

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/372909415>

Geodesia 1 – Apuntes de teoría.

Book · August 2022

CITATIONS
0

READS
6

1 author:



Patricia A. Rosell

National University of Cuyo

25 PUBLICATIONS 32 CITATIONS

SEE PROFILE

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



interferometry [View project](#)



Registros GNSS aplicados al estudio de la dinámica de la tierra [View project](#)

Geodesia I 2022

Apuntes de teoría
Prof. Dra. Ing. Rosell, Patricia A.

Ingeniería en Agrimensura



Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).

Estos apuntes han sido realizados por recopilación de libros, apuntes e informes sobre Geodesia Astronómica y Trigonometría esférica, los cuales se detallan en la sección bibliografía. Las figuras son propiedad de la autora, a excepción de las que se encuentran correctamente citadas.

El uso de estos apuntes se encuentra destinado a alumnos de grado de la carrera de Ingeniería en Agrimensura de cualquier Universidad de la República Argentina.

Se prohíbe la reproducción y venta de este trabajo, ya sea total o parcial, sin previa autorización de la autora.



Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).

Contenidos

| | |
|---|----|
| Contenidos | 1 |
| 0 - Introducción a la geodesia | 3 |
| Definición general..... | 3 |
| Geodesia..... | 3 |
| El problema de la geodesia | 4 |
| 1 - La Tierra y el universo..... | 7 |
| El Sistema Solar..... | 7 |
| Universo..... | 7 |
| Estrellas: evolución..... | 7 |
| El Sistema Solar..... | 9 |
| La Tierra..... | 12 |
| Forma y tamaño de la Tierra..... | 12 |
| Movimientos | 18 |
| Geometría de la Tierra | 24 |
| 2 - Elementos de Astronomía..... | 28 |
| Esfera celeste | 28 |
| Geometría..... | 28 |
| Astros | 32 |
| Clasificación por movimientos aparentes | 32 |
| Clasificación según posición..... | 34 |
| Magnitudes..... | 35 |
| Movimientos de la esfera celeste | 36 |
| 3 - Sistemas de coordenadas astronómicas | 38 |
| Introducción | 38 |
| Sistemas de coordenadas astronómicas | 39 |
| Sistemas de coordenadas locales | 40 |
| Sistemas de coordenadas absolutos | 42 |
| Aplicación de los sistemas de coordenadas | 44 |
| Transformación de coordenadas | 47 |
| 4 - Variación de coordenadas..... | 49 |
| Efectos físicos | 49 |
| Refracción..... | 49 |
| Aberración de la luz..... | 52 |
| Movimientos propios de los astros | 53 |
| Deflexión gravitacional de la luz | 54 |
| Efectos geométricos | 55 |
| Paralaje..... | 55 |
| Precesión | 57 |
| Nutación..... | 60 |
| Influencia del movimiento de polo | 62 |
| 5 - Tiempo..... | 65 |
| Escala y unidades de tiempo | 65 |
| Escala de tiempo astronómicas..... | 67 |
| Escala de tiempo físicas. | 74 |
| Hora civil, legal y oficial | 76 |
| Transformaciones de Tiempo Solar | 78 |

| | |
|---|-----|
| Transformaciones entre Tiempos Medios y Sidéreos | 79 |
| 6 – Posiciones particulares | 81 |
| Introducción | 81 |
| Posiciones particulares | 81 |
| Astro en el horizonte: Salida y puesta de los astros | 82 |
| Paso por el meridiano del lugar: Culminación de un astro | 86 |
| Máximas digresiones: Elongación | 88 |
| Primer vertical | 91 |
| Variación de las coordenadas de los astros durante el movimiento diurno | 93 |
| Movimiento diurno del sol en las distintas latitudes | 94 |
| Intervalos de tiempo | 95 |
| Duración del día y de la noche, tiempo de insolación | 95 |
| Crepúsculo. Noches blancas. | 96 |
| Duración de las estaciones. | 97 |
| Caso de estudio: Replanteo de la meridiana | 98 |
| 7 - Astronomía de posición | 100 |
| Introducción | 100 |
| Azimut de una dirección terrestre | 100 |
| Latitud | 105 |
| Longitud | 110 |
| 8 - Posicionamiento geodésico | 115 |
| Concepto de posicionamiento | 115 |
| Sistemas de referencia | 115 |
| Sistemas de referencia espaciales o Celestes | 116 |
| Marcos de Referencia Celestes Convencionales | 116 |
| Sistema de Referencia Celeste Internacional (ICRS) | 117 |
| Sistemas de referencia terrestres | 118 |
| Marco de Referencia Terrestre Internacional (ITRF) | 119 |
| Vinculación entre el sistema de referencia celeste y el terrestre | 119 |
| Parámetros de Orientación Terrestre | 120 |
| Transformaciones entre sistemas | 123 |
| 9 - Técnicas geodésicas modernas | 126 |
| VLBI (Very Long Baseline Interferometry) | 126 |
| LLR (Lunar LASER Ranging) | 129 |
| SLR (Satellite LASER Ranging) | 130 |
| GNSS (Global Navigation Satellite Systems) | 133 |
| DORIS (Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite) | 135 |
| Geodesia Satelital en Argentina | 136 |
| AGGO - Observatorio Argentino-Alemán de Geodesia | 136 |
| OAFa – Observatorio Astronómico Félix Aguilar | 137 |
| Anexo 1: Trigonometría esférica | 139 |
| Propiedades de los triángulos esféricos | 139 |
| Anexo 2: Calendarios | 141 |
| Calendario Lunar | 141 |
| Calendario Egipcio | 142 |
| Calendario Juliano | 142 |
| Calendario Gregoriano | 142 |
| Bibliografía | 144 |

0 - Introducción a la geodesia

Definición general

Las Ciencias de la Tierra son las disciplinas de las ciencias naturales que estudian la estructura, morfología, evolución y dinámica del planeta Tierra. Su precedente más importante está formado por las ciencias naturales. Dentro de las Ciencias de la Tierra, o **GEO**-ciencias, se encuentran:

GEOgrafía, describe lo que se encuentra en la Tierra: suelo, agua, clima, vegetación y la relación del hombre con el hábitat.

GEOlogía, estudia la formación de rocas y su historia.

GEOmorfología, describe las formas del suelo y su evolución.

GEOfísica, estudia las fuerzas físicas que dan forma a la Tierra.

GEOdesia es la menos conocida aunque la más antigua de las geociencias y está centrada en el estudio de tres grandes tópicos:

1. Tamaño y forma de la Tierra,
2. Campo gravitatorio terrestre,
3. Posicionamiento de puntos.

Geodesia

De acuerdo a la definición clásica de Friedrich Robert Helmert (1880), “*geodesia (del griego $\gamma\eta$ = tierra, $\delta\alpha\iota\omega$ = dividir) es la ciencia de la medición y el mapeo de la superficie de la tierra*”. La Geodesia se desarrolló por necesidades prácticas. Siempre es necesario establecer líneas que definan correctamente límites, planificar rutas y edificaciones. Los recursos naturales de una Nación deben ser determinados y documentados con precisión. Para moverse de un lugar a otro, es necesario saber el camino y cuán largo será. Esto podría resumirse de la siguiente manera:

Catastro: Límites para establecimiento de impuestos

Obras de ingeniería: Caminos viales y ferroviarios, edificaciones

Recursos: ¿Qué? ¿Dónde? ¿Cuánto?

Navegación: ¿En qué dirección? ¿Qué tan lejos?

El problema de la geodesia

De acuerdo con la definición brindada, el problema de la Geodesia es:

"The problem of geodesy is to determine the figure and external gravity field of the earth and of other celestial bodies as a function of time, from observations on and exterior to the surfaces of these bodies." (Torge, W. 2001)

"El problema de la geodesia es determinar la figura y el campo externo gravitatorio de la Tierra y otros cuerpos celestes en función del tiempo, desde observaciones desde el y hacia el exterior de la superficie de esos cuerpos"

La Geodesia es una ciencia básica, con fundamentos fisicomatemáticos y con aplicaciones prácticas en amplias ramas del saber, como en topografía, cartografía, fotogrametría, navegación e ingenierías de todo tipo. Está íntimamente relacionada con la astronomía y la geofísica, apoyándose en sus métodos. Todo el proceso de determinación de posiciones geodésicas está intrínsecamente ligado con la forma y dimensiones de la Tierra, por lo tanto el problema de la determinación de esta figura no es puramente teórico sino que tiene una proyección práctica en lo referente al cálculo de coordenadas de puntos y a la resolución de problemas geométricos sobre su superficie.

La parte teórica del problema general de la figura de la Tierra consiste en el estudio de las superficies de equilibrio de una hipotética masa fluida, sometida a las acciones gravitatorias y a un movimiento de rotación. El estudio de las mareas terrestres o variaciones periódicas de la vertical también es objeto de la Geodesia, cuyas conclusiones al respecto son de sumo interés para la astronomía y la geofísica.

Los objetivos de la Geodesia pueden alcanzarse siguiendo diversos métodos de trabajo a partir de distintos tipos de datos obtenidos directa o indirectamente, siendo así que atendiendo a ellos se puede distinguir tres grandes ramas.

Astronomía Geodésica.- Es aquella parte de la Geodesia que con métodos y observaciones astronómicas trata fundamentalmente de obtener la dirección de la vertical; determina, pues, coordenadas astronómicas, latitud, longitud (o tiempo) y acimutes astronómicos. Con los datos obtenidos trata de determinar el geoide como figura de la Tierra por el método de nivelación astrogeodésica.

Geodesia Geométrica.- Es aquella rama de la Geodesia en la que los datos de observación están constituidos por las medidas de ángulos y distancias en la superficie terrestre. Estos datos son referidos a un elipsoide de referencia para construir las triangulaciones en el caso

de la Geodesia clásica bidimensional o bien estudiados en coordenadas cartesianas en el caso de la Geodesia tridimensional. También son necesarias las determinaciones de altitudes de puntos sobre una superficie de cota cero. El conocimiento de la geometría del elipsoide de revolución es fundamental.

Geodesia Dinámica.- Es aquella rama de la Geodesia que basada en la teoría del potencial, trata de las medidas de la gravedad, del estudio del campo exterior y de la obtención de la forma de la Tierra; sus datos fundamentales son las medidas de la gravedad efectuadas generalmente en superficie, y las perturbaciones observadas en el movimiento de un satélite artificial. Está relacionada con la Geodesia geométrica, con la geofísica, con la astronomía y con la mecánica celeste. Suele subdividirse en gravimetría, teoría del campo y consecuencias. No obstante esta división, hoy día los métodos globales de la Geodesia actúan en conjunto con datos geométricos y dinámicos a fin de alcanzar sus objetivos de forma conjunta en la llamada geodesia integrada.

Desde el punto de vista temático, la Geodesia puede dividirse en diversas secciones:

Teoría de la figura de la Tierra.- Constituida por los principios de la teoría del potencial y teoría de figuras de equilibrio aplicados al campo de gravedad terrestre.

Teoría de redes geodésicas.- Incluye el estudio de las triangulaciones y trilateraciones, el cálculo y compensación de redes geodésicas y el cálculo de coordenadas, con el análisis estadístico de los resultados.

