$\{(t_i, y_i)\}_{i=1}^{m}$, $y_i \approx f(t_i; x)$ $x \in \mathbb{R}^n$.

$f(t; a, b) = ae^{-bt}$

$\Rightarrow r(x) = (r_1(x), \dots, r_m(x))$

$$r_i(x) = y_i - f(t_i; x).$$

$r(x^*) = 0$ en general no ocurre, pero supongamos que sí y busquemos un cero con el método de Newton: $r : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$

$$0 = r(x_k) + J_r(x_k)(x_{k+1} - x_k)$$

$J_r(x) = J_F(x)$ donde $F = (f_1, \dots, f_m)$ y

$f_i(x) = f(t_i; x)$

y es de

Con esta notación $r(x) = y - F(x) \Rightarrow J_r(x) \overset{?}{=} J_F(x)$

$$0 = r(x_k) + J_F(x_k)\underbrace{(x_{k+1} - x_k)}_{:=\delta_{k+1}}$$

$$\Rightarrow \underbrace{J_F(x_k)}_{m \times n}\underbrace{\delta_{k+1}}_{n} = -\underbrace{r(x_k)}_{m}$$

$f(t; x)$ $\qquad f(t; a, b) = ae^{-bt}$

$$f(t\,;x)$$
Variable $\uparrow t$, Parametros $\uparrow x$

$$f(t;a,b) = ae^{-bt}$$
$t_1 = 1/2$, $t_2 = 3/4$

$$F(a,b) = \begin{pmatrix} f(t_1;a,b) \\ f(t_2;a,b) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ae^{-1/2 b} \\ ae^{-3/4 b} \end{pmatrix}$$

Gauss - Newton:

Tenemos los datos $\{(t_i, y_i)\}_{i=1}^m$, el modelo $y_i = f(t_i; x)$, $x \in \mathbb{R}^n$ los parámetros.

Defino $F(x) = \begin{pmatrix} f(t_1;x) \\ f(t_2;x) \\ \vdots \\ f(t_m;x) \end{pmatrix}$ y el residuo

$$r(x) = y - F(x).$$

(I) Arranco con $x_0 \in \mathbb{R}^n$

(II) Dado $x_k \in \mathbb{R}^n$ defino $d_{k+1} \in \mathbb{R}^n$ como la sol. al problema de minimos cuadrados lineal

$$J_F(x_k)\, d_{k+1} \neq -r(x_k)$$

(III) Defino $x_{k+1} = x_k + d_{k+1}$

Hasta que [Cond. de parada].

<u>Condiciones de parada:</u>

(I) $\|d_k\|_2 < TOL$ (III) Cantidad de iteraciones.

(II) $\|x_{k+1} - x_k\|_2 < TOL$.

11)

$$\begin{pmatrix} t_i \\ y_i \end{pmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} 0{,}25 \\ 0{,}28 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0{,}75 \\ 0{,}57 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1{,}25 \\ 0{,}68 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1{,}75 \\ 0{,}74 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2{,}25 \\ 0{,}79 \end{bmatrix} \right\}.$$

$$f(t; a, b) = a(1 - e^{-bt})$$

Fijada $t \Rightarrow \dfrac{\partial f}{\partial a}(t; a, b) = 1 - e^{-bt}$

$$\frac{\partial f}{\partial b}(t; a, b) = a t e^{-bt}$$

$$\Rightarrow J_F(a,b) = \begin{pmatrix} 1-e^{-t_1 b} & a t_1 e^{-bt_1} \\ 1-e^{-t_2 b} & a t_2 e^{-bt_2} \\ \vdots & \vdots \\ 1-e^{-t_5 b} & a t_5 e^{-bt_5} \end{pmatrix}$$

(Al margen: Supongamos que el modelo es

$$f(t; a, b) = a^2 t^2 + b^3$$

En octave `a^2 + t.^2 + b^3`)

13) $$P(h; c_1, c_2) = c_1 h^{c_2}$$

$$= c_1 e^{\log(h^{c_2})}$$

$$= c_1 e^{c_2 \log h}$$

Fijamos h:

$$\frac{\partial}{} P(h; c_1, c_2) = e^{c_2 \log h}$$

$$\frac{\partial}{\partial c_1}\rho(h;c_1,c_2) = e^{c_2\log h}$$

$$\frac{\partial}{\partial c_2}\rho(h;c_1,c_2) = c_1(\log h)e^{c_2\log h}$$

$$J_\rho(c_1,c_2) = \begin{pmatrix} | & | \\ e^{c_2\log h_i} & c_1\log h_i e^{c_2\log h_i} \\ | & | \end{pmatrix}$$

b) $\log(\rho(h;c_1,c_2))$

$$\underset{\tilde{\rho}(h;\log(c_1),c_2)}{''} = \log(c_1) + c_2\log(h)$$

$$\Rightarrow \tilde{\rho}(h;a,b) = a + b\log(h)$$

$f(h, a, b) = a + b \log(h)$

Si hallo a, b sol. para $\tilde{p}$

$$\Rightarrow \quad c_2 = b$$

$$c_1 = e^{a}$$

Matriz de diseño $A = \begin{pmatrix} 1 & \log(h_1) \\ 1 & \log(h_2) \\ 1 & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \log(h_m) \end{pmatrix}$