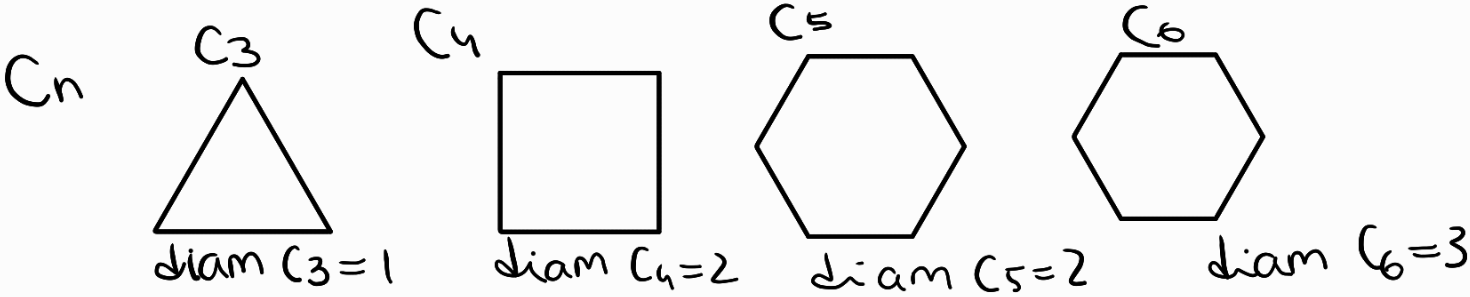
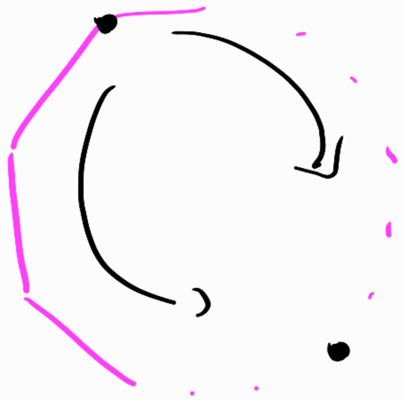




$$\operatorname{diam}(C_n) = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$$

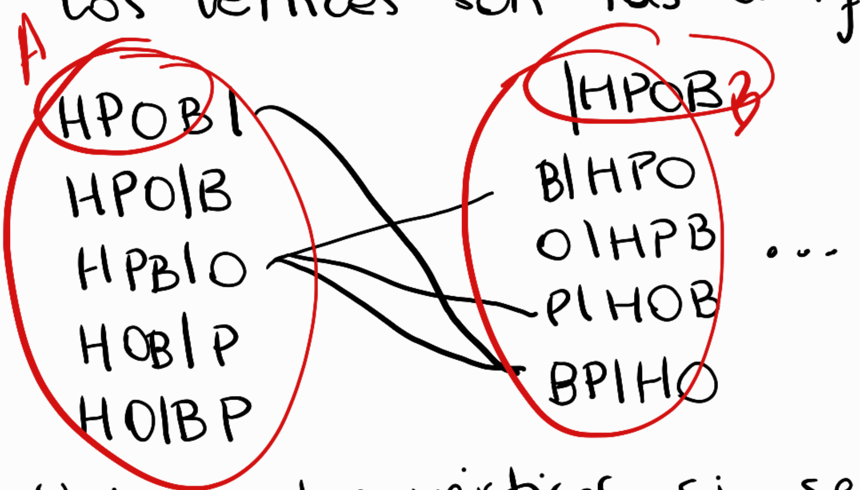
Ejercicio 9. Un hombre debe cruzar un perro, una oveja y una bolsa de repollos, a la otra margen del río, por medio de una canoa. El tamaño de la canoa no permite llevar más de un objeto a la vez. Además, no se puede dejar al perro sólo con la oveja ni a la oveja sola con la bolsa de repollos. Una secuencia de viajes se dice admisible si no se repite la misma configuración luego de uno o de dos viajes de ida y vuelta.

a. Indique una secuencia de viajes admisibles que cumpla el objetivo.