Nivelación.- Trata de todo lo referente a la medida de altitudes y establecimiento de redes altimétricas.

Teoría de la rotación de la Tierra.- Estudia el movimiento de rotación de la Tierra, en un sistema de referencia fijo en el espacio (precesión y nutación) y en un sistema de referencia fijo al cuerpo (velocidad de rotación y movimiento del polo). Está íntimamente ligada a la astronomía en lo referente a los sistemas de tiempo y nutación, y a la geofísica con los modelos de las capas interiores de la Tierra. Sus principales datos son las determinaciones astronómicas clásicas, los resultados de la Geodesia Doppler, GPS, laser y VLBI.

Gravimetría.- Trata de las determinaciones de la gravedad, sus reducciones, cálculo de anomalías y establecimiento de redes gravimétricas; sirve de base para aplicaciones geodésicas y geofísicas.

Geodesia Física.- Está constituida por aquellas teorías y métodos encaminados a la determinación del geoide, con datos dinámicos o gravimétricos, mediante un análisis del problema de contorno de la teoría del potencial. Describe los modelos terrestres de

comparación para el establecimiento de la figura de la Tierra, calcula y utiliza fundamentalmente las anomalías gravimétricas. También estudia el campo exterior de la gravedad.

Mareas terrestres.- Estudia las desviaciones periódicas de la vertical debidas a las acciones gravitatorias del Sol y la Luna y sus efectos sobre el geoide y deformaciones de la Tierra, tanto desde un punto de vista teórico como numérico y experimental.

Geodesia tridimensional.- Trata el problema de la forma y dimensiones de la Tierra en un sistema de referencia tridimensional.

Geodesia espacial.- Esta nueva rama de la Geodesia trata principalmente con satélites artificiales cuya observación resulta más cómoda y precisa que la tradicional. Aplica técnicas tridimensionales y resuelve todos los problemas de la Geodesia tanto geométricos como dinámicos. En los cálculos emplea frecuentemente técnicas de ajuste por mínimos cuadrados.

1 - La Tierra y el universo

El Sistema Solar

Universo

Etimológicamente, la palabra Universo proviene de la palabra latina *Universus*, que significa “conjunto de las cosas existentes”. Los griegos creían que el Universo era una esfera hueca en cuya superficie interna estaban fijadas las estrellas; esta esfera rotaba alrededor de un eje inclinado que tenía como centro estacionario la Tierra. Esta idea, denominada Geocentrismo, se mantuvo hasta que Copérnico (1473- 1543) propuso la idea revolucionaria de que la Tierra rotaba alrededor del sol, conocida ésta como Heliocentrismo.

Con el desarrollo del telescopio fue posible darse cuenta de que objetos que a simple vista parecían estrellas, en realidad estaban constituidos por billones de estrellas. Tales grupos de estrellas se denominan Galaxias y tienen muy diversas formas (espirales, elípticas, irregulares). Hasta 1923 se creía que la Vía Láctea constituía todo el Universo, pero ese año el astrónomo E. P. Hubble (1889-1953) descubrió que existían otras galaxias. La Vía Láctea tiene alrededor de 100.000 millones de estrellas, cada una con una separación promedio de 5 años-luz¹; tiene, además, un diámetro de cerca de 100.000 años-luz, y nuestro sol se encuentra a aproximadamente 30.000 años-luz del centro de la galaxia.

Estrellas: evolución

Una estrella (del latín: *stella*) es una esfera luminosa de plasma que mantiene su forma gracias a su propia gravedad. Se cree que comienzan como masas de gas y polvo (*nebulosas*) que giran y se contraen lentamente debido a la fuerza de gravedad creada por la rotación. A medida que el gas y el polvo se contraen, el Helio (He) se comienza a formar como resultado de la fusión del Hidrógeno (H) cuando el interior de una estrella alcanza una temperatura de 10 millones de grados centígrados y una densidad de 100 g/cm³. La conversión de H en He provee la energía que poseen las *estrellas de la secuencia principal*, donde se encuentra nuestro sol. Cuando mucho del H se ha convertido en He, el núcleo de la estrella se contrae, transformando energía gravitacional en calor, lo que causa que el núcleo se ponga más caliente. Esto hace que las capas más externas de la estrella se expandan con un

¹ Año Luz corresponde a la distancia que recorre la luz en un año a una velocidad de 300.000 km/s, es decir aprox. 9.46×10^{12} km. Esta unidad es necesaria para medir distancias en el Universo debido a que las unidades convencionales resultan muy pequeñas.

decrecimiento de la temperatura superficial y hace que la estrella cambie su color a rojo; a una estrella en esta etapa se la conoce como *gigante roja*. Cuando la temperatura del núcleo alcanza 100 millones de grados centígrados el He se fusiona y se convierte en Carbón (C), Oxígeno (O), Magnesio (Mg) y Silicio (Si); con una posterior contracción y calentamiento se formarán Niquel (Ni) y Hierro (Fe). Todos los elementos generados en esta etapa son componentes importantes de la corteza, manto y núcleo terrestres. A partir de la etapa de gigante roja, la estrella puede seguir varios caminos: si tiene una masa aproximada a nuestro Sol, puede explotar y convertirse en una *Nova*, y cuando las reacciones cesen, se enfríe y contraiga se convertirá en una *enana blanca*, que se cree consiste en una masa de electrones y gases ionizados, unidos íntimamente. Si la masa es mucho mayor que la de nuestro Sol, puede explotar violentamente, convirtiéndose en una *Supernova*. Se ha sugerido que, con la materia expulsada en esta etapa, se pueden formar otras estrellas, y que los elementos más pesados que el Fe se producen durante o inmediatamente antes de la explosión.

En 1963, Maarten Schmidt descubrió una nueva clase de objetos parecidos a estrellas que emitían grandes cantidades de energía en forma de ondas de radio, a los que se llamó *fuentes de ondas de radio casi estelares* o “*quásares*” (Figura 1). Los quásares están más distantes que cualquier galaxia conocida, se encuentran entre 7000 y 8000 millones de años luz, correspondientes a los núcleos extremadamente luminosos. Se asume que los quásares se generan cuando los agujeros negros absorben la materia de su cercanía y a causa de su gran densidad de masa, comienzan a rotar a grandes velocidades, librandó energía en forma de ondas de radio, luz, infrarrojo, ultravioleta y rayos X, convirtiéndolos en los objetos más luminosos del universo.

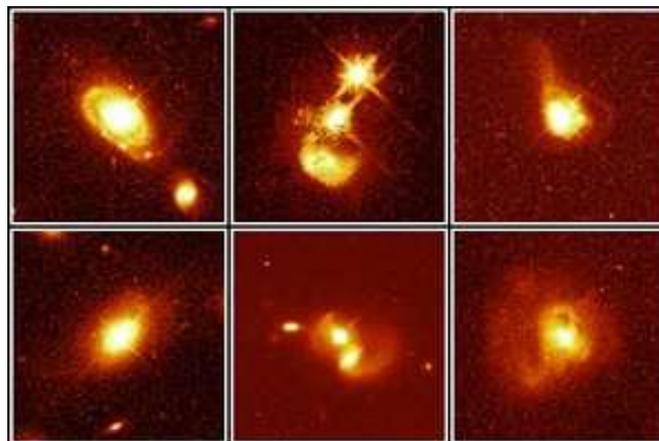


Figura 1: Quásar. Fuente: Internet²

² Enciclopedia Britannica. URL: <https://goo.gl/nZx7Lx> - Consulta: 26-07-2018

El Sistema Solar

El Sistema Solar ocupa sólo una parte de la Vía Láctea y se encuentra presidido por una estrella luminosa, denominada *Sol*, alrededor de la cual se encuentran otros numerosos cuerpos: planetas, satélites, asteroides, cometas y meteoritos. El Sol contiene aproximadamente 98% de la masa total del Sistema Solar.

Planetas

La palabra Planeta proviene del griego y significa "errante". Orbitando dentro del campo gravitacional del sol existen 9 planetas, 7 de los cuales están orbitados a su vez por una o más lunas o satélites naturales. Los planetas giran alrededor del Sol en un plano llamado *eclíptica* y los ejes de rotación de cada uno no es perpendicular a este plano, sino tienen una ligera inclinación. En el caso de la Tierra, el eje de rotación posee una inclinación de $23^{\circ}27'$ (Figura 2).

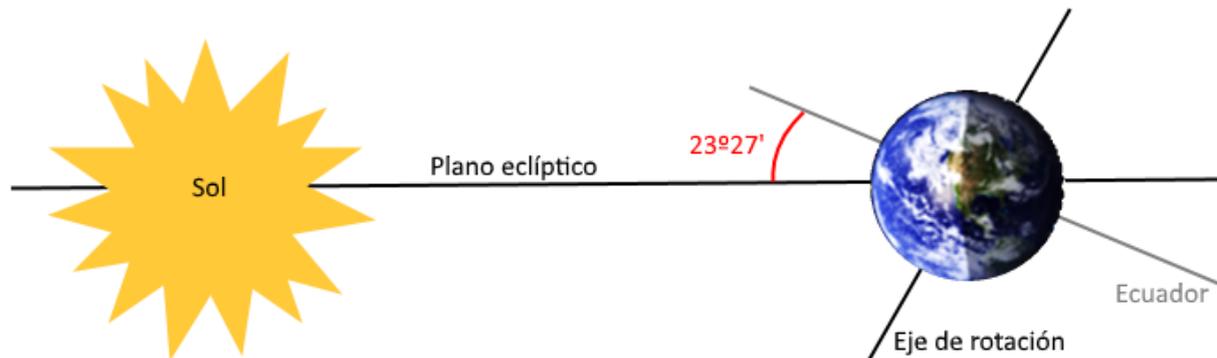


Figura 2: Plano de la eclíptica e inclinación del eje terrestre. Fuente: PARosell

Las órbitas de los planetas no son circulares, sino elípticas, lo que fue probado por Johann Kepler (1571- 1630). Vistos desde arriba de sus órbitas, todos los planetas las describen en sentido contrarreloj. Debido a estas órbitas elípticas, los planetas experimentan variaciones periódicas en sus distancias al sol y entre sí mismos. Dos factores importantes relacionados con el sol y los planetas son:

- La fuerza de gravedad,
- La intensidad de radiación.

La primera afecta las mareas, la proporción de giro y podría controlar de cierta manera la actividad volcánica y los sismos, mientras que la segunda afecta los contrastes de temperatura entre estaciones y el clima total.

Los cuatro planetas internos, Mercurio, Venus, Tierra y Marte, están compuestos por materiales rocosos similares a los de la Tierra, debido a lo cual se denominan Planetas

terrestres. Entre los cinco planetas externos restantes, los cuatro primeros son gaseosos y se denominan Júpiter, Saturno, Urano y Neptuno y en conjunto se los llama Planetas jovianos, debido a que están presididos por el mayor planeta, Júpiter. El último planeta, denominado Plutón, tiene una naturaleza rocosa y es más parecido a los planetas internos. Sin embargo, el 24 de agosto de 2006, la Unión Astronómica Internacional declaró a Plutón como un planeta enano, debido a su tamaño, y sería parte de una serie de cuerpos que orbitan en la parte externa del sistema solar.

