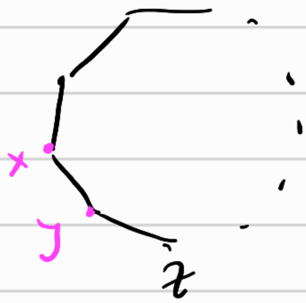
Ejercicio 3. (1er parcial 2017) Sean x e y dos vértices adyacentes de C_{20}. ¿Cuántos caminos de largo 11 empiezan en x y terminan en y?

C_n



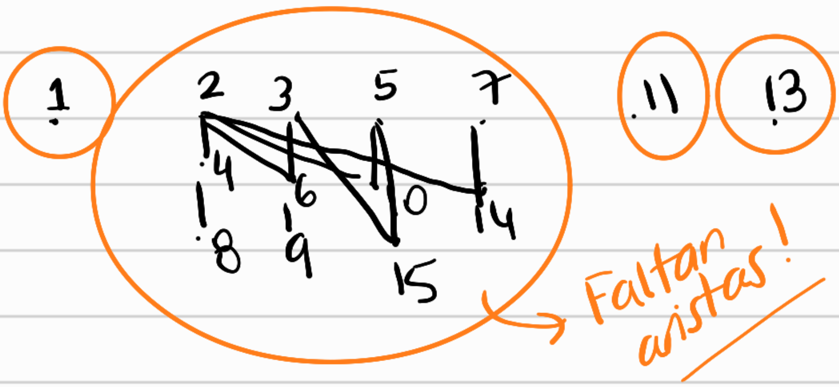
Ejemplo: $(x, y, x, y, x, y, x, y, x, y, x, y)$

Queremos movernos en sentido antihorario
$\Rightarrow$ hay que moverse 5 veces en sentido horario
6 veces en sentido antih.

Hay tantos movimientos posibles como palabras distintas que se pueden formar con las letras AAAAAAHHHHH. Esto es:

$$\frac{11!}{5!\,6!} = C^{11}_{5} = C^{11}_{6}$$

Ejercicio 7. Sea G el grafo con conjunto de vértices $\{1, 2, \ldots, 15\}$ donde el vértice i es adyacente al j si y solo si su máximo común divisor es mayor que 1. ¿Cuántas componentes conexas tiene G?



Faltan aristas!

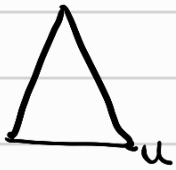
$C_1 = \{1\}$
$C_2 = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 15\}$
$C_3 = \{11\}$
$C_4 = \{13\}$

Ejercicio 8. Encuentre un grafo G que tenga tres vértices u, v y w tales que

$$\kappa(G-u)=\kappa(G), \qquad \kappa(G-v)>\kappa(G), \qquad \kappa(G-w)<\kappa(G).$$

