Ejercicio 2 (Precisión simple)**.** El formato de precisión simple es uno de 32 bits. Los números en dicho formato están definidos por

$$x = \pm(1+f)\cdot 2^e, \qquad (*)$$

donde

- el signo ocupa 1 bit;
- la mantisa ocupa 23 bits, esto es, $0 \leq f < 1$, y $2^{23}f$ es un número natural;
- el exponente ocupa 8 bits, esto es, $-126 \leq e \leq 127$.

¿Cuál es ε_M para este formato? ¿Cuáles son el número mayor y menor (en valor absoluto) que pueden ser representados con $(*)$?
Se considera $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$g(x) = \frac{x^3}{x - \operatorname{sen}(x)},$$

y se toma $x = 5 \cdot 10^{-4}$. Computar $g(x)$ en Octave.
Por defecto, Octave trabaja con números de precisión doble; el comando `single` convierte una variable a precisión simple. Definir `y=single(x)` y computar $g(y)$ en Octave. ¿Qué resultado se obtiene? Explicar qué está ocurriendo.

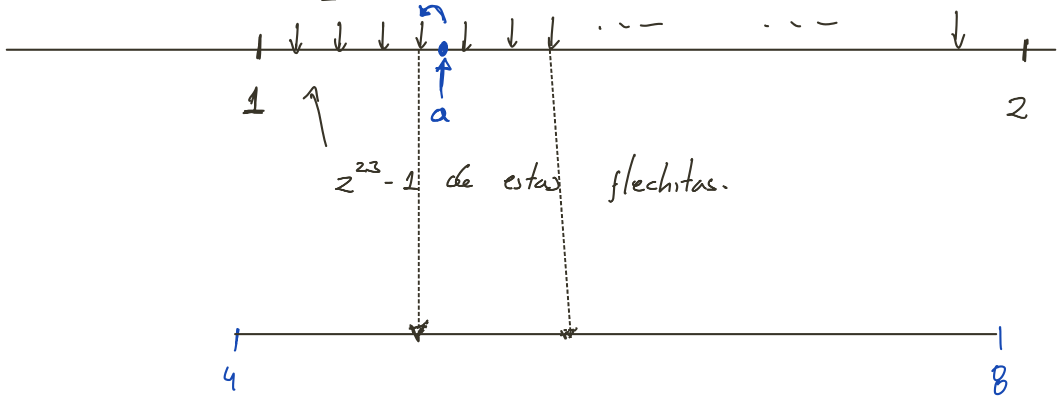
$\pm(1+f)\,2^e.$ $\qquad 2^{23}f$ es natural. $\qquad 1 \leq 1+f < 2$

Si $\quad 2^{23}f$ natural $\rightarrow \quad f = \dfrac{J}{2^{23}}$, J natural.

$$J=0, \quad J = 1, 2, \ldots, 2^{23}-1.$$

Natural más grande tq

$$1 + \frac{J}{2^{23}} < 2.$$



$\underline{\varepsilon_M}$. distancia entre 1 y el siguiente mayor a 1.

Siguiente: $a = 1 + \frac{1}{2^{23}} \to \varepsilon_M = d(1,a) = \frac{1}{2^{23}}$.

No es el numero más chico!

menor (abs) : $\cancel{+}\,(1+f)\,2^{e \sim -126.}$

abs. $\quad f=0.$

$$g(x) = \frac{x^3}{x - \operatorname{sen}(x)},$$

$x = 5 \times 10^{-4} \sim 0.$

$x - \sin(x)$? $\sim 0.$

Octave : chequear los resultados de

$z = 5\times 10^{-4} - \sin(5\times 10^{-4})$

y $w = \operatorname{single}(5\times10^{-4}) - \sin(\operatorname{single}(5\times10^{-4}))$.

$\sin(x) = x - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{5!}x^5 - \frac{1}{7!}x^7 \ldots$

g parece tener problema en 0. $\lim_{x\to 0} g(x) = \lim_{x\to 0} \frac{x^3}{x - x + \frac{1}{3!}x^3} = \lim_{x\to 0} \frac{\cancel{x^3}}{\frac{1}{3!}\cancel{x^3}} = \lim_{x\to 0} 3! = 3.2 = 6.$

Precisión doble $\rightsquigarrow$ "llega a x^3". (es decir, distingue x^3 de 0 para nuestro $x = 5e{-4}$)

Precisión simple: si tiene un problema, es antes de x^3.

$(5\times10^{-4})^3 = 5^3\cdot(10^{-4})^3 = 5^3 \cdot 10^{-12} = 125 \times 10^{-12}$
$= 1{,}25 \times 10^{-10}$. $\approx$ algo así