Convirtiendo el tamaño del sistema solar a una escala comprensible se podría tomar al Sol como del tamaño de una naranja; entonces, la Tierra sería un grano de arena circulando en una órbita a 10 m de distancia; Júpiter, once veces más grande que la Tierra, sería del tamaño de una semilla de uva, orbitando a una distancia de 67 m (una cuadra); Saturno, otra semilla de uva a dos cuadras del sol; Plutón, otro grano de arena a una distancia de 10 cuadras; y las estrellas más cercanas, otras naranjas a más de 1.600 Km. de distancia.

Leyes que rigen los movimientos de los astros

A lo largo de muchos años de investigación y de paciente observación de los planetas, Newton y Kepler establecieron las leyes que rigen el movimiento de estos astros³.

- Ley de la Gravitación Universal de Isaac Newton (1643-1727)

“Entre dos cuerpos obra una fuerza de atracción que es directamente proporcional a las masas de los mismos e inversamente proporcional al cuadrado de las distancias que los separa”.

Esta ley explica por qué la fuerza de atracción del Sol sobre los planetas es mayor en el caso de Mercurio –que es el más cercano al Sol–, que en el de Plutón –el más lejano–, y revela las causas de la fuerza que mantiene a los planetas en sus órbitas.

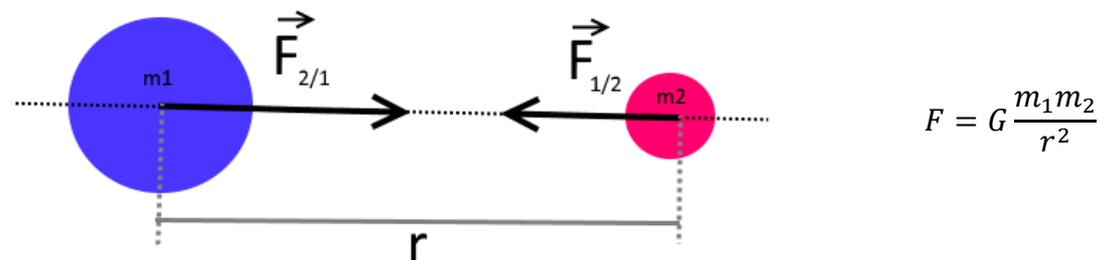


Figura 3: Descripción gráfica (izq) y analítica (der) de la Ley Universal de Gravitación.

³ Astro: Objeto astronómico

- Leyes de Johannes Kepler (1571-1630) del movimiento de los planetas alrededor del Sol
 - Primera Ley

“Las trayectorias que describen los planetas son elipses, uno de cuyos focos ocupa el Sol”

Es decir, que las órbitas de los planetas son elípticas y no circulares; que el Sol no ocupa el centro de la elipse sino uno de los puntos interiores de ella (al cual se le llama foco - Figura 4), por lo tanto, un planeta al describir su órbita se aleja y acerca al Sol.

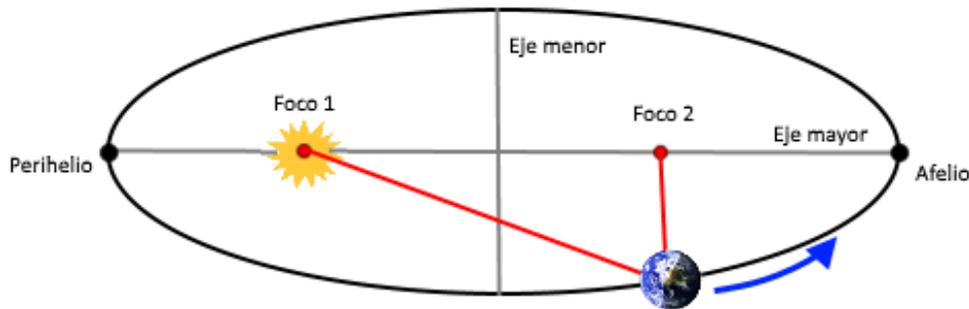


Figura 4: Descripción gráfica de la primera Ley de Kepler. Fuente: PARosell

- Segunda Ley

“El radio vector que une el centro del Sol con el centro de un planeta describe áreas iguales en tiempos iguales”

En su movimiento de traslación, los planetas recorren áreas iguales en tiempos iguales (Figura 5), por eso es que cuando un planeta está más cerca del Sol se desplaza más rápido que cuando está más lejos. Como lo explica esta ley, la velocidad de la Tierra al pasar cerca del Sol (perihelio) es mayor que cuando está más alejada (afelio).

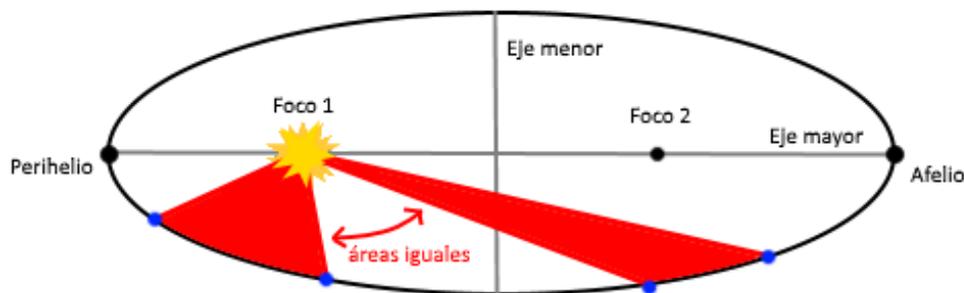


Figura 5: Descripción gráfica de la segunda Ley de Kepler. Fuente: PARosell

- Tercera Ley

“Los cuadrados de los periodos de revolución sideral de los planetas son proporcionales a los cubos de los semiejes mayores de la elipse”

Mientras más alejado se encuentra un planeta del Sol, como puede observarse en la estampilla postal de la Figura 6, el tiempo que tarda en recorrer su órbita es más largo; por ejemplo, Plutón recorre su órbita en 247 años, mientras que Mercurio lo hace en 88 días y la Tierra lo hace en 365 días.



Figura 6: Descripción gráfica de la tercera Ley de Kepler en una estampilla alemana en conmemorativa a los 400 años de la enunciación de las leyes de Kepler. Fuente: Internet⁴.

La Tierra

Forma y tamaño de la Tierra

Desde tiempos inmemoriales el hombre ha tratado de conocer la Tierra en la cual habita. Al comienzo tuvo curiosidad por conocer el horizonte más cercano por la necesidad de encontrar mejores climas y praderas para su subsistencia. Luego su necesidad de comunicarse con otros pueblos lo lleva a traspasar sus fronteras naturales, creando sendas, huellas y caminos que le permiten llegar a otros lugares más lejanos y conocer nuevas culturas. El comercio acerca a los pueblos y se desarrollan así los medios de transporte terrestre y marítimo, no obstante, se carece de planos y cartas que le permitan orientarse correctamente para poder planificar los tiempos de viaje. Esto conduce a la necesidad de elaborar cartas que representan grandes extensiones de la tierra donde poder dibujar los nuevos lugares descubiertos, los caminos y poblaciones existentes, y, como consecuencia de esta necesidad, se hace necesario conocer las dimensiones y forma de la tierra.

Para suplir estas necesidades se asume que la tierra es plana, siempre manteniéndose en las cercanías inmediatas, pero para áreas y distancias largas, esta definición no es práctica y contradice las siguientes observaciones:

⁴ Filatelia astronómica: <https://goo.gl/oD1hca> - Consulta: 24-07-2018

1. Los antiguos marinos ya habían observado que los barcos que se avistan en el horizonte se observan parcialmente sumergidos, hasta que emerge por completo al acercarse a puerto (Figura 7).

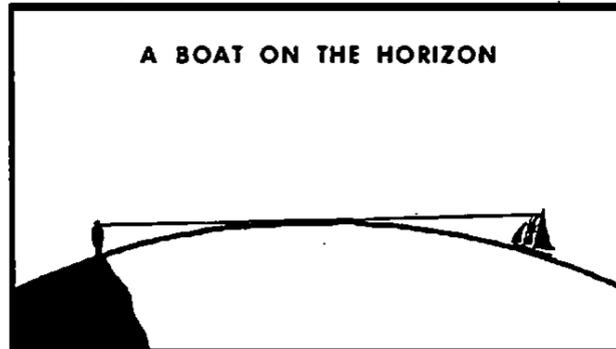


Figura 7: Un bote en el horizonte. Fuente: NOAA (1977)

2. Al viajar rumbo norte, de noche, la estrella Polaris (astro visible desde el Hemisferio Norte, de posición muy próxima al Polo Norte Celeste) aparenta estar cada vez más alta en el cielo, medida desde el horizonte. En la Figura 8, el ángulo 2 es mayor al ángulo 1.

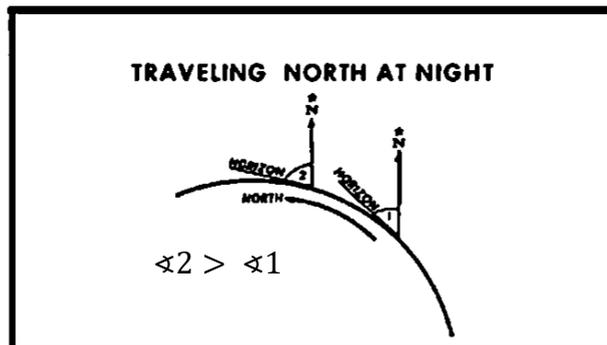


Figura 8: Viajando al Norte de noche (N: Polaris). Fuente: NOAA (1977)

3. Al viajar rumbo norte, de día, la sombra del caminante se vuelve más larga (Figura 9).

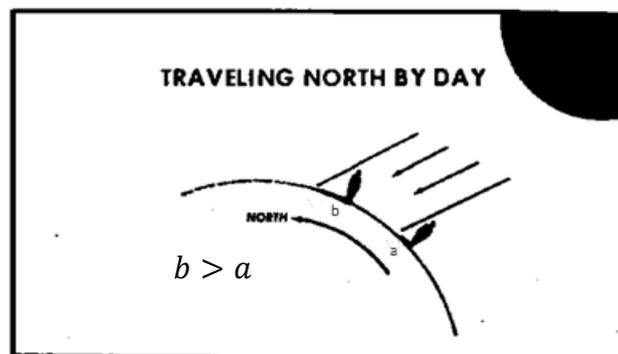


Figura 9: Viajando al Norte de día. Fuente: NOAA (1977)

Al darse cuenta que la Tierra es curva, se concluyó que la curvatura es igual en todos los puntos, como una esfera. La siguiente pregunta era, ¿qué tan grande es esta esfera? Eratosthenes, quien vivió en Alejandría, Egipto, en el S.III a.c, computó el tamaño de la circunferencia de la Tierra al mirar la sombra producida por el Sol en cierto día: el solsticio de verano de Junio. Por escritos presentes en la biblioteca donde trabajaba, sabía que en Siena (hoy Asuán), al Sur de Alejandría, los rayos del sol alcanzaban el fondo de un pozo, de profundidad conocida, ese mismo día (el Sol estaba en su Cenit y por lo tanto, sus rayos eran perpendiculares a la Tierra en esa latitud). Por otro lado, sabía cuántos días le llevaba a un camello recorrer la distancia entre Siena y Alejandría (5000 estadios) y que, en esta última ciudad y para el día mencionado, los rayos del Sol tenían una inclinación de 1/50 de circunferencia, es decir, $7^{\circ}12'$ con respecto a la vertical. Teniendo en cuenta el paralelismo entre los rayos del Sol y las líneas radiales que parten del centro de la Tierra (Figura 10), el arco entre Alejandría y Siena también es $7^{\circ}12'$. Por lo tanto, al multiplicar esta distancia por 50, obtuvo 250000 estadios, aproximadamente 46250 km. Un estadio, era la unidad de medida de longitud en la antigüedad y, al existir diferentes estadios, no se sabe cuál fue el utilizado para este cálculo. Asumiendo que utilizó el equivalente a 1/10 millas náuticas (185 m), el resultado de Eratosthenes fue 16% más grande que el “real”.

