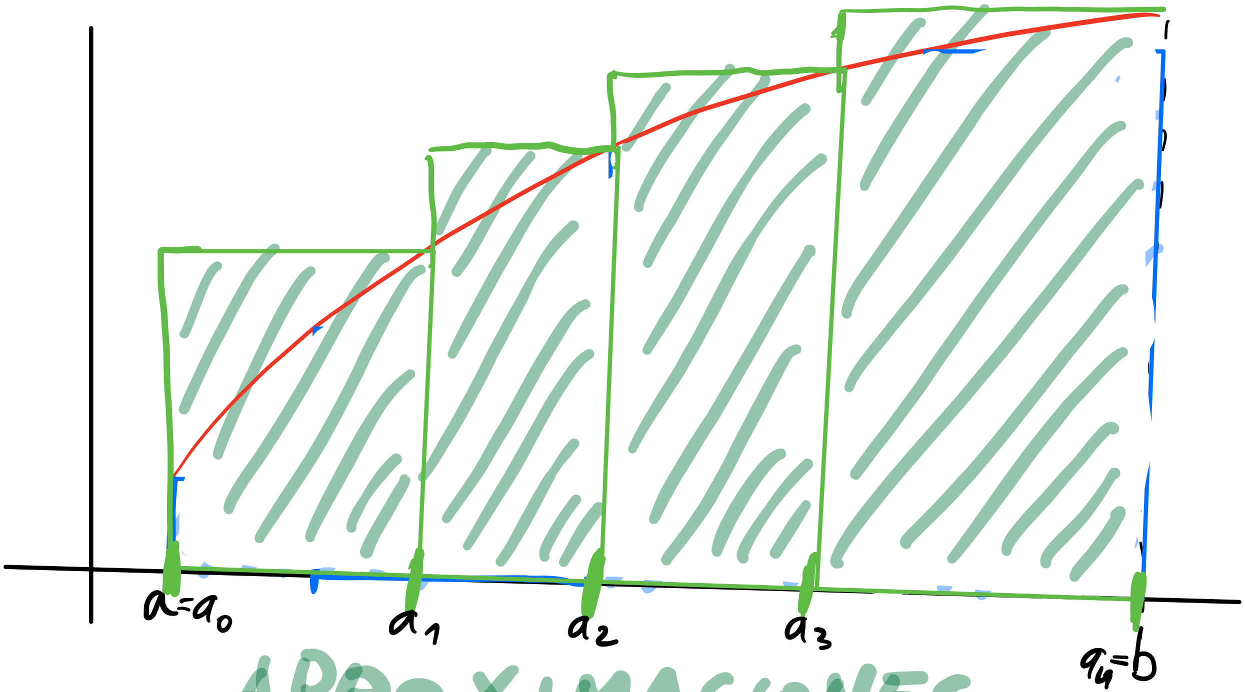
$$\int_1^4 f(x)\,dx = (3-1)\cdot 2 + (4-3)(-1)$$

APROXIMACIONES PARA CALCULAR LA INTEGRAL





APROXIMACIÓN POR DEFECTO

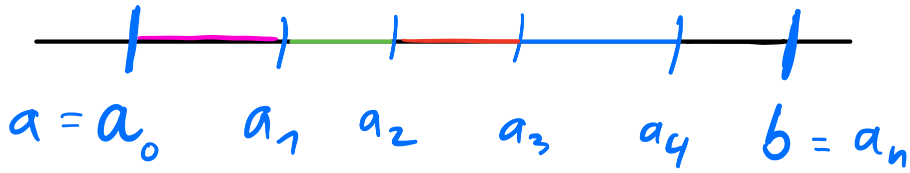


APROXIMACIONES POR EXCESO

Def: Una partición de un intervalo $[a,b]$ es un subconjunto finito $P \subseteq [a,b]$