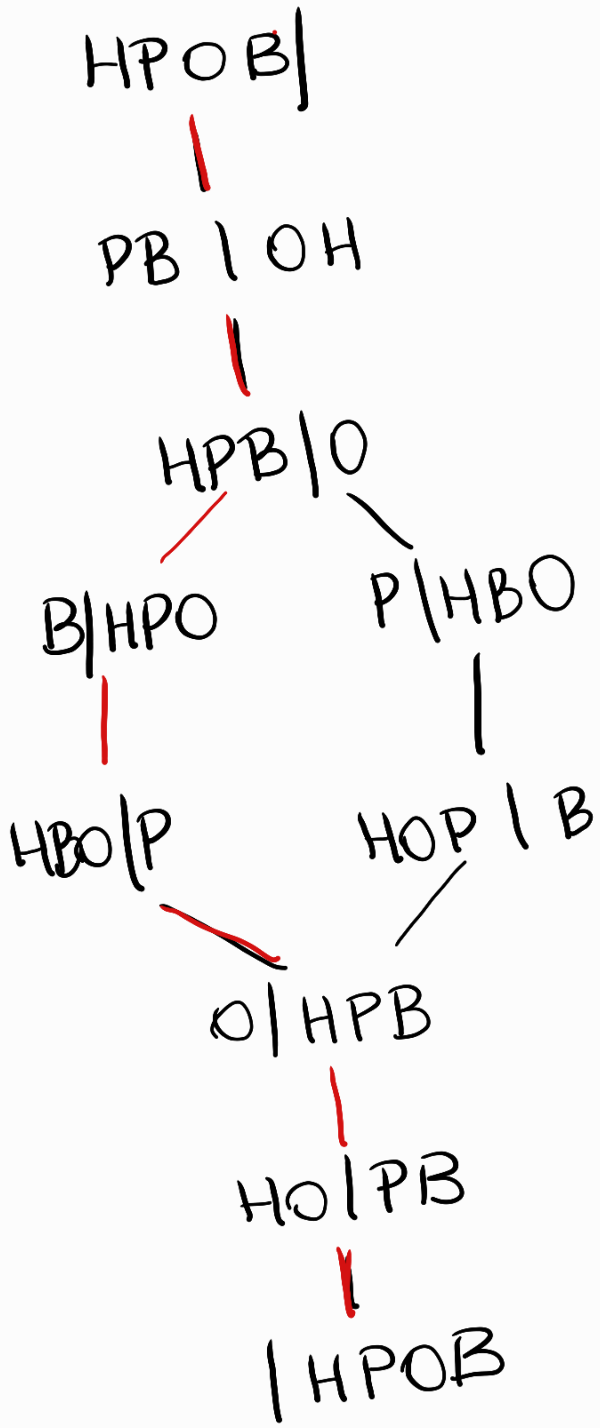
b. Encuentre una secuencia de viajes admisibles que cumpla el objetivo usando exactamente 9 viajes de ida y vuelta y un viaje solo de ida para terminar. ¿Y si cambiamos 9 viajes de ida y vuelta por 10 viajes de ida y vuelta es posible lograr el objetivo?

Sugerencia: asociar a cada configuración factible un vértice y unir dos vértices si se puede pasar de dicha disposición a la otra en un viaje de ida y vuelta, o un viaje solo de ida en el último paso.

Modelamos el problema con un grafo:
Los vértices son las configuraciones posibles:



Unimos dos vértices si se puede ir de uno a otro en un solo viaje a)