Lo asombroso e importante de este logro más allá de su valor numérico, fue el hecho de combinar ángulos astronómicos con la medición de distancias y ángulos.

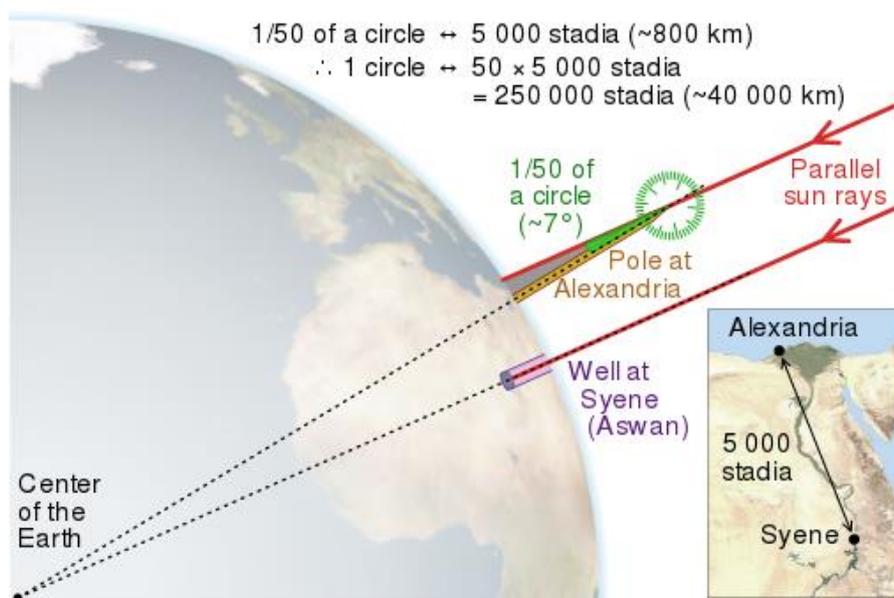


Figura 10: Análisis gráfico de los cálculos de Eratosthenes. Fuente: David Monniaux⁵

⁵ Imagen creada bajo los términos de GNU. URL: <https://goo.gl/i2BY6p> - Consulta: 24-07-2018

A partir del S.XVII, se contó con instrumentos lo suficientemente sofisticados que permitieron establecer que la curvatura de la Tierra no es igual en todos los sitios, afirmando que la superficie total no es una circunferencia. Los franceses midieron distancias, en Francia, y llegaron a la conclusión de que la Tierra estaba alargada hacia los Polos, como si fuese un huevo. Los británicos, con Newton de su lado, estaban convencidos de que la Tierra estaba levemente aplanada en los Polos (Figura 11).

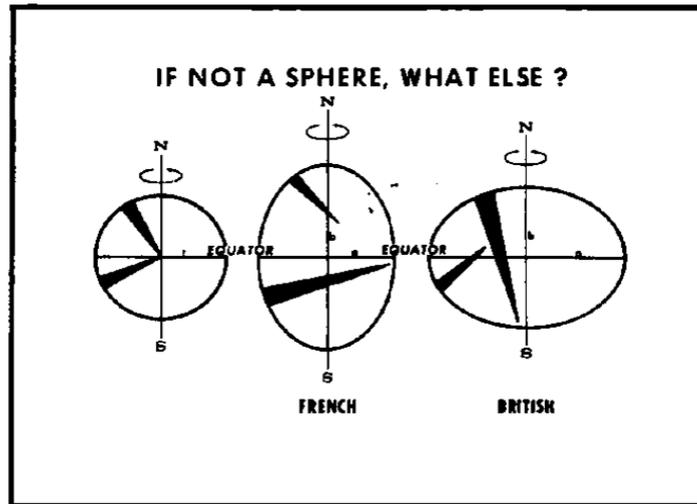


Figura 11: Si no es una esfera, ¿qué es? Fuente: NOAA (1977)

Esta disputa internacional llegó a su fin luego de que la Academia de Ciencias de Francia enviara dos expediciones para medir distancias: una expedición fue enviada a Perú y la otra a Lappland (Finlandia), con el objetivo de medir la distancia de un grado de arco: Si la distancia era menor en Perú, los franceses tendrían razón, pero si era más largo, los ingleses. La experiencia permitió dar la razón a los ingleses generando que su modelo sea el más utilizado hasta el día de hoy (Figura 12).

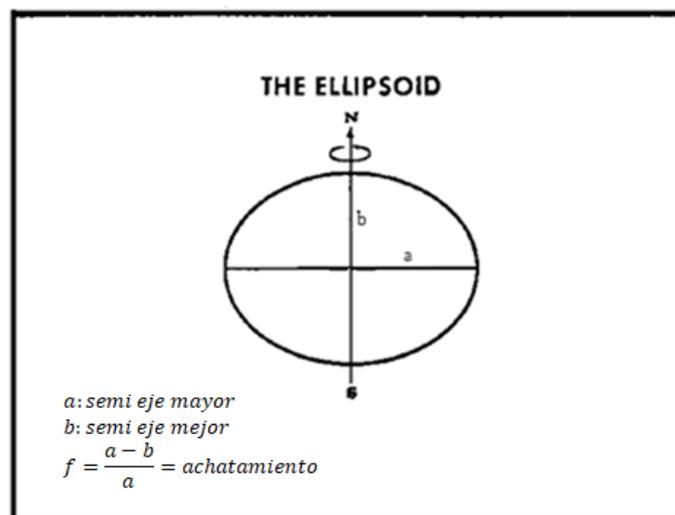


Figura 12: El elipsoide. Fuente: NOAA (1977)

Nueva información fue adicionada en 1958, cuando el primer satélite fue puesto en órbita. Se conoció que la Tierra estaba menos “aplanada” que lo que realmente se pensaba. Se supo que el punto más cercano en la órbita del satélite, el perigeo, estaba más cerca de la Tierra cuando éste estaba sobre el Hemisferio Norte que cuando estaba sobre el Hemisferio Sur. Esto indicaba una asimetría en la forma de la Tierra ligeramente más estrecha en el Norte, similar a una pera aplanaada.

Esta asimetría no se refiere a la forma producida por valles y montañas (es decir, la topografía). Del momento en que se miden alturas, se lo hace desde un plano de referencia: el nivel del mar. Si a la topografía de la Tierra se le restan estas alturas, queda determinada una superficie a nivel del mar, que equivale a decir “la superficie del mar extendida por debajo de los continentes”. Esta superficie se la conoce como *geoide* y es a la que se hace referencia cuando se habla de *la forma de la Tierra*. El geoide es mucho más irregular que la figura de un elipsoide, y las alturas referidas a él, se las conoce como *alturas geoidales*.

Se distinguen entonces tres superficies: topográfica, elipsoidal y geodésica. Las *alturas geoidales* u *ortométricas* (H), vienen dadas en las cartas topográficas, producto de nivelaciones altimétricas referidas al nivel del mar, mientras que las *Elipsoidales* (h) son obtenidas con las técnicas modernas de posicionamiento satelital. La diferencia entre ambas es conocida como *Ondulación geoidal* (N).



Figura 13: Las tres superficies. Fuente: Internet⁶

Para describir la forma irregular de la superficie se utiliza un elipsoide de aproximación teniendo en cuenta la forma y el tamaño correcto. En la Figura 14 se observa que un elipsoide se ajusta mejor a Europa mientras que ese mismo no ajusta bien en América del Norte o Sur.

⁶ <https://goo.gl/hLejTQ> - Consulta: 15-07-2018

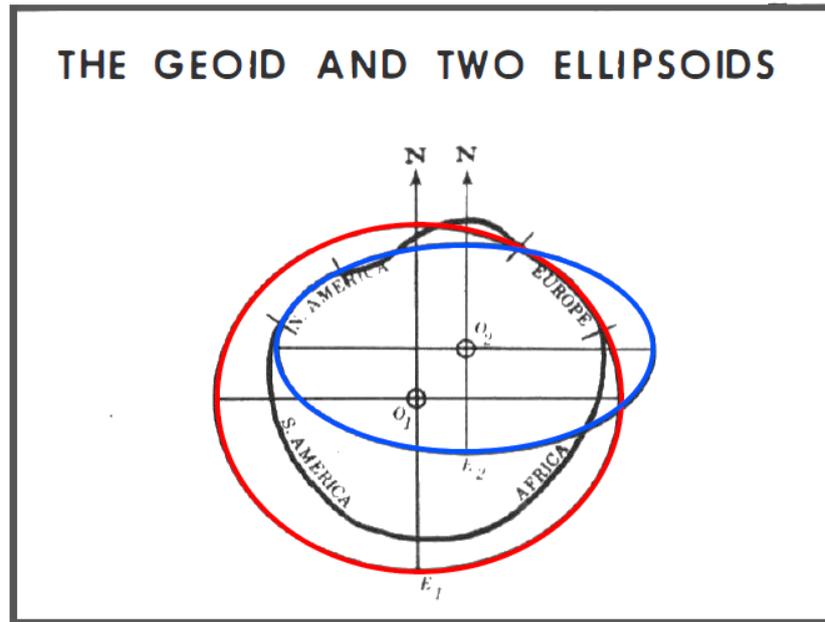


Figura 14: El geoide y dos elipsoides. Fuente: NOAA (1977)

Algunos elipsoides utilizados se detallan a continuación:

| Nombre | Año | Semieje mayor (a) | F | Usado en |
|---------------|------|-------------------|------------|---------------------|
| EVEREST | 1830 | 6.377.276 | 1/300.8 | India |
| AIRY | 1830 | 6.377.563 | 1/299.3 | Gran Bretaña |
| BESSEL | 1841 | 6.377.397 | 1/299.15 | Japón |
| CLARKE | 1866 | 6.378.206,4 | 1/295 | America del Norte |
| FAYE | 1880 | 6.378.249,145 | 1/293,465 | Francia-Africa |
| HELMERT | 1907 | 6.378.200 | 1/298,3 | Egipto |
| INTERNACIONAL | 1924 | 6.378.388 | 1/297 | Europa - S. América |
| KRASSOWY | 1940 | 6.378.245 | 1/298,3 | Rusia |
| FISCHER | 1960 | 6.378.155 | 1/298,3 | S.G.M. |
| FISCHER | 1968 | 6.378.150 | 1/298,3 | S.G.M. |
| W.G.S. 66 | 1966 | 6.378.145 | 1/298,25 | S. G. M. |
| Sudamericano | 1969 | 6.378.160 | 1/298,25 | Sudamérica |
| W.G.S. 72 | 1972 | 6.378.135 | 1/298,25 | S. G. M. |
| W.G.S. 84 | 1984 | 6.378.135 ± 2 | 1/298,2572 | S. G. M. |

Datum

El *datum* define la determinación del elipsoide de referencia que se utiliza y su posición con respecto al geoide. Esto es, establece los parámetros con que es definido con respecto a la Tierra:

- Semiejes mayor (a) y menor (b) del elipsoide,
- Coordenadas x, y, z del centro del elipsoide con respecto al centro de masa de la Tierra,
- Giros para colocar el eje de rotación del elipsoide paralelo al eje de rotación terrestre.

