Solución

Examen julio 2024

Parte a (25 puntos)

Sean CP la carga permanente, SCU la sobrecarga de uso y V la carga de viento. La combinación definida en el CTE para la combinación accidental de incendio, en el caso que V sea la carga variable principal y SCU la concomitante es:

$$CP + \psi_1^V \cdot V + \psi_2^{SCU} \cdot SCU = CP + 0.5 \cdot V + 0.3 \cdot SCU$$

La única carga que genera solicitación directa sobre la viga es el viento, asociado a la descarga del pilar. Para la combinación de carga de estudio la directa de diseño vale:

$$N_d = \frac{0.5P_V(H - 1.5\text{ m})}{H} = 5\text{ kN (compresión)}$$

Por otro lado, es posible considerar que sobre la viga actúa una única carga distribuida:x

$$q = q_{CP} + 0.3 \cdot q_{SCU} \Longrightarrow q = (1.5 + 0.3 \cdot 1.0)\text{ kN/m} = 1.8\text{ kN/m}$$

A partir de dicha carga distribuida se obtiene que el momento en el punto medio de la viga, y también el momento de diseño, es:

$$M_d = \frac{qL^2}{8} = 2.025\text{ kNm}$$

Como la pieza es de conífera y madera laminada encolada con densidad característica mayor a $\rho_k = 290$ kN/m^3, se tiene que la velocidad de carbonización nominal es $\beta_n = 0.7$ mm/min. Luego, como el tiempo de exposición a fuego ($t_{fi} = 30$ min) es mayor a 20 minutos, se tiene que la profundidad de carbonización efectiva es:

$$d_{ef} = \beta_n t_{fi} + 7\text{ mm} = 28\text{ mm}$$

Dadas las caras expuestas el ancho de la sección eficaz es

$$b_{ef} = b - 2d_{ef} = 44\text{ mm}$$

Y el canto

$$h_{ef} = h - d_{ef} = 172\text{ mm}$$

En esta sección el área es $A_{ef} = 7568$ mm^2 y el módulo resistente $W_{ef} = 216949.3$ mm^3. Se tiene que la tensión de cálculo a compresión es:

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_d}{A_{ef}} = 0.66\text{ Mpa}$$

Y la tensión de cálculo en flexión es:

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_d}{W_{ef}} = 9.33 \text{ MPa}$$

Las verificaciones que realizar para la flexocompresión con inestabilidad, dado que no existe flexión en el eje débil y la pieza se encuentra arriostrada ante vuelco lateral, son:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{\chi_{\mathrm{c,y}}\, k_{fi} f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{fi} f_{m,y,d}} \leq 1$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{\chi_{\mathrm{c,z}}\, k_{fi} f_{c,0,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{fi} f_{m,y,d}} \leq 1$$

Donde $\chi_{\mathrm{c,y}}$ y $\chi_{\mathrm{c,z}}$ son los coeficientes de pandeo según los ejes fuerte y débil, respectivamente, $k_{fi} = 1.15$ por ser madera laminada encolada y $k_m = 0.7$ por ser sección rectangular. Se deben verificar ambas por las diferencias entre los coeficientes de pandeo. Al ser verificación de incendio, $k_{mod} = 1$ y $\gamma_m = 1$. Por lo tanto $f_{c,0,d} = f_{c,0,k} = 24 \text{ MPa}$ y $f_{m,y,d} = f_{m,y,k} = 24 \text{ MPa}$.

Asumiendo que la estructura se encuentra correctamente arriostrada en sus nodos fuera del plano del ejercicio, se considera a la pieza biarticulada por lo que la longitud de pandeo será para ambos ejes $L_k = 3.0$ m. Las esbelteces entonces son:

$$\lambda_y = \frac{L_k}{i_y} = \frac{L_k \cdot \sqrt{12}}{h_{ef}} = 60.42$$

$$\lambda_z = \frac{L_k}{i_z} = \frac{L_k \cdot \sqrt{12}}{b_{ef}} = 236.19$$

Las esbelteces relativas son:

$$\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi}\sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,k}}} = \frac{60.42}{3.14159}\sqrt{\frac{24}{9400}} = 0.972$$

$$\lambda_{rel,z} = \frac{\lambda_z}{\pi}\sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,k}}} = \frac{236.19}{3.14159}\sqrt{\frac{24}{9400}} = 3.799$$

Luego, notando $\beta_c = 0.1$ por tratarse de madera laminada enconlada:

$$k_y = 0.5\left(1 + \beta_c\left(\lambda_{rel,y} - 0.3\right) + \lambda_{rel,y}^2\right) = 0.5\left(1 + 0.1 \cdot (0.972 - 0.3) + 0.972^2\right) = 1.0058$$

$$k_z = 0.5\left(1 + \beta_c\left(\lambda_{rel,z} - 0.3\right) + \lambda_{rel,z}^2\right) = 0.5\left(1 + 0.1 \cdot (3.799 - 0.3) + 3.799^2\right) = 7.8905$$