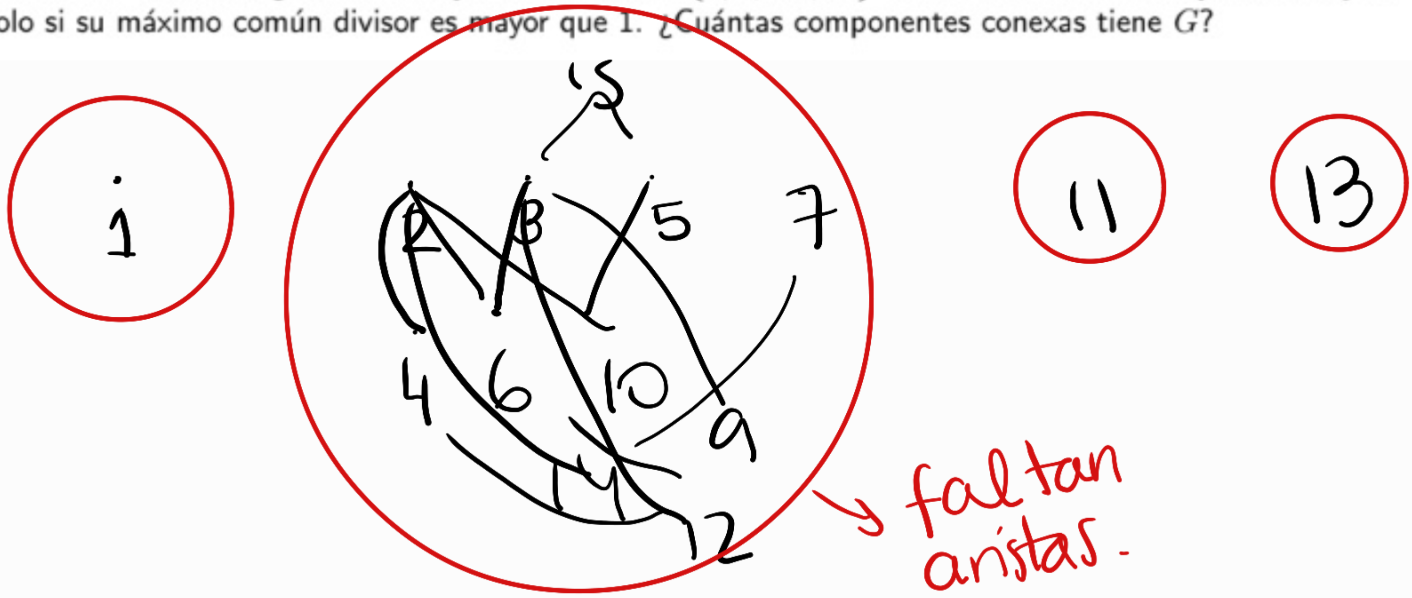


(HPOB|, PB|OH, HPB|O, B|HPO, HBO|P, O|HPB, HO|PB, |HPOB)

b) 19 . . . → 2 vueltas en el ciclo.

Observemos que no podemos ir de HPOB| a |HPOB en 21 viajes (10 ida-vuelta + uno de ida) sin ir y volver por la misma arista.

Ejercicio 7. Sea G el grafo con conjunto de vértices $\{1, 2, \ldots, 15\}$ donde el vértice i es adyacente al j si y solo si su máximo común divisor es mayor que 1. ¿Cuántas componentes conexas tiene G?



faltan aristas.

Componentes conexas:

$C_1 = \{1\}$

$C_2 = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 15\}$

$C_{11} = \{11\}$

$C_{13} = \{13\}$

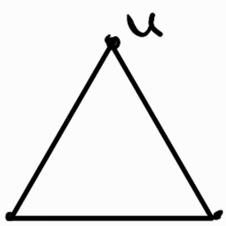
Ejercicio 8. Encuentre un grafo G que tenga tres vértices u, v y w tales que

$$\kappa(G - u) = \kappa(G), \qquad \kappa(G - v) > \kappa(G), \qquad \kappa(G - w) < \kappa(G).$$

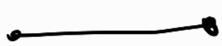
Componentes conexas

Ejemplos:

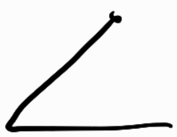
- G



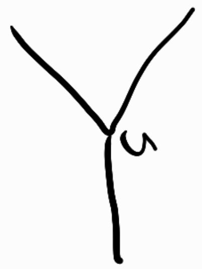
G - u



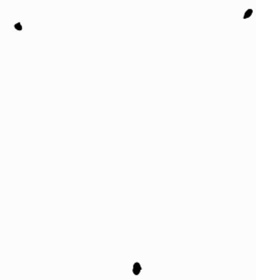
$\kappa(G-u) = \kappa(G)$



- G

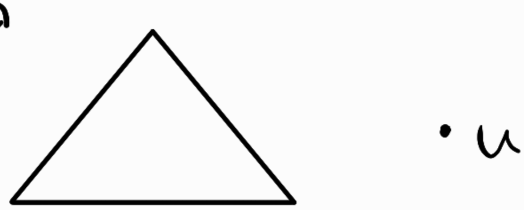


$G-u$



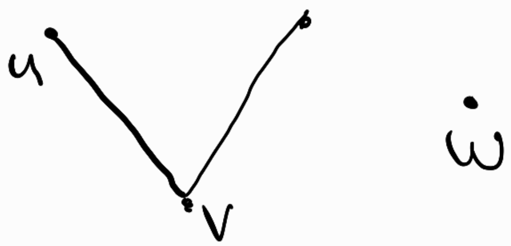
$\kappa(G) = 1$
$\kappa(G-u) = 3$

- G



$\kappa(G) = 2$
$\kappa(G-u) = 1$

G



$\kappa(G-u) = 2 = \kappa(G)$
$\kappa(G-v) = 3 > \kappa(G)$
$\kappa(G-w) = 1 < \kappa(G).$

Ejercicio 10. Sea G el grafo de la Figura 3 (a).

a. ¿Cuántos subgrafos conexos de G tienen 4 vértices e incluyen un ciclo?

b. Describa los subgrafos G_1 y G_2 de G (Figura 3 (b) y (c)) como subgrafos inducidos y en términos de la eliminación de vértices de G.

c. Trace el subgrafo de G inducido por el conjunto de vértices $U = \{b, c, d, f, i, j\}$.