Se define al datum como la tangencia entre el geoide y el elipsoide de referencia adoptado.

Por lo tanto, está compuesto por:

- Elipsoide de referencia, definido por sus semiejes y excentricidad (o aplastamiento)
- Punto fundamental, o punto datum, donde se intersecta el geoide y el elipsoide, determinado por coordenadas de latitud, longitud y acimut de un punto con respecto al fundamental.

En el punto fundamental, la normal al elipsoide de referencia coincide con la normal al geoide pero, en cualquier otro punto, estas normales están separadas por un ángulo llamado de *deflexión* que da lugar a la desviación de la vertical (Figura 15).



Figura 15: Desviación de la vertical y ángulo de deflexión. Fuente: Internet⁵

Movimientos

Rotación

La rotación de la Tierra se efectúa de Oeste a Este y se denomina “sentido directo” (Figura 16). Este movimiento que realiza la Tierra, girando 360° sobre su propio eje. Como consecuencia de la forma curva de la Tierra, la velocidad a la que gira es distinta: mientras que en el Ecuador la velocidad es de 1670 km/h, en los polos es de 0 km/hr.

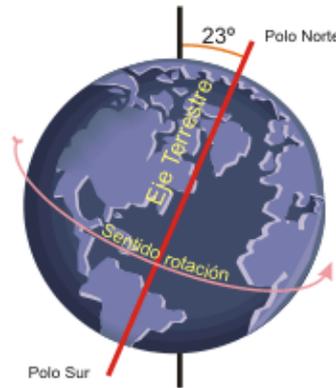


Figura 16: Movimiento de rotación. Fuente: Internet⁷

Consecuencias del movimiento de rotación

- Sucesión del día y la noche

El movimiento de rotación permite que una mitad de la Tierra esté iluminada, cuando le llegan los rayos del Sol, y la otra no; es decir, mientras que de un lado es de día porque está recibiendo la luz, del otro lado es de noche porque está en penumbras.

- Aplanamiento de los polos

La fuerza centrífuga ocasionada por la rotación de la Tierra provoca el achatamiento de los polos y el ensanchamiento del Ecuador.

- Desviación de los vientos y corrientes marinas

Se debe al Efecto Coriolis o también llamada fuerza deflexiva de la Tierra. Es la desviación de las corrientes marinas y el viento ocasionada por la rotación de la Tierra, en el Hemisferio Norte desde su punto de partida hacia la derecha y hacia la izquierda en el Hemisferio Sur.

- Desviación de los cuerpos al caer

Los cuerpos al caer sufren una aparente desviación al Este por el movimiento de rotación.

- Movimiento aparente de los astros

Es el movimiento de los astros que se aprecia en dirección opuesta al giro de la Tierra.

- Diferencia horaria: Husos horarios y cambio de fechas

Es la diferencia horaria que existe entre los diversos lugares del planeta. Es fácil entonces concluir que, debido a la distinta iluminación de los rayos solares sobre la Tierra, no todos los puntos del globo terrestre poseen la misma hora, por lo cual se hizo necesario crear un sistema para establecer la hora que correspondería a cada lugar. El sistema de husos horarios fue ideado por el italiano Filopanti en una obra publicada en Londres en 1859, pero sólo comenzó a ser utilizado por algunas naciones de Europa en el año 1890. Éste se basa en la

⁷ Imagen creada por MeMoRY bajo los términos de GNU. <https://goo.gl/ReYTBA>. Consulta: 27-11-2018

siguiente deducción: la Tierra demora 24 horas en dar una vuelta sobre su eje imaginario (movimiento de rotación), recorriendo 360° que divididos entre 24 da como resultado 24 sectores de 15° cada uno (Figura 17). De esta forma se ha dividido a la Tierra en 24 sectores de 15° de longitud, equivalentes a una hora, cada uno de los cuales es llamado huso horario. Esto facilita la determinación de la hora a nivel internacional, pues los territorios comprendidos dentro de un huso horario poseen la misma hora.

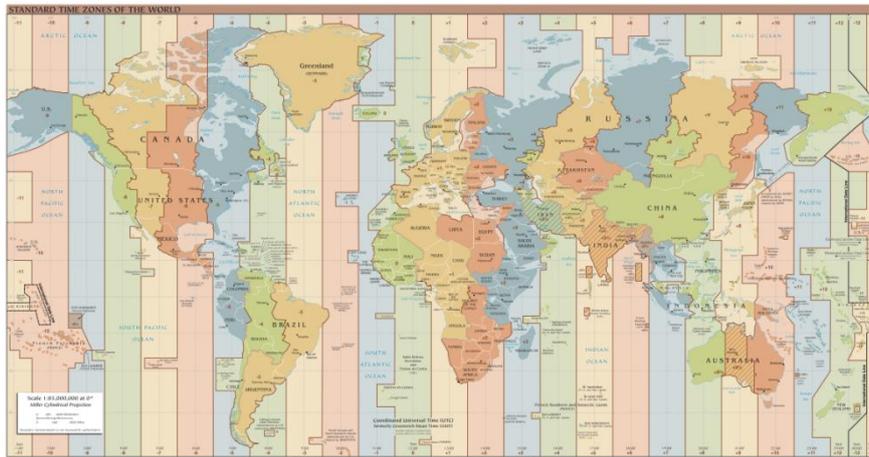


Figura 17: Husos Horarios. Fuente: Internet⁸

Cabe señalar que es ésta una situación convencional, pues en realidad entre cada grado de longitud existen cuatro minutos de diferencia. Al establecer los husos horarios, fue necesario determinar un meridiano a partir del cual se comenzaría a contar un nuevo día. De esta manera se implantó la llamada Línea Internacional del Tiempo, que corresponde a una línea imaginaria que se extiende de polo a polo, que se superpone al meridiano de los 180° , aunque presenta una desviación en ciertas zonas para evitar pasar sobre algunas islas y éstas queden divididas en dos zonas con diferente fecha.

Traslación

Este movimiento es el que realiza la Tierra en su órbita alrededor del Sol, simultáneamente al de rotación, pero como la órbita que describe la Tierra no es un círculo sino una elipse (Figura 18), hay momentos en los que pasa más cerca del Sol (del 1 al 3 de enero), punto llamado *perihelio*, mientras que cuando está más alejado del Sol (del 1 al 4 de julio) se le llama *afelio*. El tiempo que tarda la Tierra en dar una vuelta al Sol es de 365 días, 5 horas y 48 minutos. A este periodo se le llama año trópico o año solar y se inicia a partir del primer paso del Sol por el Ecuador, el 21 de marzo. Se tiene también el llamado año sideral, que se

⁸ Imagen creada por De Hellerick bajo los términos de GNU. URL: <https://goo.gl/ib13Ni> - Consulta: 24-11-2018

mide cuando la Tierra da una vuelta completa al Sol, utilizando como referencia una estrella lejana y tiene una duración de 365 días, 6 horas, 9 minutos y 10 segundos. Debido a esta diferencia en la duración de los años, se estableció el año civil como una medida más conveniente para las actividades humanas; éste tiene una duración de 365 días exactos. Existe un acuerdo para que cada cuatro años se le agregue un día al mes de febrero con el objeto de compensar las seis horas anuales faltantes y, de esta manera, puedan coincidir el año sideral con el año civil; a este año se le denomina *año bisiesto*.

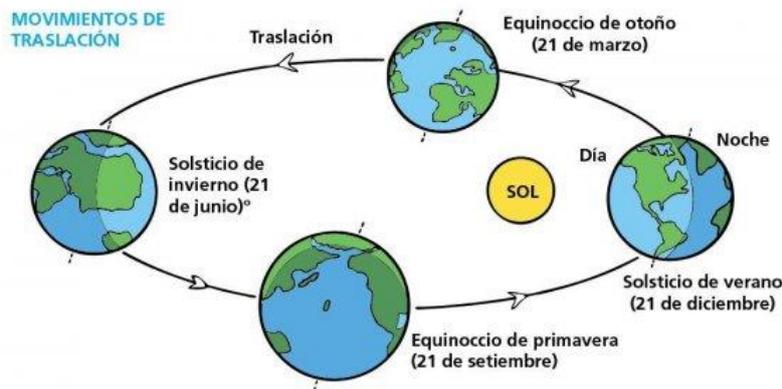


Figura 18: Movimiento de traslación - Solsticios y equinoccios para el Hemisferio Sur. Fuente: Internet⁹

Consecuencias del movimiento de traslación

- Sucesión de las estaciones anuales.

Una de las consecuencias del movimiento de traslación, en forma conjunta con la inclinación del eje de la Tierra, es la generación de las cuatro estaciones del año: primavera, verano, otoño e invierno. El inicio y el fin de las estaciones están marcados por los solsticios y equinoccios. Solsticio quiere decir “Sol que se detiene” y equinoccio “días y noches iguales”. Hay dos equinoccios (uno de primavera y uno de otoño) y dos solsticios (uno de verano y otro de invierno) en el transcurso del año.

El equinoccio ocurre en las dos únicas fechas en que los días y las noches duran 12 horas y los rayos del Sol caen perpendiculares (En el ecuador), marcando el inicio de la primavera u otoño, según el hemisferio y la fecha.

El solsticio corresponde a dos fechas en las que la duración del día y de la noche es desigual; durante esta época, los rayos del Sol caen verticalmente sobre uno de los trópicos. Si caen en el Trópico de Cáncer, ocurre el solsticio de verano para el hemisferio norte y el de invierno

⁹ <https://goo.gl/oqvBhF> - Consulta: 25-07-2018

para el sur, y si caen en el Trópico de Capricornio se inicia el solsticio de invierno para el hemisferio norte y de verano para el hemisferio sur.

- Diferente duración del día y la noche.

Otra de las consecuencias del movimiento de rotación en conjunto con el eje de inclinación de la Tierra es la duración del día y de la noche; así, durante el verano los días son más largos que durante el invierno.

- Movimiento aparente de las constelaciones en el año.

El movimiento de traslación genera que las constelaciones que se observan en el cielo se vean en posiciones diferentes a lo largo de un giro.

- Cambio aparente del diámetro del disco solar.

Esto se debe a que cuando el planeta está más cerca del Sol (perihelio), este último aparenta tener mayores dimensiones, y cuando la Tierra está más alejada (afelio), el disco solar parece tener un menor tamaño.

