CAPITULO 1

Introducción y Principios Básicos

Introducción

En la rutina de los problemas que enfrenta la Ingeniería Naval se asumen como naturales ciertos paradigmas relacionados con los flotadores en general y los buques en particular, los cuales ciertamente responden a fenómenos físicos cuyas propiedades expresadas en forma matemática y geométrica muchas veces se ignora.

Algunas de estas propiedades se presentan a continuación para un mejor conocimiento de la base conceptual y un mayor entendimiento de las soluciones que luego son utilizadas para resolver los problemas que involucran la flotabilidad y estabilidad de los buques.

Se han incluido los teoremas y principios más relevantes sin extenderse en demostraciones formales, las que pueden ser consultadas con mayor profundidad en la principal referencia citada en este texto, que corresponde a la publicación *"Arquitectura Naval: Teoría del Buque y sus Aplicaciones Vol. I"* (Godino Gil, *1934*).

Definiciones

Flotador
Cuerpo sólido cerrado o abierto cuyo peso sea inferior al de un volumen de líquido de la misma capacidad que su volumen total.

Plano de flotación
Es el plano de la superficie del fluido.

Línea de flotación o flotación
Es la intersección del plano de flotación con la superficie exterior del flotador.

Área de flotación
Es la superficie comprendida en el interior de la línea de flotación, corresponde a la porción del espejo de agua sustituido por el propio flotador.

Carena
En el caso de los buques, es la porción sumergida de la superficie exterior del casco.

Volumen de carena
Volumen que ocupa esta porción del flotador cerrada mediante el plano imaginario correspondiente a la flotación.

Centro de carena
Es el centroide de la carena considerada como cuerpo geométrico cerrado.

Flotaciones isocarenas
Se dice de aquellas flotaciones que definen iguales volúmenes de carena.

Flotaciones isóclinas
Se denominan así las flotaciones paralelas.

Propiedades geométricas de los flotadores

Las propiedades geométricas de los volúmenes configurados por las carenas de los flotadores cerradas superiormente por un plano virtual correspondiente a la flotación están basadas en una serie de principios cuyos principales enunciados se dan cuenta a continuación.

Principio fundamental de la Hidrostática o Principio de Stevin

Simon Stevin (*1548 - 1620*), fue un científico que tuvo destacadas actuaciones en el campo de las matemáticas, siendo considerado el padre de los números negativos por ser el primer matemático que los aceptó como resultado de ecuaciones algebraicas; también se destacó en el campo de la física por sus contribuciones a la Estática y la Hidrostática.

El Principio de Stevin, establece que la diferencia de presión entre dos puntos de un mismo líquido es igual al producto de su densidad por la aceleración de la gravedad local y por la diferencia de profundidad entre ambos.

$$\delta p = \rho \cdot g \cdot \delta z = \gamma \cdot \delta z \qquad [1.]$$

Al considerar un fluido con superficie libre, los puntos de dicha superficie están sometidos a la presión atmosférica, y la aplicación del anterior principio en relación con un segundo punto sumergido determina que su presión se puede expresar como:

$$p_2 = p_{atm} + \rho \cdot g \cdot z \qquad [2.]$$

donde z representa la profundidad del punto considerado, el término $\rho.g.z$ indica la presión del líquido o presión manométrica y p_{atm} es la presión atmosférica.

Principio de Pascal

Blaise Pascal (*1623 – 1662*), fue un filósofo, matemático y físico francés, quien realizó numerosas contribuciones a la matemática y a la historia natural, en particular en relación a sus investigaciones sobre los fluidos y la aclaración de conceptos tales como la presión y el vacío, concentrándose en los principios de los fluidos hidráulicos.

Uno de los principales descubrimientos en este campo, es el comportamiento de los fluidos con los cambios de presión; aplicada una variación de dicha propiedad a un fluido incompresible en reposo dentro de un recipiente, verificó que ésta se transmite sin alteración a través de todo el fluido, igual en todas las direcciones y actuando mediante fuerzas perpendiculares a las paredes que lo contienen.

