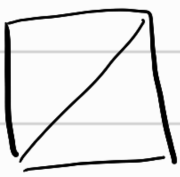
Múltiple Opción 3

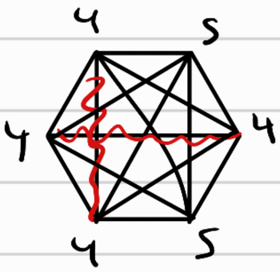
Sea a_n la longitud máxima de un recorrido (abierto o cerrado) del grafo completo K_n. Entonces: A) $a_9 = 35$ y $a_{10} = 40$; B) $a_9 = 35$ y $a_{10} = 41$; C) $a_9 = 36$ y $a_{10} = 40$; D) $a_9 = 36$ y $a_{10} = 41$.

K_n n impar $\Rightarrow$ tiene circuito euleriano

a_9 = long Recorrido más largo en $K_9 = 36$

K_n n par $\rightarrow$ no tiene circuito ni rec. euleriano





$\Rightarrow$ hay un recorrido eul. con # Aristas de $K_n - \frac{n}{2} + 1$

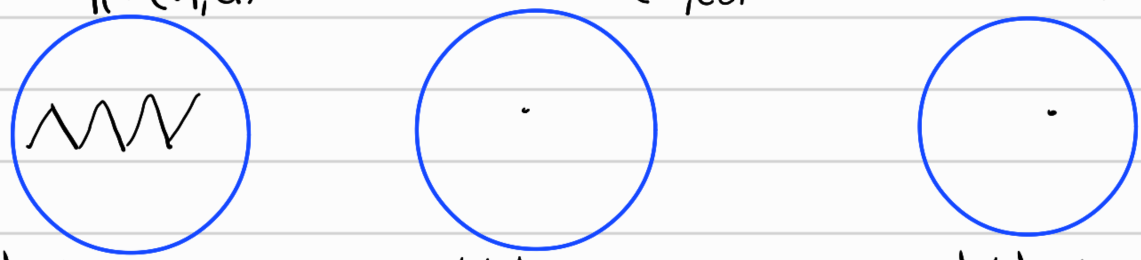
$= \frac{10 \cdot 9}{2} - 5 + 1$

$= 41$

G acíclico con 10 vértices, 3 componentes conexas.
Grado máximo = 2. Hallar el polinomio cromático en 2.

G es un bosque con 3 árboles

$T_1=(V_1,E_1)$ $T_2=(V_2,E_2)$ $T_3=(V_3,E_3)$



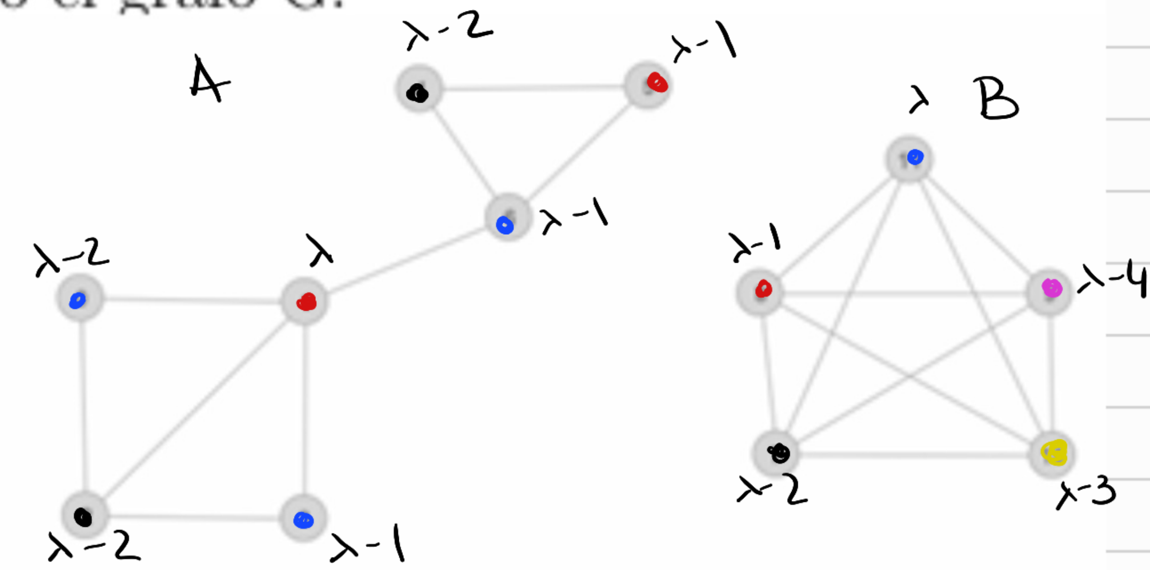
$|V_1|=v_1$ $|V_2|=v_2$ $|V_3|=v_3$

$$p_1(\lambda)=\lambda(\lambda-1)^{v_1-1}$$
$$p_2(\lambda)=\lambda(\lambda-1)^{v_2-1}$$
$$p_3(\lambda)=\lambda(\lambda-1)^{v_3-1}$$

$$\Rightarrow p_G(\lambda)=\lambda^3(\lambda-1)^{v_1+v_2+v_3-3}=\lambda^3(\lambda-1)^7$$

$$\Rightarrow \boxed{p_G(2)=8}$$

1. Dado el grafo G:



El polinomio cromático $P(G, \lambda)$ es:

~~(A)~~ $[\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)(\lambda-3)(\lambda-4)][\lambda(\lambda-1)^3(\lambda-2)^2(\lambda-3)]$

~~(B)~~ $[\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)(\lambda-3)(\lambda-4)]+[\lambda(\lambda-1)^3(\lambda-2)^2(\lambda-4)]$

~~(C)~~ $[\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)(\lambda-3)(\lambda-4)]+[\lambda(\lambda-1)^3(\lambda-2)^3]$

~~(D)~~ $[\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)(\lambda-3)(\lambda-4)][\lambda(\lambda-1)^3(\lambda-2)^2(\lambda-4)]$

(E) $[\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)(\lambda-3)(\lambda-4)][\lambda(\lambda-1)^3(\lambda-2)^3]$

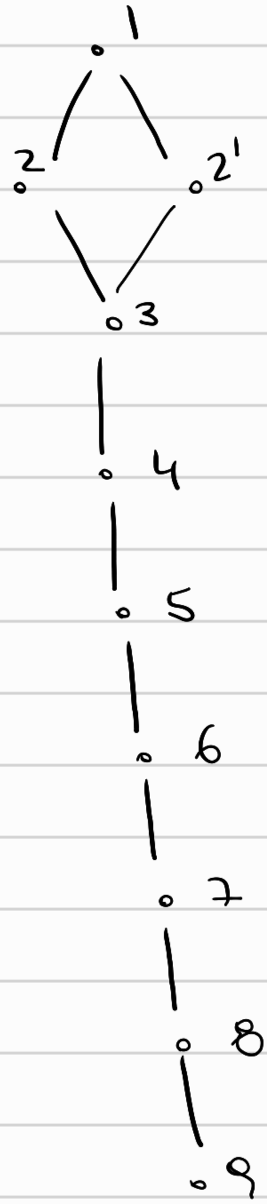
Coloreamos A y Coloreamos B

$P_A(\lambda) = \lambda(\lambda-1)^3(\lambda-2)^3$

$P_B(\lambda) = \lambda(\lambda-1)(\lambda-2)(\lambda-3)(\lambda-4)$

Regla del producto: la opción es la E

Cantidad de subgrafos homeomorfos a K_2 en el grafo



K_2: 

un subgrafo homeomorfo a K_2 es un camino simple abierto. Obs: el camino $(5,6,7)$ y el $(7,6,5)$ determinan el mismo subgrafo $V=\{5,6,7\}$

$E=\{\{5,6\},\{6,7\}\}$.

$\Rightarrow$ tengamos cuidado de no contar doble.

Cnos. que empiezan en $A=\{3,4,5,6,7,8,9\}$ y terminan en $B=\{1,2,2'\}$: hay $\underbrace{7}_{\#A} \cdot \underbrace{3}_{\#B} \cdot \underbrace{2}_{*} = 42$

Por cada par (a,b) de vértices hay 2 cnos:

Ej:

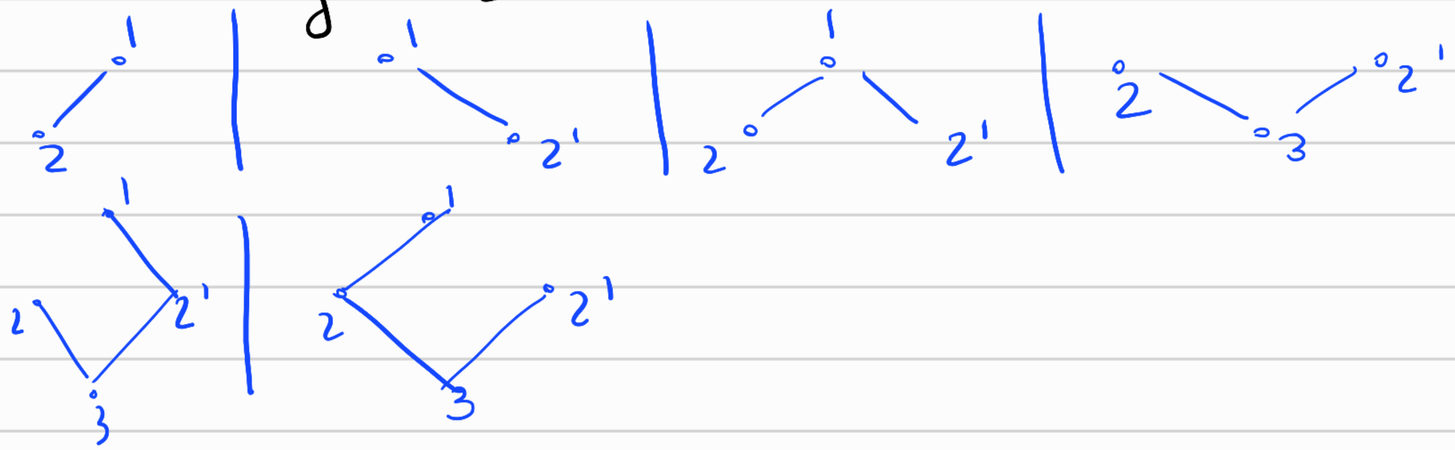
· Cnos. que empiezan en A terminan en A: (*)

hay $C^7_2 = \frac{7 \cdot 6}{2} = 21$

↳ no distinguimos el cno a-b del b-a. (*)

· Cnos que empiezan en B y terminan en B:

hay $C^3_2 \cdot 2 = 6$



En total hay $42 + 21 + 6 = 69$.