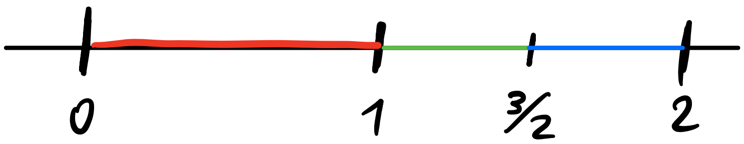
$$P = \{a_0, a_1, a_2, \dots, a_n\} \subseteq [a,b]$$

tal que $a_0 = a$, $a_n = b$

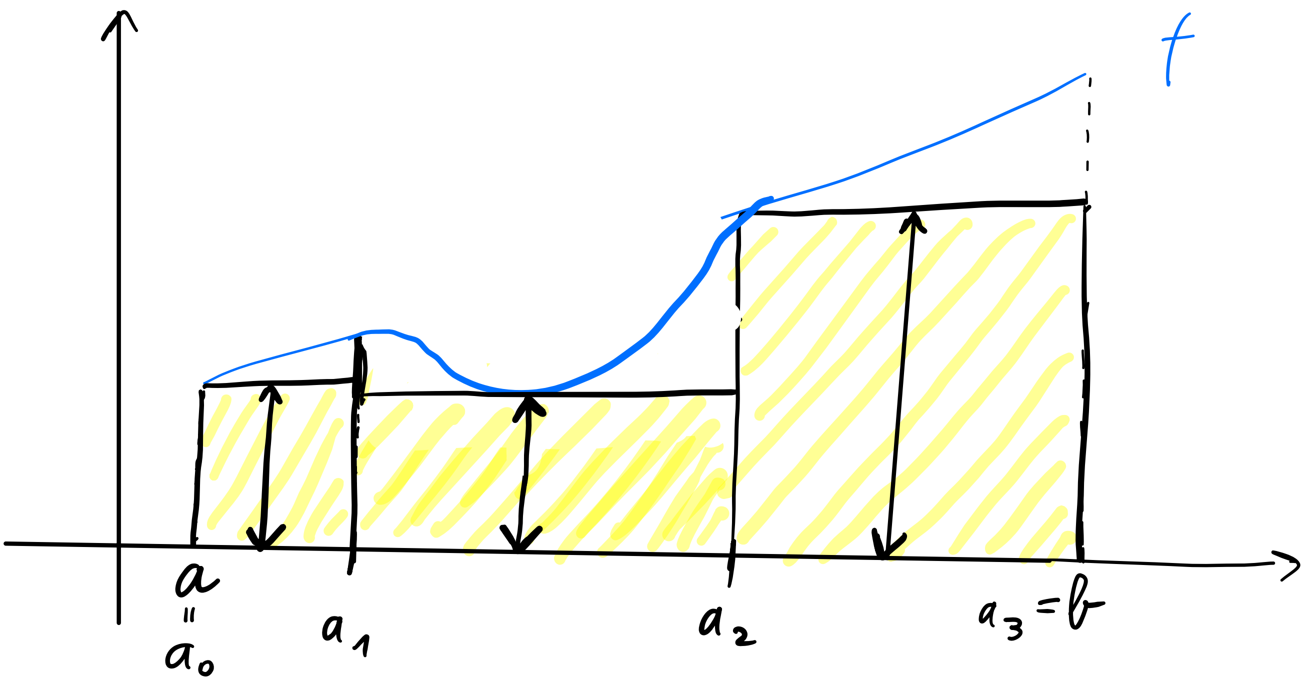


<u>Ejemplo:</u> Si $I = [0, 2]$

$P = \{0, 1, 3/2, 2\}$ es una partición de I



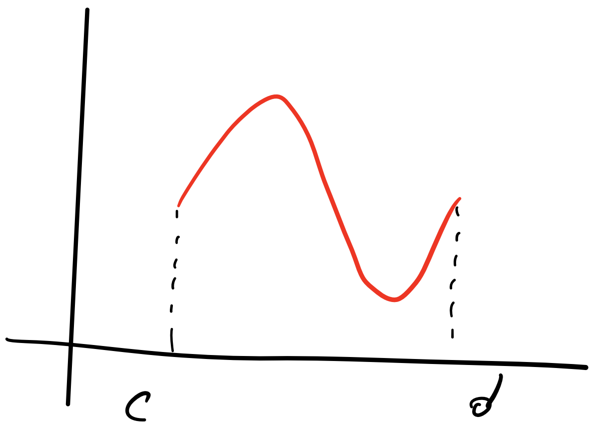
¿CÓMO HACEMOS PARA CONSTRUIR LA APROXIMACIÓN?