Este principio se aplica en general a superficies que están sumergidas en el líquido, no sólo a aquellas que lo contienen.

De acuerdo con esta interpretación, la fuerza que actúa sobre un elemento de la superficie de un cuerpo total o parcialmente sumergido en un líquido es normal a dicho elemento e igual al producto del área por la presión manométrica aplicada en el centro de dicho elemento.

$$\delta f = \rho \cdot g \cdot z \cdot \delta a \qquad [3.]$$

donde δf es la fuerza aplicada sobre la superficie y δa indica el elemento de área considerado.

Principio de Arquímedes

Arquímedes (*287 A.C. - 212 A.C.*) por su parte es considerado como uno de los principales científicos de la antigüedad clásica, destacándose en los campos de la matemática y física y también como ingeniero, inventor y astrónomo. Entre sus avances en física, específicamente se destaca en relación con los buques, el desarrollo de la hidrostática.

Su más reconocido aporte es el principio del empuje hidrostático conocido popularmente como *Principio de Arquímedes*, que establece que todo

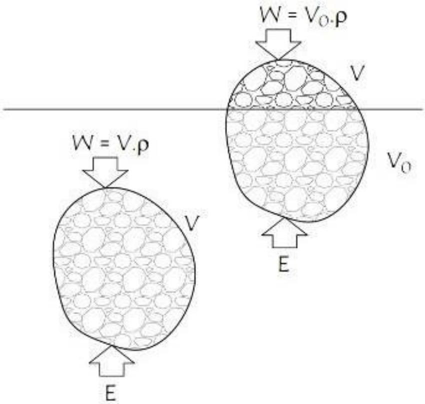

Fig. 1 - Empuje en cuerpo sumergido y flotador

cuerpo total o parcialmente sumergido en un líquido sufre una fuerza vertical de abajo hacia arriba, igual al peso del volumen del líquido desalojado por aquel.

Se considerará el volumen completo del cuerpo cuando este queda totalmente sumergido; si no fuera así, sólo deberá tenerse en cuenta el de la porción sumergida hasta el plano de intersección con la superficie del líquido (Fig. 1).

De acuerdo a los principios vistos anteriormente, la presión sobre un cuerpo sumergido actuará sobre cada punto de la superficie, generando en cada uno de ellos una fuerza actuante según la normal a dicha superficie y cuyo valor estará dado por la ecuación [3.] y cuya componente vertical será:

$$\mathrm{df}_y = \rho \cdot g \cdot z \cdot \mathrm{da} \cdot \cos\theta \qquad [4.]$$

Al integrar ésta en toda el área sumergida se obtiene la fuerza total debida a la presión sobre el flotador:

$$f_y = \iint_S df_y = \iint_S \rho \cdot g \cdot z \cdot da \cdot \cos\alpha = \rho \cdot g \cdot \iint_S z \cdot dx \cdot dy = \rho \cdot g \cdot V \qquad [5.]$$

que es la expresión matemática del principio de Arquímedes. Basados en estos principios, entre otros, se definen elementos y propiedades características de estos volúmenes.

Centro de empuje

Se denomina centro de empuje al punto de aplicación de la resultante f_y de los empujes elementales; al estudiar el equilibrio del flotador se observa que dicho punto se encuentra siempre en la vertical que contiene el centroide de este, por lo cual, a todos los efectos en los cálculos hidrostáticos relacionados, se considera este último el punto de aplicación de esta fuerza hidrostática que denominamos empuje.

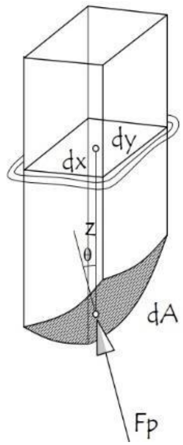

Fig. 2 - Fuerza actuante sobre un elemento de superficie de un flotador

Se demuestra que el centro de empuje o centro de presión está situado en la vertical del centroide del volumen sumergido o centro de carena y a doble distancia que éste de la flotación o superficie libre del líquido.