κ # Comp conexas

G



G- u

$\kappa(G-u)=1=\kappa(G)$

G

G-u

$\kappa(G)=1$

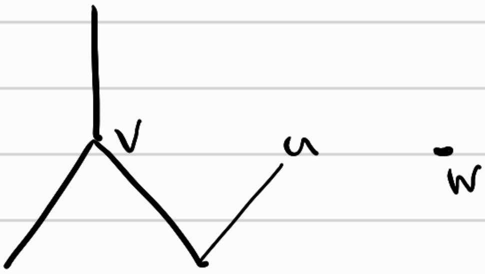
$\kappa(G-u)=3$

G

G-u

$\kappa(G)=3$

$\kappa(G-u)=2$



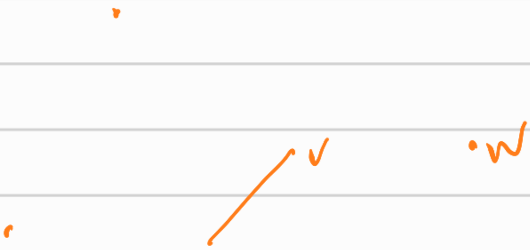
$\kappa(G)=2$

$\kappa(G-w)=1$

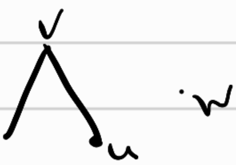
$\kappa(G-v)=4$

$\kappa(G-u)=2$

G-u



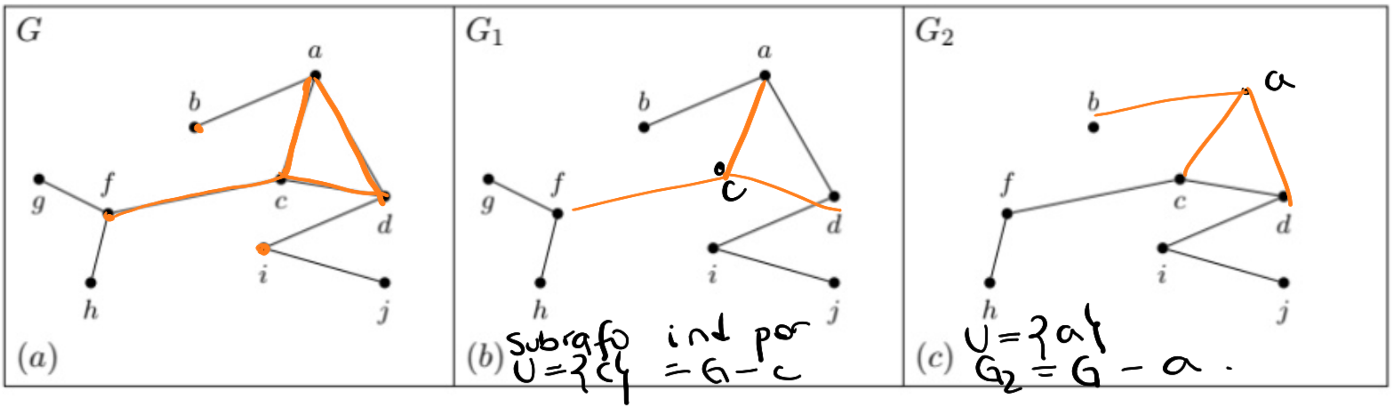
Otro ejemplo:



Ejercicio 10. Sea G el grafo de la Figura 3 (a).

a. ¿Cuántos subgrafos conexos de G tienen 4 vértices e incluyen un ciclo?
b. Describa los subgrafos G_1 y G_2 de G (Figura 3 (b) y (c)) como subgrafos inducidos y en términos de la eliminación de vértices de G.
c. Trace el subgrafo de G inducido por el conjunto de vértices $U = \{b, c, d, f, i, j\}$.
d. Considere las aristas $e_1 = \{a, c\}$ y $e_2 = \{a, d\}$ del grafo G y trace el subgrafo $G - \{e_1, e_2\}$.
e. Encuentre un subgrafo de G que no sea inducido.
f. ¿Cuántos subgrafos recubridores tiene G?
g. ¿Cuántos de los subgrafos anteriores son conexos?
h. ¿Cuántos subgrafos de la parte **g.** tienen el vértice a como vértice aislado? 0

__Definición (Subgrafo inducido)__: $G=(V,E)$, U un subconjunto no vacío de vertices, el subgrafo inducido por U es $G'=(V',E')$ donde $V'=U$ y E' consiste en las aristas $\{x,y\}$ (grafo no dirigido) con $x,y \in U$.
Sea $v \in V$, llamamos $G-v$ al subgrafo inducido por $U=V-\{v\}$



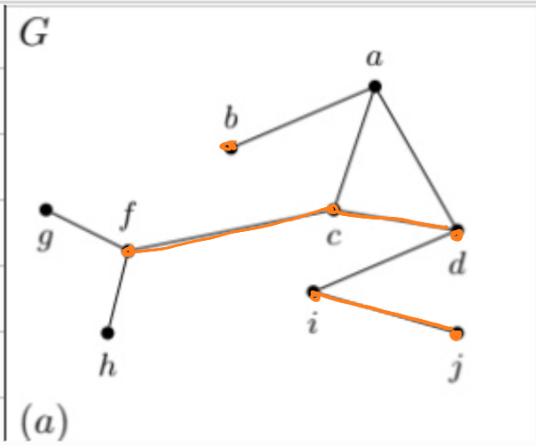
$G'=(V',E')$
$V'=\{a,c,d,f\}$
$E'=\{(a,c),(a,d),(c,d),(c,f)\}$

Hay 3.