Precesión

Como ya se dijo, la Tierra es irregular, aplastada en los polos y deformada por la atracción gravitacional del Sol, de la Luna y, en menor medida, de los planetas. Esto provoca una especie de lentísimo balanceo en la Tierra durante su movimiento de traslación llamado “precesión de los equinoccios” (Figura 19), que se efectúa en sentido inverso al de rotación, es decir, con un movimiento retrógrado. Bajo la influencia de dichas atracciones, el eje terrestre va describiendo un doble cono de 47° de abertura, cuyo vértice está en el centro de la Tierra. La *precesión axial* o *precisión equinoccial* es la tendencia al cambio de la dirección del eje de rotación de la Tierra con respecto a las estrellas fijas en un giro con un período de 25.771,5 años.

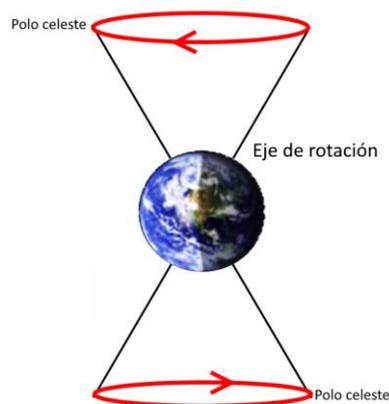


Figura 19: Movimiento de precesión. Fuente: PARosell

Nutación

El otro movimiento que se sobrepone con el de la precesión (Figura 20), es el de la nutación, esto es, un pequeño vaivén del eje terrestre. La atracción de la Luna sobre el abultamiento ecuatorial de la Tierra provoca el fenómeno de nutación. Para hacerse una idea de este movimiento, se imagina que mientras el eje de rotación de la Tierra describe el movimiento cónico de precesión, a su vez recorre una pequeña elipse o bucle en un periodo de 18,6 años. En una vuelta completa de precesión (25,767 años), la Tierra realiza más de 1.300 bucles de nutación.

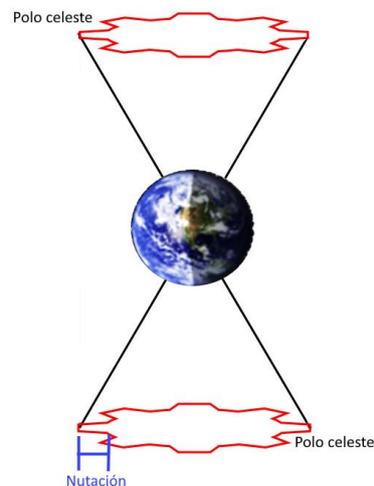


Figura 20: Movimiento de nutación. Fuente: PARosell

Polar

Dado que la Tierra no es un cuerpo rígido, las fuerzas que actúan sobre ella generan que la Tierra se desplace con respecto a su eje de rotación. Esto se debe a redistribuciones interiores de masas, rebote postglaciar, movimientos tectónicos, redistribuciones atmosféricas, entre otras. En un instante de tiempo t_1 se puede definir un eje de rotación fijo a la Tierra y otro fijo al espacio. El movimiento de rotación del planeta define un eje de rotación que coincide con el eje del momento principal de inercia, llamado también eje de figura. En un tiempo t_2 ambos ejes ya no coincidirán, puesto que el eje de rotación se mueve lentamente alrededor del eje de figura. Este movimiento cuasi-periódico tiene una amplitud que oscila entre los 0.05 y 0.25 segundos de arco, lo que equivale a un desplazamiento entre uno y ocho metros sobre la superficie de la Tierra. Dicho movimiento se conoce con el nombre de *movimiento polar*.

El astrónomo norteamericano Seth Carlo Chandler encontró, en 1892, que el movimiento del polo es la resultante de la superposición de dos componentes que poseen períodos distintos:

una componente, llamada ahora componente de Chandler, que tiene una duración de 14 meses, y es una oscilación libre que surge de la forma compleja de la Tierra; la otra componente es de 12 meses y es una oscilación forzada originada por efectos meteorológicos tales como cambios estacionales. La posición del polo es la suma vectorial de estas dos componentes y describe una especie de espiral irregular alrededor de un polo medio o promedio durante un ciclo de seis años. Puesto que las magnitudes de las componentes pueden cambiar, el movimiento durante los ciclos no es el mismo (Figura 21). Dado que este movimiento no puede ser predicho con precisión, es necesario realizar observaciones regulares para ubicar la posición instantánea del eje de rotación.

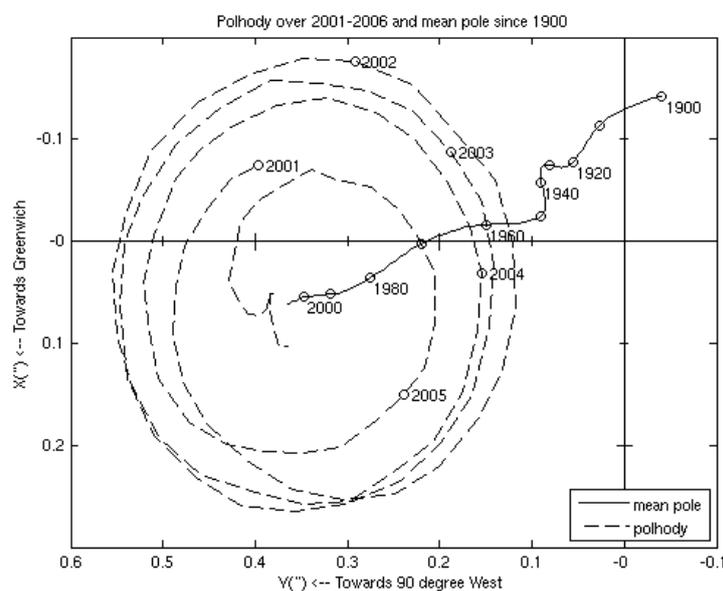


Figura 21: Movimiento del polo. Fuente: IERS¹⁰

Geometría de la Tierra

Círculos máximos y mínimos

Si una esfera se divide, mediante un plano, en dos partes exactamente iguales (esto es, pasando por su centro), la intersección de ambos determina el mayor círculo que puede trazarse en la esfera y que se conoce como *círculo máximo*. Los círculos que se forman al atravesar la esfera que no pasan por el centro, se los conoce como *círculos mínimos*. Se puede, entonces, enunciar las siguientes propiedades:

1. Siempre que un plano corta una esfera pasando por su centro, resulta un círculo máximo, independientemente de la posición del plano.

¹⁰ <https://www.iers.org/IERS/EN/Science/EarthRotation/PolarMotionPlot.html>

2. Un círculo máximo es el mayor círculo que puede trazarse en la superficie de una esfera.
3. Sobre una esfera puede trazarse una cantidad infinita de círculos máximos.
4. Por dos puntos dados de la superficie de la esfera, pasa un único círculo máximo, excepto los puntos diametralmente opuestos, en cuyo caso, el número de círculos máximos es infinito.
5. Un arco de círculo máximo es la distancia más corta sobre la esfera entre dos puntos cualesquiera de la misma.
6. Un círculo máximo corta a otro dividiéndolo en dos semicírculos.

Teniendo en cuenta los estudios anteriores de la forma de la Tierra, donde se determinó que la superficie no es una esfera sino un elipsoide, es normal preguntarse cómo puede aplicarse correctamente las propiedades de los círculos máximos. Para todos los propósitos corrientes, incluyendo la utilización de círculos máximos, puede tratarse a la Tierra como una esfera sin cometer errores apreciables.

Un campo de aplicación de los círculos máximos es la navegación: Siempre que un barco navega en grandes extensiones de océano o que los aviones realicen grandes viajes, se planifica una ruta sobre un arco de círculo máximo, con el fin de ahorrar combustible y tiempo, siempre y cuando no haya obstáculos que lo impidan.

Meridianos y paralelos

El movimiento de rotación de la Tierra sobre su eje proporciona dos puntos: los polos. Sobre ellos nace la red geográfica, que consiste en una serie de líneas tendientes a fijar la posición sobre la superficie. Esta red está formada por un conjunto de líneas en dirección Norte/Sur - los meridianos - y Este/Oeste - los paralelos (Figura 22).

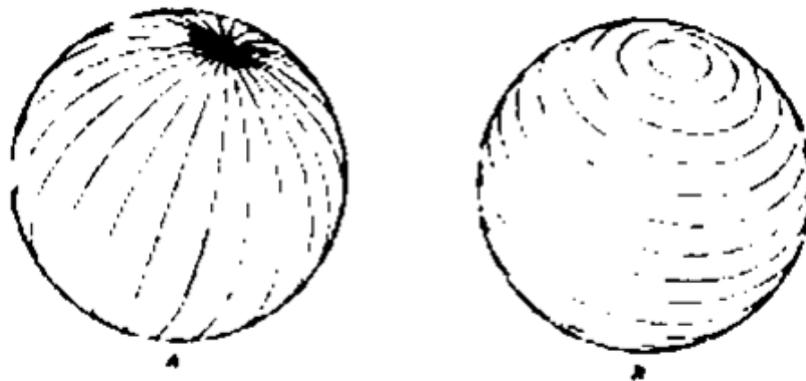


Figura 22: A. Meridianos / B. Paralelos. Fuente: Strahler, 1975

Paralelos

1. El único paralelo que es círculo máximo es la llamada línea ecuatorial o *ecuador*.
2. Los paralelos son círculos menores, paralelos al ecuador y de separación constante.
3. Los paralelos van siempre en dirección Este/Oeste.
4. El número de paralelos que puede trazarse sobre el globo es infinito.

Meridianos

1. Todos los meridianos son semicírculos máximos con arco de 180°.
2. Todos los meridianos tienen dirección Norte/Sur.
3. Los meridianos tienen su máxima separación en el ecuador y convergen en los polos.
4. El número máximo de meridianos que se puede trazar es infinito. Sin embargo, para la representación se utilizan meridianos separados por ángulos convenientes.
5. Los meridianos y paralelos se intersectan formando ángulos rectos, excepto en los polos.

Coordenadas geográficas

Las coordenadas geográficas son una forma de designar un punto sobre la superficie de la Tierra empleando paralelos y meridianos (Figura 23).

La *longitud* se mide sobre un paralelo y se define como el arco de círculo máximo entre el meridiano de Greenwich y el meridiano que pasa por el punto de interés. Se indican de 0° a 180°, positivos (+) al Este de Greenwich o con el sufijo E, y negativo (-) al Oeste o con los sufijos W u O.

La *latitud* se mide sobre un meridiano y se define como el arco de semi-círculo máximo comprendido entre el Ecuador y el paralelo que pasa por el punto. Se discrimina en Latitud Norte y Latitud Sur según el Hemisferio. El Ecuador representa el 0° y los polos, 90°. Los grados se indican negativos (-) al Sur, o con el sufijo S, y positivos (+) al Norte, o con el sufijo N.

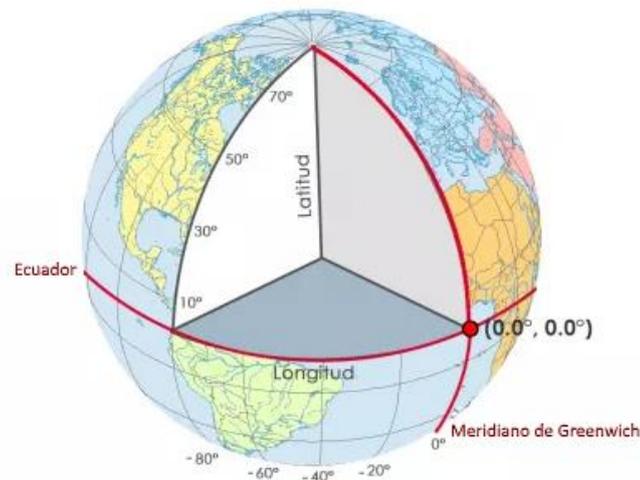


Figura 23: Coordenadas geográficas. Fuente: Internet¹¹.