Finalmente:

$$\chi_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} = \frac{1}{1.0058 + \sqrt{1.0058^2 - 0.972^2}} = 0.790$$

$$\chi_{c,z} = \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{rel,z}^2}} = \frac{1}{7.8905 + \sqrt{7.8905^2 - 3.799^2}} = 0.067$$

Sustituyendo en las verificaciones se obtiene:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{\chi_{c,y}\, k_{fi} f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{fi} f_{m,y,d}} = \frac{0.66}{0.790 \cdot 1.15 \cdot 24} + \frac{9.33}{1.15 \cdot 24} = 0.368 \leq 1$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{\chi_{c,z}\, k_{fi} f_{c,0,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{fi} f_{m,y,d}} = \frac{0.66}{0.067 \cdot 1.15 \cdot 24} + \frac{0.7 \cdot 9.33}{1.15 \cdot 24} = 0.591 \leq 1$$

Como ambas verificaciones cumplen ser menores o iguales a 1, se tiene que la viga verifica flexocompresión con inestabilidad en la situación de incendio para la combinación de carga estudiada.

Parte b (15 puntos)

Sean CP la carga permanente, SCU la sobrecarga de uso y V la carga de viento. La combinación definida en el CTE para los efectos de larga duración es:

$$CP + \psi_2^{SCU} \cdot SCU + \psi_2^{V} \cdot V = CP + 0.3 \cdot SCU$$

Es posible entonces considerar que sobre la estructura actúa una única carga distribuida:

$$q = q_{CP} + 0.3 \cdot q_{SCU} \Longrightarrow q = (1.5 + 0.3 \cdot 1.0)\,\mathrm{kN/m} = 1.8\ \mathrm{kN/m}$$

Sea D el punto medio de la viga BC. La flecha total en D (w_D) queda dada a partir de la flecha instantánea en D (w_D^{inst}). A su vez, la flecha instantánea en D depende del descenso del pilar AB (w_B^{inst}) y de la deflexión de la viga BC (w_{BC}^{inst}).

$$w_D = \left(1 + k_{def}\right) \cdot w_D^{inst} \Longrightarrow w_D = (1 + 0.8) \cdot w_D^{inst} = 1.8 \cdot w_D^{inst}$$

$$w_D^{inst} = \frac{w_B^{inst}}{2} + w_{BC}^{inst} \Longrightarrow w_D = 1.8\left(\frac{w_B^{inst}}{2} + w_{BC}^{inst}\right)$$

Las dos flechas instantáneas se hallan según las siguientes ecuaciones:

$$w_B^{inst} = \frac{(q\, L/2)\, H}{E_{0,mean}\, A_{pilar}} \Longrightarrow w_B^{inst} = \left(\frac{1.8 \cdot 3000 \cdot 3000}{2 \cdot 11600 \cdot (2 \cdot 60 \cdot 100)}\right) \mathrm{mm} \cong 0.058\ \mathrm{mm}$$

$$w_{BC}^{inst} = \left(1 + \frac{24}{25}\frac{E_{0,mean}}{G_{mean}}\left(\frac{h_{viga}}{L}\right)^2\right)\left(\frac{5}{384}\frac{q\, L^4}{E_{0,mean}\, I_{viga}}\right)$$

$$w_{BC}^{inst} = \left(\left(1 + \frac{24}{25}\frac{11600}{720}\left(\frac{200}{3000}\right)^2\right)\left(\frac{5}{384}\frac{1.8 \cdot 3000^4}{11600\,(100 \cdot 200^3/12)}\right)\right) \mathrm{mm} \cong 2.624\ \mathrm{mm}$$

Sustituyendo se halla la deflexión total vertical cuasipermanente en el punto D:

$$w_D \cong \left(1.8 \left(\frac{0.058}{2} + 2.624\right)\right) \text{mm} = 4.77 \text{ mm}$$

El criterio de límite de flecha asociado a la apariencia de la obra establece que la flecha relativa debe ser menor que $L/300 = 10 \text{ mm}$. Este límite se cumple aún teniendo en cuenta el descenso del pilar, por lo que se cumple con el criterio exigido.