Posición vertical del centro de empuje de flotadores

Se determinará la posición vertical del centro de presiones del flotador, para lo cual se considrará un elemento diferencial cuya superficie de contacto con el fluido se identifica como *da*, siendo *z* la distancia que la separa de la superficie libre (Fig. 2).

El momento de primer orden de la componente vertical de la presión respecto respecto a la flotación es:

$$dM(f_y)_z = (\rho \cdot g \cdot z \cdot da \cdot \cos\alpha) \cdot z = \rho \cdot g \cdot z^2 \cdot da \cdot \cos\alpha \qquad [6.]$$

de donde se calcula el momento total como:

$$M(f_y)_z = \iint_S \rho \cdot g \cdot z^2 \cdot da \cdot \cos\alpha = \rho \cdot g \cdot \iint_S z^2 \cdot dx \cdot dy \qquad [7.]$$

La posición vertical del centro de presiones del flotador estará dado por la expresión:

$$Z_P = \frac{M(f_y)_z}{f_y} = \frac{\rho \cdot g \cdot \iint_S z^2 \cdot dx \cdot dy}{\rho \cdot g \cdot \iint_S z \cdot dx \cdot dy} = \frac{\iint_S z^2 \cdot dx \cdot dy}{\iint_S z \cdot dx \cdot dy} \qquad [8.]$$

que es la posición vertical del centro de presiones en relación a la superficie libre del fluido.

Se debe determinar ahora la posición del centroide *B* del volumen sumergido respecto al plano de flotación.

Al igual que lo actuado para la determinación de la posición vertical del centro de presiones, se debe determinar el volumen y el momento de primer orden de éste respecto a la flotación.

El volumen del elemento diferencial es:

$$V = \iint_S z \cdot da = \iint_S z \cdot dx \cdot dy \qquad [9.]$$

El centroide de este elemento está ubicado a una distancia *z/2* respecto al plano de flotación, por lo cual el momento de primer orden respecto a este plano se calcula como:

$$dM(V)_z = (z \cdot da) \cdot \frac{z}{2} = \frac{z^2}{2} \cdot da \qquad [10.]$$

El momento total se calcula como:

$$M(V)_z = \iint_S \frac{z^2}{2} \cdot da \cdot \cos\alpha = \frac{1}{2} \cdot \iint_S z_2 \cdot dx \cdot dy \qquad [11.]$$

Luego la posición vertical del centroide del flotador se define en forma análoga que para el centro de presiones:

$$Z_B = \frac{M(V)_z}{V} = \frac{\frac{1}{2}\cdot\iint_S z^2\cdot dx\cdot dy}{\iint_S z\cdot dx\cdot dy} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\iint_S z^2\cdot dx\cdot dy}{\iint_S z\cdot dx\cdot dy} \qquad [12.]$$

de donde surge claramente que el centro de presiones está ubicado al doble de la distancia que separa el centroide del plano de flotación en el sentido vertical.

Centro de presiones de un cuerpo totalmente sumergido

Los puntos de aplicación de las presiones en los volumenes diferenciales son z_1 y z_2 para los hemisferios superior e inferior, estando dirigidas en sentido opuesto las componentes verticales de la presión.

