# Práctico 4 – Determinantes

## 1. Determinantes

1. Calcular los siguientes determinantes:

$$a)\ \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{vmatrix} \qquad b)\ \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix} \qquad c)\ \begin{vmatrix} 1 & \sqrt{2} & 1 \\ 1 & \sqrt{2} & -1 \\ -2 & \sqrt{2} & 3 \end{vmatrix} \qquad d)\ \begin{vmatrix} e^{2a} & 0 & e^{a} \\ e^{a} & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \qquad e)\ \begin{vmatrix} 0,1 & 0,2 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,2 \\ 0,2 & 0,3 & 0,1 \end{vmatrix}$$

$$f)\ \begin{vmatrix} 0 & 0 & \operatorname{sen}(\theta) \\ \operatorname{sen}(\theta) & \cos(\theta) & \tan(\theta) \\ -\cos(\theta) & \operatorname{sen}(\theta) & -\cos(\theta) \end{vmatrix} \qquad g)\ \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 3 & 2 \\ -1 & -3 & 0 & 4 \\ 0 & 4 & -1 & -3 \end{vmatrix} \qquad h)\ \begin{vmatrix} 2 & 4 & -5 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & -1 & 7 & 3 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -3 & 4 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & 3 & -1 & 4 & 3 \\ 5 & 1 & 3 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

2. Sabiendo que

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 5,$$

calcular los siguientes determinantes:

$$\begin{vmatrix} d & e & f \\ g & h & i \\ a & b & c \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} -a & -b & -c \\ 2d & 2e & 2f \\ -g & -h & -i \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} a & b & c \\ d-3a & e-3b & f-3c \\ 2g & 2h & 2i \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} a+5c & 3b & c \\ d+5f & 3e & f \\ 2g+10i & 6h & 2i \end{vmatrix}$$

3. Calcule el determinante de las siguientes matrices y determine para cuáles valores de $k$ son invertibles.

$$a)\ \begin{pmatrix} k & -k & 3 \\ 0 & k+1 & 1 \\ k & -8 & k-1 \end{pmatrix} \qquad b)\ \begin{pmatrix} k & k & 0 \\ k^2 & 4 & k^2 \\ 0 & k & k \end{pmatrix} \qquad c)\ \begin{pmatrix} k-4 & 0 & 0 \\ 1 & k & 2 \\ 3 & 3 & k-1 \end{pmatrix}$$

4. *a*) Sean $A, B \in \mathcal{M}_{n\times n}$, tales que $\det(A) = 3$ y $\det(B) = -2$. Calcular los siguientes determinantes:

   *a*) $\det(-AB)$    *b*) $\det(A^2)$    *c*) $\det(B^{-1}A)$    *d*) $\det(2A)$    *e*) $\det(3B^T)$    *f*) $\det(AA^T)$

   *b*) Sean $A, B, C, D \in \mathcal{M}_{5\times 5}$, tales que $\det(A)$=$\det(B) \neq 0$, $\det(C) = 4$ y $\det(D) = 2$. Calcular

$$\det\left(A^T C^{-1} B^{-1} (3D^T)^{-1}\right) - \det\left(4CD^{-1}(A^{-1}B)^T\right)$$

5. Calcular los determinantes

$$d_n = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{vmatrix},$$

para $n = 2, 3, \ldots$, donde se supone que la matriz con determinante $d_n$ tiene $n$ filas y $n$ columnas.

6. Sean $A$ matriz $n \times n$, $B$ una matriz $n \times m$ y $C$ una matriz $m \times m$. Con $O$ indicaremos una matriz $m \times n$ cualquier dimensión cuyas entradas son todas nulas. Demostrar que

$$\det \begin{pmatrix} A & B \\ O & C \end{pmatrix} = \det(A)\det(C).$$

**Guía del práctico**

Para acompañar el curso se suguiere como mínimo resolver al menos la siguiente lista de problemas. No contabilizar dentro de esta lista los ejercicios resueltos en el pizarrón durante la clase.

- Ejercicio 1, dos de la primera fila y uno de la segunda.
- Ejercicio 2.
- Ejercicio 3, una parte.
- Ejercicio 4.