La Tierra en cifras

- Diámetro de la Tierra en el ecuador: 12.756 km
- Circunferencia de la Tierra en el ecuador: 40.076 km
- Diámetro de la Tierra de uno a otro polo: 12.713,82 km
- Circunferencia de la Tierra en los polos (meridianos): 40.009,152 km
- Longitud de un grado de latitud en el ecuador: 110,576 km
- Longitud de un grado de longitud en el ecuador: 111,307 km
- Superficie de la Tierra: 510.101.000 km²
- Volumen de la Tierra: 1.083.320.000.000 km³
- Peso de la Tierra: 5.977 trillones de toneladas ó 5.977.000.000.000.000.000.000 tn.
- Velocidad de rotación de la Tierra sobre su eje. En el ecuador: 1.620 km/h
- Velocidad de revolución de la Tierra alrededor del Sol: 107 .118 km/h
- Velocidad a la que el Sol arrastra a la Tierra alrededor del centro de la Vía Láctea: 273,58 km/s
- Velocidad a la que la Vía Láctea se traslada en el espacio: más de 270 km/s
- Distancia Tierra/Sol: 149.6 millones de km
- Distancia Tierra/Luna: 384,400 km
- Velocidad de la luz en el vacío: 299.792,5 km/s

¹¹ URL: <https://goo.gl/GkRwKt> - Consulta: 27-11-2018

2 - Elementos de Astronomía

Esfera celeste

Cuando se miran las estrellas en una noche clara se tiene la impresión de que éstas son puntos brillosos que titilan sobre la superficie de una gran esfera de la cual el observador es el centro. Esta aparente esfera, es llamada *bóveda celeste* o *esfera celeste* (Figura 24) y es donde se ven proyectados todos los objetos astronómicos. Posee un radio despreciable con respecto al de la Tierra si a esta se la considera una esfera (6.370 km aprox).



Figura 24: La esfera celeste y su sentido aparente de giro. Fuente: Internet¹²

Geometría

La esfera celeste sirve para el estudio de las posiciones aparentes y movimientos de los cuerpos celestes. Para ello, en su superficie, se fijan las líneas, puntos y planos principales respecto a los cuales se efectúan precisamente las mediciones correspondientes.

La esfera celeste gira en torno a la Tierra, en un movimiento aparente de Este a Oeste, como consecuencia de la rotación real, por lo tanto, ambos movimientos tienen en común un eje, permitiendo deducir que el eje de rotación de la esfera celeste es una prolongación del eje de rotación de la Tierra (también llamado eje del mundo).

En la esfera celeste hay elementos que dependen del observador, llamados *locales*, y otros que no dependen del observador, llamados *absolutos*.

Elementos absolutos

Polos celestes: Puntos generados por la intersección del eje de rotación de la Tierra con la esfera celeste (Figura 25). La proyección de los polos celestes sobre el plano del horizonte da por resultado los polos cardinales (Norte y Sur).

¹² URL: <https://goo.gl/7DsuFq> - Consulta: 27-12-2018

Plano del Ecuador celeste: Plano perpendicular al Eje del mundo que pasa por el centro de la Tierra. Puede considerárselo como una proyección, sobre la esfera celeste, de la línea del Ecuador terrestre. Por consiguiente, la esfera celeste contará con paralelos y meridianos, llamados ahora, *paralelos y medianos celestes*:

- **Paralelos celestes:** Círculos menores paralelos al Ecuador celeste.
- **Meridianos celestes:** Semicírculos máximos que contienen al Eje del Mundo. Nacen en los Polos Celestes.



Figura 25: Elementos de la esfera celeste. Fuente: PARosell

Plano de la Eclíptica: Plano determinado por la órbita que describe la Tierra alrededor del Sol en su movimiento anual. Es oblicua con respecto al Ecuador Celeste y forma un ángulo de $23^{\circ} 26' 30''$ aproximadamente (ángulo llamado Oblicuidad de la Eclíptica - Figura 26). Posee dos elementos fundamentales:

- **Eje eclíptico:** Recta perpendicular a la Eclíptica, que pasa por el centro de la Tierra.
- **Polos eclípticos:** Intersección del Eje de la Eclíptica con la Esfera Celeste. Determina el Polo Norte Eclíptico (π_N) y el Polo Sur Eclíptico (π_S).

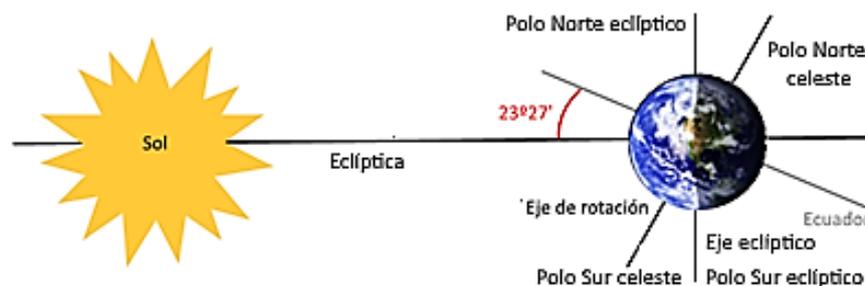


Figura 26: Plano de la eclíptica. Fuente: PARosell

Línea Equinoccial: Es la recta de intersección entre el plano del Ecuador Celeste y el plano de la Eclíptica, la cual, al cortar la Esfera Celeste, da los puntos Equinociales. Estos puntos indican que el centro del Sol se encuentra sobre el Ecuador (Figura 27).

- **Punto vernal o primer punto de Aries (Υ):** Equinoccio de primavera. Cruce del Sol del Hemisferio Sur al Norte. Este día indica el comienzo del otoño para el Hemisferio Sur y primavera para el Hemisferio Norte.
- **Punto hiemal o libra (Ω):** Equinoccio de otoño. Cruce del Sol del Hemisferio Norte al Sur. Este día indica el comienzo de la primavera para el Hemisferio Sur y otoño para el Hemisferio Norte.

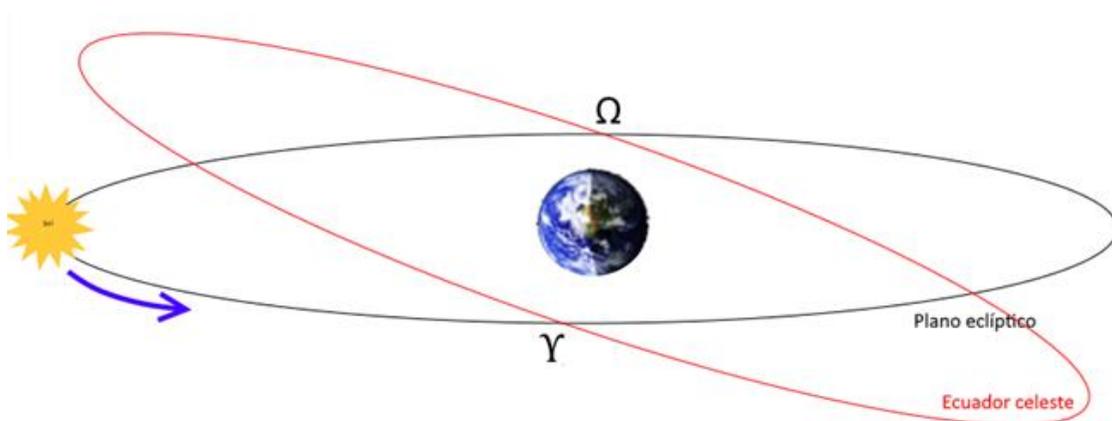


Figura 27: Punto libra y Aries en un movimiento aparente del Sol sobre la Eclíptica. Fuente: PARosell

Elementos locales

Horizonte: Circulo máximo que divide la Tierra del cielo (Figura 28).

- **Aparente:** Plano tangente a la Tierra, divide la bóveda celeste en dos partes: una por arriba de él, donde se encuentra la parte visible (hemisferio visible) de la esfera celeste, y otra donde se halla la parte invisible (hemisferio invisible)
- **Visible:** Plano centrado en el observador. Abarca la zona posible a ser vista.
- **Verdadero (real):** Plano centrado en la Tierra. Paralelo al horizonte aparente.

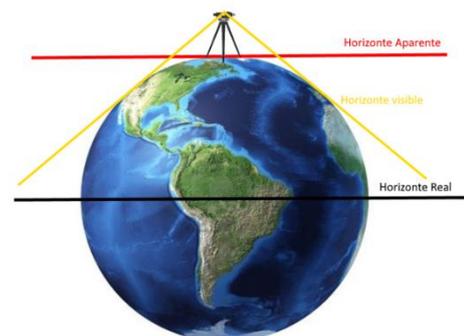


Figura 28: Horizontes

Almicantaradas: Círculos mínimos, paralelos al horizonte aparente, pueden ser considerados como **paralelos del lugar**.

Vertical del lugar: Recta determinada por la acción de la gravedad en el punto de la Tierra donde se encuentra el observador. La vertical del lugar intersecta a la esfera celeste en dos puntos: **Zenit** (o Cenit, cabeza) y **Nadir** (pies) (Figura 29).

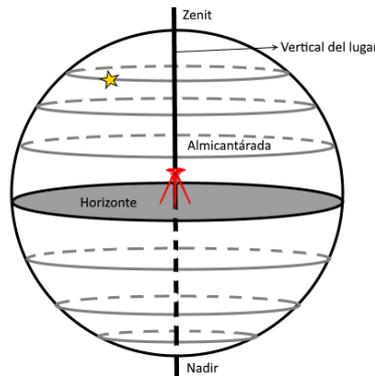


Figura 29: Almicantáras - Vertical del lugar. Fuente: PARosell

Planos verticales: Son planos que contienen la vertical del lugar, perpendiculares al horizonte. Al intersectar la esfera celeste, se generan círculos máximos llamados **meridianos**. Los planos verticales más importantes son:

- **Plano meridiano:** Plano que contiene el Eje del mundo y la vertical del lugar. Intersecta a la esfera celeste generando un círculo máximo llamado **meridiano del lugar**. A su vez, el plano meridiano intersecta el horizonte en una recta, llamada **línea meridiana**, que da el Norte y el Sur cardinal (Figura 30). Se denomina Meridiano superior, al arco del meridiano del lugar que se encuentra por encima del horizonte, y Meridiano inferior, al que se encuentra por debajo.
- **Primer vertical:** Plano vertical perpendicular al plano meridiano. Corta al horizonte en una recta que resulta perpendicular a la línea meridiana y que recibe el nombre de **recta Este-Oeste**.

