

PRÁCTICO 3: COMBINATORIA II  
PERMUTACIONES, ARREGLOS Y COMBINACIONES CON REPETICIÓN

**Ejercicio 1.** ¿Cuántas palabras distintas pueden construirse (con o sin sentido), usando todas las letras de la palabra ASALAS?

**Ejercicio 2.** (Ej. 1 del examen de diciembre de 2016)

- ¿Cuántas palabras se pueden formar con las letras de SKYWALKER que empiecen en vocal y no contengan la secuencia RL?
- ¿Cuántas palabras se pueden formar con las letras de SKYWALKER que empiecen en vocal y no contengan la secuencia RK?

**Ejercicio 3.** ¿De cuántas maneras diferentes puede un Rey, desplazarse desde la esquina inferior izquierda (a1) hasta la esquina superior derecha (h8) de un tablero de ajedrez, admitiendo únicamente movimientos hacia arriba o hacia la derecha (no se permite movimiento en diagonal)?

**Ejercicio 4.** Determine cuántas funciones  $f : \{1, 2, \dots, 10\} \rightarrow \{1, 2, \dots, 4\}$  verifican que todo elemento del codominio  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  tiene exactamente  $i$  preimágenes.

**Ejercicio 5.** Dados  $A = \{1, 2, \dots, m\}$  y  $B = \{1, 2, \dots, n\}$ , hallar la cantidad de funciones  $f : A \rightarrow B$  tales que:

- No hay restricciones.
- $f$  es inyectiva.
- $f$  es biyectiva.
- $f$  es monótona creciente estrictamente.
- $f$  es monótona creciente.

**Ejercicio 6.** Expresé los resultados de las siguientes preguntas como una combinación con repetición.

- ¿Cuántas fichas diferentes hay en el juego popular del dominó?
- ¿Cuántos resultados diferentes se pueden obtener al arrojar simultáneamente 3 dados idénticos?

**Ejercicio 7.**

- Hallar la cantidad de soluciones naturales de la ecuación  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 4$ .
- ¿Cuántas soluciones hay si se reemplaza el signo  $=$  por el signo  $<$ ?  
O sea: hallar la cantidad de soluciones naturales de la inecuación  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 < 4$ .
- Hallar la cantidad de soluciones naturales de la ecuación  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 15$  tal que se cumplen simultáneamente las siguientes condiciones  $x_1 \geq 3$  y  $x_4 \geq 3$ .

**Ejercicio 8.**

- ¿Cuántas formas hay de sentar 5 personas en 12 sillas puestas en línea?
- Ídem pero las personas no deben quedar sentadas en asientos contiguos.

**Ejercicio 9.** Hallar la cantidad de maneras de distribuir  $2r$  pelotitas de las cuales la mitad son rojas y la otra mitad son azules en  $n$  cajas diferentes (las pelotitas del mismo color se consideran indistinguibles).

**Ejercicio 10.** ¿De cuántas formas puede distribuir un maestro 8 bizcochos de chocolate y 7 de crema entre 3 estudiantes, si cada uno desea al menos un bizcocho de cada tipo?

**Ejercicio 11.**

- a. Sean  $n, t$  enteros positivos y  $n_1, \dots, n_t$  números naturales tales que  $n_1 + n_2 + \dots + n_t = n$ . Repasar la demostración (hay al menos dos posibles demostraciones) que el coeficiente de  $x_1^{n_1} x_2^{n_2} \dots x_t^{n_t}$  en  $(x_1 + x_2 + \dots + x_t)^n$  viene dado por  $\frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_t!}$ .
- b. (Ej. 3 del 1<sup>er</sup> parcial del 2001) Determinar el coeficiente de  $x^4$  en el desarrollo de  $(x^3 - x^2 + x - 1)^6$ .
- c. (Ej. 1b del 1<sup>er</sup> parcial 2018 sem. impar) Hallar el coeficiente de  $x^6$  en  $(2 + 2x + 2x^2 + 2x^3 + 2x^4 + x^5)^5$ .

**Ejercicio 12.**

- (a) Hallar el coeficiente en  $x^5$  en el desarrollo de  $(x^5 + x - 1)^{10}$ .
- (b) Hallar el coeficiente en  $xy^3z^5$  del polinomio  $(2x + 4y + 2z + 5)^{14}$ .

**Algunas aclaraciones:**

- a. En el ejercicio 6 debe expresar el resultado como una combinación con repetición.
- b. En el ejercicio 8 solo importa la posición relativa de las personas y no que persona está sentada en cada silla (i.e. se consideran las personas indistinguibles).