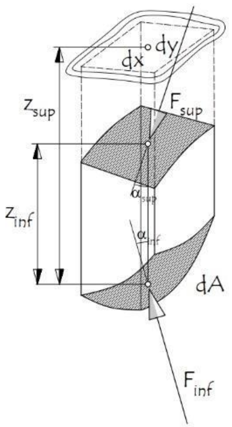

Fig. 3 - Fuerza actuante sobre un elemento de superficie de un cuerpo

Mediante razonamientos análogos al caso del cuerpo flotante, se deduce que la posición vertical del centro de presión en el caso del cuerpo sumergido, respecto al espejo de agua es:

$$Z_p = \frac{\iint_S (z_2^2 - z_1^2)\cdot dx\cdot dy}{\iint_S (z_2 - z_1)\cdot dx\cdot dy}$$

mientras que la posición vertical del centroide será:

$$Z_g = \frac{\frac{1}{2}\iint_S (z_2 - z_1)\cdot(z_2 + z_1)\cdot dx\cdot dy}{\iint_S (z_2 - z_1)\cdot dx\cdot dy} = \frac{\frac{1}{2}\iint_S ({z_2}^2 - {z_1}^2)\cdot dx\cdot dy}{\iint_S (z_2 - z_1)\cdot dx\cdot dy} = \frac{1}{2} Z_p \qquad [14.]$$

Puede suceder, dependiendo de la profundidad a la que esté sumergido el cuerpo, que el centro de presiones esté ubicado fuera de los límites del mismo.

Superficie *“B”* de las isocarenas de volumen ∇_0

Se denomina superficie *“B”* al lugar geométrico de los centros de carena correspondientes a flotaciones isocarenas.

Propiedades de la superficie *"B"*

1. Dos flotaciones isocarenas infinitamente próximas se cortan según una recta que pasa por los centros de ambas superficies.

Las flotaciones no pueden ser paralelas pues limitan volúmenes iguales, entonces se deben cortar según una recta. Se demuestra que esta condición se cumple y que el eje pasa por el centroide de la superficie.

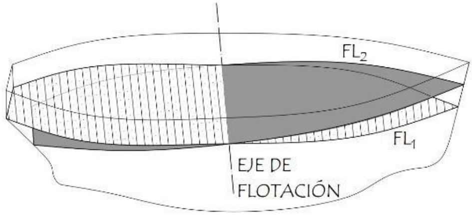

Fig. 4 – Flotaciones isocarenas

2. El plano tangente a la superficie *"B"* en un punto *B*, centro de carena correspondiente a una cierta flotación, es paralelo a dicha flotación.

Como corolario se deduce que el empuje del líquido para una carena de volumen ∇_0, cuyo centro coincide con el punto *B*, se ejerce en dicho punto según la normal a la superficie *"B"* de las isocarenas de dicho volumen.

3. La superficie *"B"* es convexa y cerrada.

4. En un sistema de ejes *Oxyz*, donde la dirección Oz coincide con la normal al plano de flotación, la dirección *By* con el propio eje de inclinación y la restante dirección *Bx* es normal a estas dos formando un sistema ortogonal, las coordenadas de un centro de carena *B'* infinitamente próximo a *B* están dadas por los valores:

$$x_b = d\theta \cdot \frac{P_{xy}}{\nabla_0}; y_b = d\theta \cdot \frac{I_x}{\nabla_0}; z_b = \frac{d\theta^2}{2} \cdot \frac{I_x}{\nabla_0} \qquad [15.]$$

donde I_x es el momento de inercia de la flotación respecto al eje de inclinación, P_{xy} es el producto de inercia rectangular respecto al plano *Oxy*, $d\theta$ el giro infinitesimal y ∇_0 el volumen de carena.

5. Sea un eje de inclinación de dirección constante y paralela al eje Ox; la curva que describe el punto *B* en el espacio tiene una tangente que pertenece al plano *Bxy*, la cual forma con el eje *By* un ángulo que cumple:

$$tg\alpha = \frac{P_{xy}}{I_y} \qquad [16.]$$

6. El radio de curvatura de la sección recta del cilindro que proyecta la curva *"B"* sobre el plano *Bzy*, para dos flotaciones isocarenas giradas un ángulo infinitesimal, vale:

$$\rho = \frac{I_y}{\nabla_0} \qquad [17.]$$

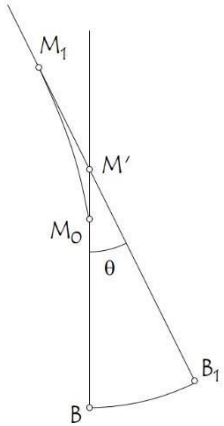

Fig. 5 - Proyección recta de la curva "C"