$G'=(V',E')$
$V'=\{a,c,d,i\}$
$E'=\{(a,c),(a,d),(c,d),(d,i)\}$

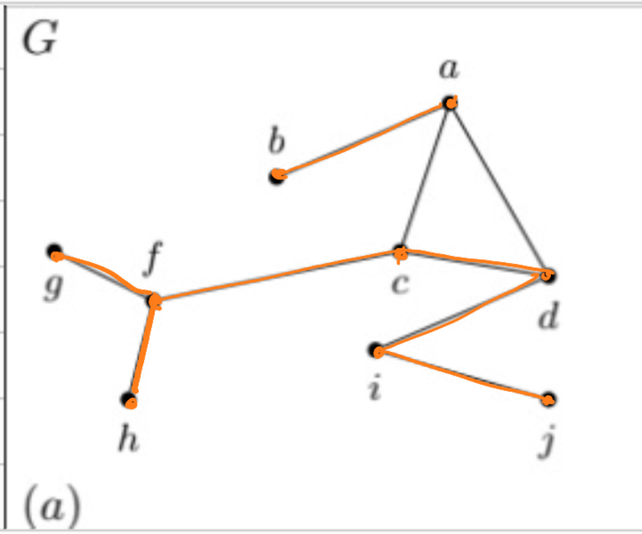
$G'=(V',E')$
$V'=\{a,c,d,b\}$
$E'=\{(a,c),(a,d),(c,d),(a,b)\}$

c)



$U = \{b, c, d, f, i, j\}$

d)



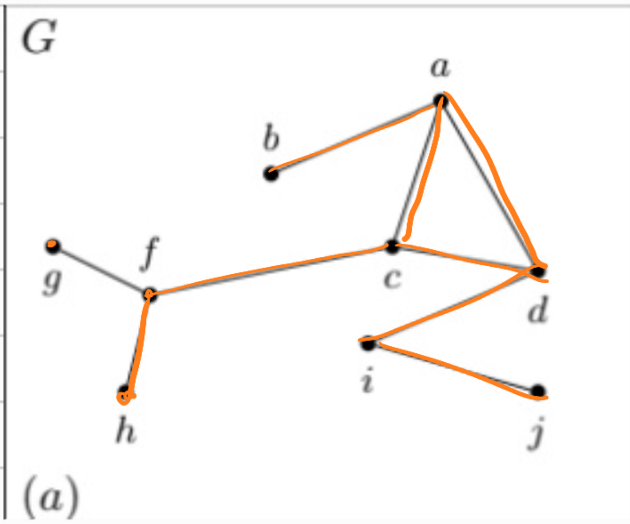
$G - \{e_1, e_2\}$

$e_1 = \{a, c\}$

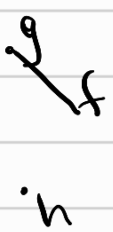
$e_2 = \{a, d\}$

e) • El de la parte d) es un subgrafo pero no inducido. (Si fuera inducido por su cjto. de vértices $\Rightarrow$ sería todo G).

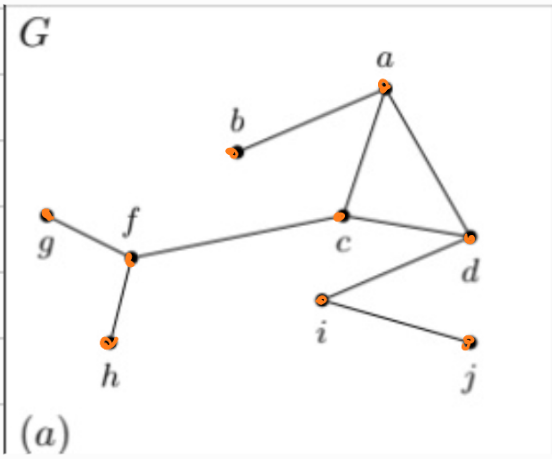
•



•



f)



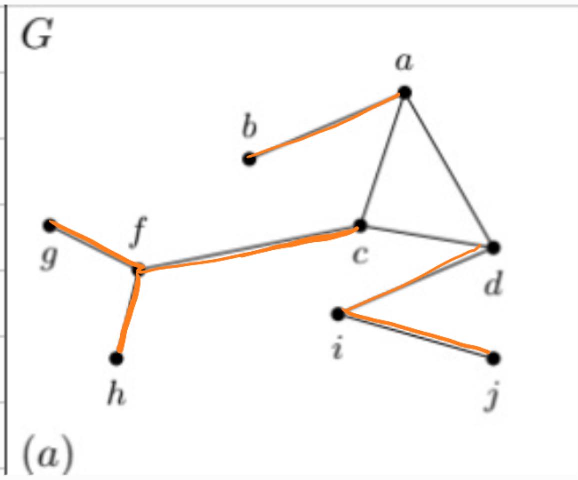
Sea $G'=(V',E')$ un subgrafo recubridor $\Rightarrow V'=V$

$\rightarrow E'$ es un subconjunto cualquiera de E.

2^9

2^n subconjuntos de un cjto con n elem.

g)



hay 4

Deben estar todas las aristas, excepto quizás una entre $\{(a,c),(c,d),(a,d)\}$

h) 0, si a es vértice aislado $\Rightarrow G$ no es conexo.