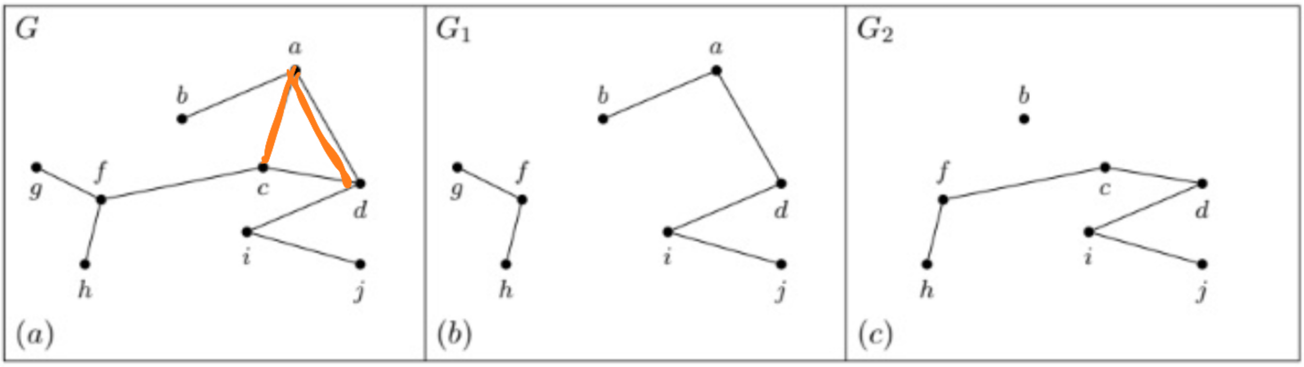
d. Considere las aristas $e_1 = \{a, c\}$ y $e_2 = \{a, d\}$ del grafo G y trace el subgrafo $G - \{e_1, e_2\}$.

e. Encuentre un subgrafo de G que no sea inducido.

f. ¿Cuántos subgrafos recubridores tiene G?

g. ¿Cuántos de los subgrafos anteriores son conexos?

h. ¿Cuántos subgrafos de la parte **g.** tienen el vértice a como vértice aislado?



a)

Como tiene que contener el ciclo $(a, c, d, a) \Rightarrow$ tienen que estar los vértices a, c, d.

El cuarto vértice puede ser b, f, i

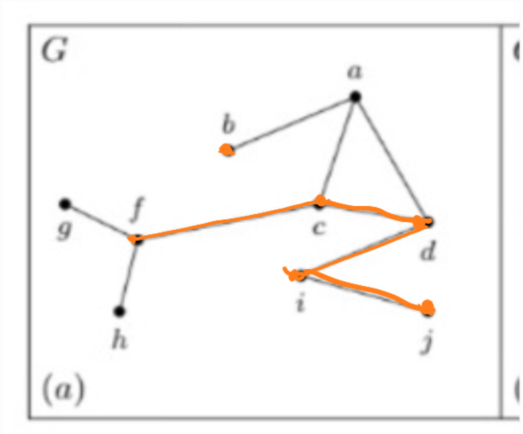
Opciones:
- $V = \{a, b, c, d\}$ 1 grafo conex
- $V = \{f, b, c, d\}$ 1 grafo con.
- $V = \{i, b, c, d\}$ 1 grafo con

3 grafos.

b) G_1 es el subgrafo inducido por $U = \{a, b, d, f, g, h, i, j\}$

$G_1 = G - u$

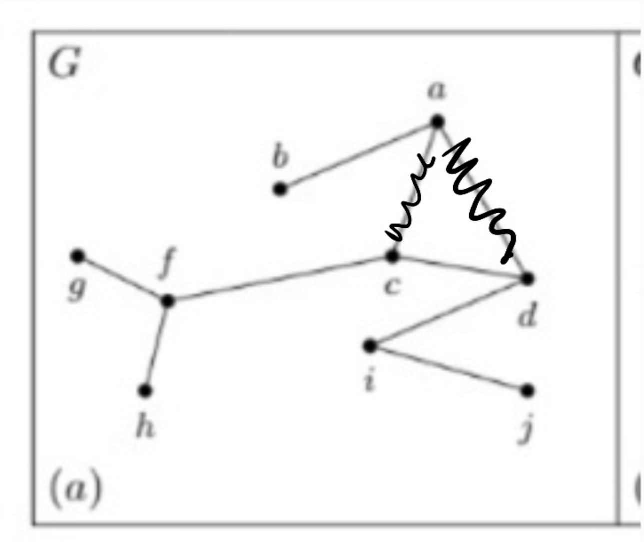
c)



G': Subgrafo inducido por U, U cjto. de vertices:

- Vértices de $G' = U$
- Aristas de G': todas las que tienen ambos extremos en U.

d)



e) El de d) nos sirve (tenemos todos los vertices pero G no es el inducido por $\{a,b,c,d,f,g,h,i,j\}$ pues falta la arista $\{a,c\}$.