$f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$

$P = \{a = a_0, a_1, a_2, a_3 = b\}$

Definición / Notación:



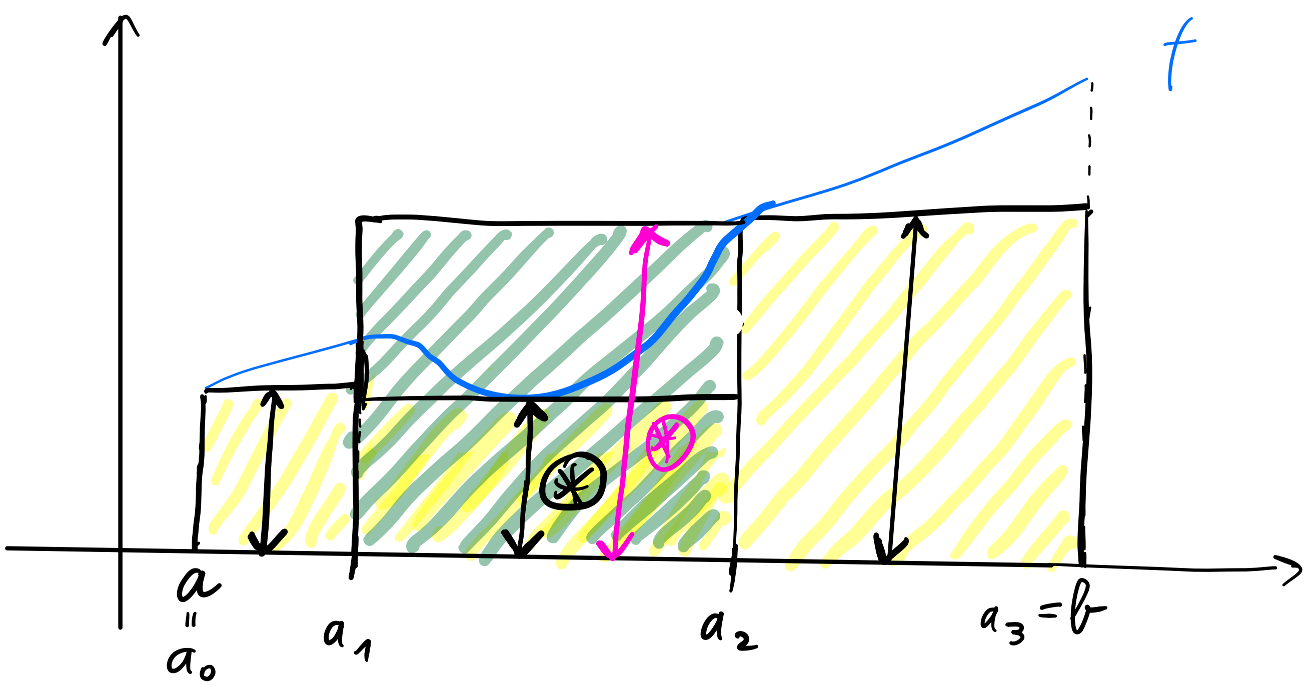
$f: [c,d] \longrightarrow \mathbb{R}$

$Im(f)$ está acotada

(es decir $Im(f)$ acotada tanto inferior como superiormente)

$$\inf(f, [c,d]) = \inf\{f(x) : x \in [c,d]\}$$

$$\sup(f, [c,d]) = \sup\{f(x) : x \in [c,d]\}$$



⊛ $\inf(f, [a_1, a_2])$

⊛ $\sup(f, [a_1, a_2])$