Este conjunto de propiedades tienen un significado muy importante, y es que permiten trabajar con la sección recta del cilindro proyectante de la superficie *"B"* en lugar de trabajar con los puntos de la propia superficie en el espacio.

El centro de curvatura de la sección recta del cilindro proyectante de la superficie *"B"* sobre el plano de inclinación, se denomina *metacentro*, mientras que la distancia desde éste a la curva o radio de curvatura se denomina *radio metacéntrico*.

El punto M_0 se denomina metacentro inicial; al girar la flotación éste deriva en el punto *M*, nuevo metacentro para esta nueva condición; el punto *M'*, intersección de la normal a esta flotación isocarena cuyo centroide es *B*, con la normal a la flotación inicial o adrizada, se denomina falso metacentro.

Radio Metacéntrico

Vamos a determinar una expresión que nos permita calcular el radio metacéntrico, a partir de lo cual se podrá identificar el punto que hemos definido como metacentro inicial.

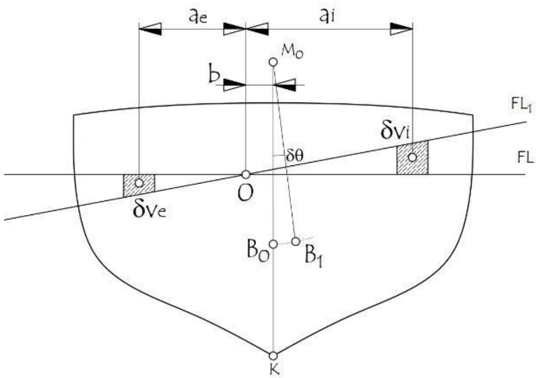

Fig. 6 - Determinación del radio metacéntrico

Su determinación es de extrema importancia en la medida que es una de las referencias en cuanto a la estabilidad del flotador.

Consideremos la figura anterior que representa un flotador cuyo volumen sumergido es ∇_0, el cual ha sido girado de su posición inicial dada por la flotación *FL*, habiendo tomado una posición final coincidente con la flotación FL_1.

En este movimiento, el centroide inicial B_0 se transforma en *B*, siendo M_0 el metacentro inicial defido anteriormente. Calculemos ahora los momentos estáticos respecto al plano normal que pasa por B_0 de los volúmenes de las cuñas emergente y sumergente:

$$\nabla_0 \cdot B_0B_1 = \int [(a_e \cdot \delta s \cdot \delta\theta) \cdot (a_e + b) + (a_i \cdot \delta s \cdot \delta\theta) \cdot (a_i - b)] \qquad [18.]$$

Donde *ds* es la base que define el elemento diferencial de volumen de las cuñas y *d*θ es el giro infinitesimal producido en la posición del flotador. Desarrollando los términos de la ecuación anterior obtendremos:

$$\nabla_0 \cdot B_0B_1 = \int (a_e^2 \cdot \delta s \cdot \delta\theta) + (a_e \cdot b \cdot \delta s \cdot \delta\theta) - (a_i \cdot b \cdot \delta s \cdot \delta\theta) + (a_i^2 \cdot b \cdot \delta s \cdot \delta\theta) \qquad [19.]$$

$$\nabla_0 \cdot B_0B_1 = \delta\theta \cdot \int (a_e^2 - a_i^2) \cdot \delta s + b \cdot \delta\theta \cdot \int (a_e - a_i) \cdot \delta s \qquad [20.]$$

La primer integral corresponde al momento de inercia con relación al eje baricéntrico, mientras que la segunda es el momento de primer orden respecto al mismo eje, por lo cual su valor es cero.