Parte c (25 puntos)

Sean CP la carga permanente, SCU la sobrecarga de uso y V la carga de viento. La combinación definida en el CTE para la combinación de estado límite último en situación persistente, en el caso que SCU sea la carga variable principal y V la concomitante es:

$$\gamma_G CP + \gamma_Q \cdot SCU + \gamma_Q \cdot \psi_0^V \cdot V = 1.35 \cdot CP + 1.5 \cdot V + 0.9 \cdot SCU$$

Sea x el eje paralelo al aje de la viga e y el eje paralelo al eje del pilar. En el nodo de unión, donde se encuentra el perno a verificar, se tienen los siguientes esfuerzos en estado límite último:

$$V_{d,x} = \frac{0.9 P_V (H - 1.5 \text{ m})}{H} = 9 \text{ kN}$$

$$V_{d,y} = \frac{(1.35 \cdot q_{CP} + 1.5 \cdot q_{SCU}) \cdot L}{2} = 5.4 \text{ kN}$$

$$|V_d| = \sqrt{V_{d,x}^2 + V_{d,y}^2} = 10.5 \text{ kN}$$

Sea α_1 el ángulo formado entre V_d y el eje del pilar (direccion de las fibras del pilar) y α_2 el ángulo formado entre V_d y el eje de la viga (dirección de las fibras de la viga). Entonces:

$$\alpha_1 = \tan^{-1}\left(\frac{V_{d,x}}{V_{d,y}}\right) = 59.04°$$

$$\alpha_2 = \tan^{-1}\left(\frac{V_{d,y}}{V_{d,x}}\right) = 30.96°$$

Teniendo em cuenta estos ángulos, considerando como parte 1 el pilar y parte 2 la viga, se aplica la ecuación de Johansen para uniones madera-madera a corte doble, sin efecto soga:

$$F_{v,Rk} = min \left\{ \begin{array}{c} f_{h,1,k}\, t_1\, d \\ 0.5\, f_{h,2,k}\, t_2\, d \\ 1.05\, \dfrac{f_{h,1,k}\, t_1\, d}{2+\beta} \left(\sqrt{2\,\beta(1+\beta) + \dfrac{4\,\beta(2+\beta)\, M_{y,Rk}}{f_{h,1,k}\, {t_1}^2\, d}} - \beta \right) \\ 1.15\, \sqrt{\dfrac{2\beta}{1+\beta}} \sqrt{2\, M_{y,Rk}\, f_{h,1,k}\, d} \end{array} \right\}$$

Donde:

$$t_1 = 60\text{ mm}, t_2 = 100\text{ mm}$$

$$d = 12\text{ mm}$$

$$k_{90} = 1.35 + 0.015 \cdot d = 1.35 + 0.015 \cdot 12 = 1.53 \text{ para madera de conífera}$$

$$f_{h,0,k} = 0.082 \cdot (1 - 0.01 \cdot d) \cdot \rho_k = 0.082 \cdot (1 - 0.01 \cdot 12) \cdot 385\text{ MPa} \cong 27.78\text{ MPa}$$

$$f_{h,1,k} = f_{h,59,k} = \frac{f_{h,0,k}}{k_{90}\, sen^2(\alpha) + cos^2(\alpha)} \cong \frac{27.78\, MPa}{1.53 \cdot sen^2(59°) + cos^2(59°)} \cong 19.99\, MPa$$

$$f_{h,2,k} = f_{h,31,k} \cong \frac{27.78\, MPa}{1.53 \cdot sen^2(31°) + cos^2(31°)} \cong 24.36\, MPa$$

$$\beta = \frac{f_{h,2,k}}{f_{h,1,k}} \cong \frac{24.36\, MPa}{19.99\, MPa} \cong 1.218$$

$$M_{y,Rk} = 0.3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6} = 0.3 \cdot 1000 \cdot 12^{2,6}\text{ Nmm} \cong 191\,863\text{ Nmm}$$

Por lo tanto:

$$F_{v,Rk} = \min \begin{Bmatrix} 14.40\text{ kN} \\ 14.61\text{ kN} \\ 8.28\text{ kN} \\ 11.56\text{ kN} \end{Bmatrix} = 8.28\text{ kN}$$

Dado que la estructura se encuentra ubicada dentro del recinto de una piscina climatizada, se considera una clase de servicio 2. Para la combinación de acciones considerada, en la cual SCU actúa como acción variable principal y V como acción variable concomitante, la duración de carga considerada es instantánea, y por tal motivo se considera para la verificación $k_{mod} = 1.1$.

Por lo tanto:

$$F_{v,Rd} = k_{mod} \frac{F_{v,Rk}}{\gamma_M} \cong 1.1 \cdot \frac{8.28}{1.30}\text{ kN} \cong 7.01\text{ kN} \quad \text{(Por plano de corte)}$$

$$V_{Rd} = 2\, F_{v,Rd} \implies V_{Rd} = 14.01\text{ kN}$$

Teniendo en cuenta la solicitación de cortante de diseño del perno para la combinación considerada se da que $V_d = 10.5\text{ kN} < V_{Rd} = 14.01\text{ kN}$, por lo cual la unión verifica con un coeficiente de 0.75.