

ψ vector.

$$\dot{\lambda} = [\dot{\lambda}_1, \dot{\lambda}_2, \dot{\lambda}_3, \dot{\lambda}_4]$$

$$\psi(\dot{\lambda}) = [\psi(\dot{\lambda}_1), \psi(\dot{\lambda}_2), \psi(\dot{\lambda}_3), \psi(\dot{\lambda}_4)]$$

$$A \in M_{3 \times 3}(\mathbb{R}) \rightarrow L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{pmatrix}$$

$$U = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{pmatrix}$$

intercambiar
Filas

$$PA = LU$$

viene de la escalonación gaussiana.

P matriz de permutación (intercambia Filas)

U — matriz escalonada

L — coeficientes que se usan al escalonizar

P — intercambios de Filas que se hacen al escalonizar.

multiplicadores

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

máximo valor abs

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} F_2 - \frac{2}{3}F_1 \\ F_3 - \frac{1}{3}F_1 \end{matrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ \frac{2}{3} & 1 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ \frac{2}{3} & 1 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

Forma
escalonada

multiplicadores

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ \frac{1}{3} & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$U = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad Ax = b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Resolver escalando lleva $O(n^3)$ operaciones, lo mismo que lleva hallar la desc. LU.

Si ya tenemos la desc. LU, lo podemos resolver en $O(n^2)$

$$Ax = b \Leftrightarrow PAx = \overbrace{Pb}^{b'}$$

Los dos sistemas a resolver, al ser triangulares llevan $O(n^2)$ operaciones. Ya están escalados.

$\Leftrightarrow LUX = b'$
lo resolvemos en 2 etapas con
cambio de variable: $y := UX$

1) $L\underline{y} = b' \rightarrow$ 2) $U\underline{x} = y$

$$\begin{pmatrix} l_{11} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ l_{i1} & l_{i2} & \dots & l_{in} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ l_{n1} & l_{n2} & \dots & l_{nn} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_i \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b'_1 \\ \vdots \\ b'_i \\ \vdots \\ b'_n \end{pmatrix}$$

ec. i: $y_i = \frac{1}{l_{ii}} \left(b'_i - \sum_{j < i} l_{ij} y_j \right)$

$l_{11} y_1 = b'_1$
 $l_{21} y_1 + l_{22} y_2 = b'_2 \rightarrow y_2 = \frac{1}{l_{22}} (b'_2 - l_{21} y_1)$

Paso i : $y_i = \frac{1}{l_{ii}} \left(b'_i - \sum_{j < i} l_{ij} y_j \right) \leftarrow n_i \text{ cuentas}$

Paso $i \rightarrow i$ cuentas total $\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2} \sim O(n^2)$

Supongamos que tenemos muchos sistemas con la misma matriz

$$Ax = b^{(1)} \quad Ax = b^{(2)} \quad - \quad Ax = b^{(k)}$$

Hallamos una sola vez la descomposición LU de A y la usamos para todos los sistemas.