Se puede deducir entonces que

$$B_0B_1 = \frac{I_0}{\nabla_0 \cdot} \delta\theta \qquad [21.]$$

Como el movimiento de giro es infinitesimal, podemos expresar

$$B_0B_1 = B_0M_0 \cdot \delta\theta \qquad [22.]$$

Luego obtenemos una expresión para el radio metacéntrico inicial

$$B_0M_0 = \frac{I_0}{\nabla_0 \cdot} \qquad [23.]$$

Superficie *"F"* de las isocarenas de volumen ∇_0

Se denomina superficie *"F"* de las isocarenas de volumen ∇_0 a la envolvente de los planos de flotación que limitan dichas carenas.

Propiedades de la superficie *"F"*

El centroide del área de una flotación correspondiente a una carena ∇_0 es el punto de tangencia de dicha flotación con la superficie *"F"* correspondiente.

Corolario 1 – La superficie *"F"* será el lugar geométrico de los centros de gravedad de las áreas de las flotaciones isocarenas.

Corolario 2 – La superficie *"F"* es continua, cerrada y está contenida completamente en el interior del flotador.

Corolario 3 – Los planos tangentes a las superficies *"B"* y *"F"* en puntos correspondientes a una misma carena, son paralelos.

Para un eje de inclinación cualquiera, las coordenadas del centroide de una flotación isocarena infinitamente próxima, con relación al plano de inclinación y al eje *Fx* serán las siguientes:

$$x_f = \frac{1}{A} \cdot dM_{gy}; y_f = \frac{1}{A} \cdot dM_{gx}; z_f = \frac{dq}{2A} \cdot dM_{gx} \qquad [24.]$$

Teorema de traslación de pesos

Como complemento de propiedades y teoremas utilizados como fundamentos teóricos y herramientas de análisis, se incluye también este teorema derivado de los principios de la estática clásica.

El enunciado establece que, si en un conjunto de pesos se mueve uno de ellos, el centro de gravedad del conjunto se mueve paralelamente y en el mismo sentido a una nueva posición.

La distribución de pesos inicial de un sistema determina un centro de gravedad que cumplirá la siguiente condición:

$$W \cdot (G - O) = \sum w_i \cdot (g_i - O) \qquad [25.]$$

Al mover de su posición inicial un peso cualquiera, la expresión anterior se transforma en:

$$W \cdot (G' - O) = \sum w_i \cdot (g_i - O) - w_h \cdot (g_h - O) + w_h \cdot (g'_h - O) \qquad [26.]$$

Sustituyendo la primera igualdad en el término derecho de la ecuación y se obtiene:

$$W \cdot (G' - O) = W \cdot (G - O) - w_h \cdot (g_h - O) + w_h \cdot (g'_h - O) \qquad [27.]$$

Reordenando:

$$W \cdot (G' - O) - W \cdot (G - O) = w_h \cdot (g'_h - O) + w_h \cdot (g_h - O) \qquad [28.]$$

$$W \cdot (G' - G) = w_h \cdot (g'_h - g_h) \qquad [29.]$$

Siendo $(G' - G) = GG' \cdot \vec{u}$ y $(g'_h - g_h) = d \cdot \vec{u}\,'$, resulta:

$$W \cdot GG' \cdot \vec{u} = w_h \cdot d \cdot \vec{u}\,' \qquad [30.]$$

Lo anterior sólo es válido si $\vec{u} = \vec{u}\,'$; entonces se pueden igualar ambos términos y obtenemos:

$$GG' = \frac{d \cdot w_h}{W} \qquad [31.]$$

Se concluye que el traslado de un peso individual en un sistema provoca el corrimiento del centro de gravedad del conjunto, una distancia dada por la expresión de [31.], en forma paralela al traslado del centro de gravedad del peso movido.