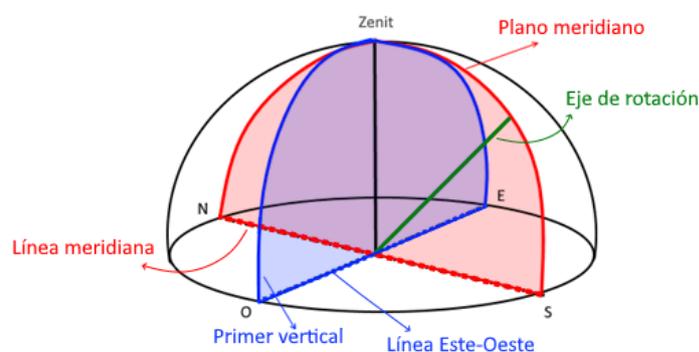


Figura 30: Meridiano del lugar y primer vertical. Fuente: PARosell

Elevación del polo: Relación entre elementos locales y absolutos

Un observador, en cualquier parte del mundo, es afectado por la fuerza de gravedad en una línea de acción que se llamó Vertical del lugar o línea de plomada (Figura 31). Si se traza una recta que representa el ecuador, el ángulo entre él y vertical del lugar, será igual al ángulo que se conoce como latitud. Si ahora se grafica una recta paralela al eje de rotación que pase por el observador, y teniendo en cuenta que el horizonte del lugar es perpendicular a la vertical, aplicando propiedades geométricas y trigonométricas, se puede deducir **que el ángulo de elevación del polo es igual a la latitud del lugar de observación**. La importancia de esta premisa radica en que es uno de los elementos más importantes para la orientación astronómica por ser el nexo entre elementos locales y absolutos.

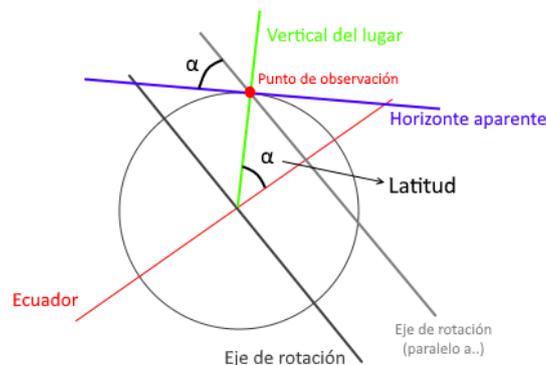


Figura 31: Elementos locales y absolutos de la esfera celeste. Fuente: PARosell

Astros

De día, el cielo despejado es de color azul claro y en él se observa el astro celeste más brillante: el Sol. A veces, simultáneamente con el Sol, se puede observar la Luna y, muy raramente, algunos otros cuerpos celestes como los planetas. En una noche despejada, en el cielo oscuro, son visibles las estrellas, la Luna, planetas, nebulosas y, a veces, los cometas y otros cuerpos naturales y artificiales. La primera impresión de la observación del firmamento es la infinidad de estrellas y el desorden de la disposición de ellas. En realidad, la cantidad de estrellas que se ven a simple vista no es muy grande: solamente unas 6 mil en todo el cielo y sobre la esfera celeste se pueden distinguir diferentes clases de astros.

Clasificación por movimientos aparentes

Fijos

La disposición mutua de las estrellas en el cielo varía extraordinariamente despacio. Sin mediciones exactas, durante el transcurso de muchos centenares de años (y de muchos miles

de años para la inmensa mayoría de las estrellas), no se pueden revelar variaciones visibles en la disposición de las estrellas en el cielo. Esta última circunstancia permite orientarse fácilmente entre miles de estrellas, a pesar de que la disposición de ellas parezca ser caótica. El motivo de la conservación de la posición relativa observada entre las estrellas no puede ser otro que las enormes distancias presentes en el Universo dado que existe un movimiento relativo a gran velocidad (la Tierra rota en torno al Sol a una velocidad de 30 km/s y éste, junto a su sistema, se traslada rotando en torno al centro de la Vía Láctea a 220 km/s). Sólo las 130 estrellas más brillantes tienen nombre propio. Estos nombres les fueron otorgados por los griegos (por ej, Capela), romanos (Castor, Polux, Sirio) y por los árabes (Betelgeuse, Vega, Aldebaran).

La clasificación de las estrellas se inició por comparación relativa del brillo aparente entre ellas. Con el fin de orientarse en el cielo, las estrellas brillantes fueron unificadas en grupos denominados *constelaciones* (Figura 32). Los griegos dieron nombre a 48 constelaciones, principalmente las observables desde el Mediterráneo. Los nombres eran de animales (Osa Mayor, León, Dragón), de héroes de la mitología griega (Casiopea, Andrómeda, Perseo), o simplemente de objetos que recordaban las figuras que formaban los grupos de estrellas más brillantes (Balanza). En el siglo XVIII se dan nombres a constelaciones del hemisferio sur: Telescopio, Escuadra, Octante, Brújula y Retícula. En global, hemisferio norte y sur, hay 88 constelaciones.

Desde el siglo XVII las estrellas de cada constelación se empezaron a designar con las letras del alfabeto griego. El orden corresponde al decreciente en brillo: la α de Can Mayor es Sirio (estrella más brillante de la constelación), la α del Cochero es Capela, la α de Lira es Vega, la α de Orión es Betelgeuse, la β de Orión es Rigel, la β de Perseo es Algol, etc. Estos nombres y designaciones de las estrellas se emplean también en la actualidad. Algo después se introdujo la designación numérica, que ahora se emplea fundamentalmente para las estrellas débiles.



Figura 32: Constelaciones. Fuente: Stellarium

Errantes

Ya en tiempos remotos, se advirtieron cinco astros que exteriormente se parecían mucho a las estrellas pero que se distinguían de éstas por el hecho de que no conservan una misma posición en las constelaciones, “errando” por ellas igual que el Sol y la Luna. Estos cuerpos fueron denominados planetas, que significa “astros errantes”. Los antiguos romanos dieron a los planetas los nombres de sus dioses: Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno. En los siglos XVIII-XX se descubrieron tres planetas más: Urano (1781), Neptuno (1846) y Plutón (1930).

Clasificación según posición

Astros circumpolares

Desde cualquier punto de la Tierra, exceptuando los puntos en el Ecuador terrestre, se pueden observar astros que permanecen siempre sobre el horizonte, así como es imposible ver otros desde un mismo lugar. Los astros que permanecen siempre sobre el horizonte se los llama circumpolares (Figura 33).



Figura 33: Astros circumpolares. Fuente: Internet¹³

Astros que salen y se ocultan

Los astros que no son circumpolares, es decir, permanecen sólo una parte del tiempo sobre el horizonte, se les llama astros que salen y se ocultan. El arco que recorren estos astros en el cielo depende de la posición del observador.

Magnitudes

Los astros pueden observarse con distinto brillo. Esto se debe a su tamaño, distancia, composición, temperatura, entre otras variables. El brillo de cada astro se conoce como *magnitud* y se encuentran establecidas escalas que permiten categorizarla. Esta escala tiene sus orígenes en la práctica de la Grecia antigua de clasificar las estrellas en 6 magnitudes, desde la primera hasta la sexta magnitud. A las estrellas más brillantes se las clasificaba como de primera magnitud ($m=+1$) y a medida que a simple vista disminuían su brillo se clasificaban de segunda, tercera, cuarta, quinta y finalmente, de sexta magnitud ($m=+6$) a aquellas estrellas apenas perceptibles por el ojo humano en condiciones muy favorables de observación, sin ayuda de ningún telescopio. Sin embargo, este sistema no medía la magnitud del Sol y se realizó una nueva que sí lo contemple. Debido al hecho de que la respuesta del ojo humano a la luz es logarítmica la escala que resulta es también logarítmica. Se establece que cada magnitud aparente es 2,512 veces menos brillante que la anterior, de esta manera las estrellas de segunda magnitud son 2,512 veces menos brillantes que las de primera, las de tercera magnitud son 2,512 veces menos brillantes que las de segunda y así sucesivamente hasta llegar a las de sexta magnitud, que entonces serían 100 veces menos brillantes que las

¹³ URL: <http://misistemasolar.com/constelaciones-circumpolares/> - Consulta: 17/07/2018

de primera magnitud. A este número irracional (2,512) se le conoce como cociente de Pogson.

El sistema moderno no está limitado a 6 magnitudes y los objetos más brillantes pueden tener magnitudes negativas. Por ejemplo, Sirio, la estrella más brillante, tiene una magnitud aparente de -1,47. La escala moderna incluye a la Luna y al Sol; la Luna en su fase de luna llena tiene una magnitud aparente de -12,6 y el Sol tiene una magnitud aparente de -26,7.

| Magnitud aparente | Objeto celeste | Magnitud aparente | Objeto celeste |
|-------------------|----------------|-------------------|---------------------------------------|
| -26.8 | Sol | -1.5 | Sirio |
| -12.6 | Luna llena | -0.7 | Canopus |
| -4.4 | Venus | -0.24 | Saturno |
| -2.9 | Júpiter | +3 | Estrellas visibles desde ciudades |
| -2.8 | Marte | +6 | Estrellas menos brillantes percibidas |
| -1.9 | Mercurio | +12.6 | Quasar más brillante |

Movimientos de la esfera celeste

Movimiento diurno

Si se observa el cielo estelar en una noche serena durante varias horas no es difícil advertir que la bóveda celeste gira levemente en su conjunto, con todos los astros que en ella se encuentran, alrededor de cierto eje imaginario que pasa a través del lugar de observación. Este movimiento de la bóveda celeste se denomina movimiento diurno y la vuelta completa se efectúa en un día. Como resultado del movimiento diario las estrellas y otros cuerpos celestes cambian continuamente su posición respecto a los lados del horizonte. La causa del movimiento diurno es la rotación terrestre. El movimiento **aparente** de rotación de la esfera celeste sobre su eje se da de Este a Oeste.

Movimiento anual

El Sol y la Luna, al igual que las estrellas, salen en el lado oriental (Este) del horizonte, ascienden y se ponen en el lado occidental (Oeste), pero, al observar la salida y la puesta de estos astros, se puede notar que en los distintos días del año salen, a diferencia de las estrellas, en diferentes puntos del lado oriental del horizonte y se ponen también en diferentes puntos del lado occidental. Así, a principios del verano, el Sol sale en el sudeste y se pone en

el sudoeste. Cada día el Sol, al mediodía, asciende sobre el horizonte más y más, el día se hace más largo y la noche más corta. Pero cada día los puntos de su salida y puesta se desplazan hacia el lado boreal (Norte) del horizonte, y como consecuencia, la cantidad de horas de luz son menores a las de noche. A comienzos del invierno, los puntos de salida y puesta del Sol, de orto y ocaso, comienzan a desplazarse en dirección contraria, desde el lado boreal del horizonte hacia el lado austral (Sur). El periodo es anual y está relacionado con la inclinación de la órbita de traslación de la Tierra alrededor del Sol con respecto al plano ecuatorial.



Figura 34: Diferencia en la puesta del Sol. Se aprecia el desplazamiento del Sol del sur en verano (izquierda) al norte en invierno (derecha). Fuente: Elaboración propia en base a Stellarium para el año 2020.

Leyes del movimiento

1. Al cabo de un día sidéreo, todas las estrellas se desplazan de Este a Oeste, describiendo un paralelo celeste. La Luna no se ajusta a esta ley, mientras que el Sol y los planetas sólo parcialmente.
2. La velocidad angular del movimiento diurno es constante e igual a 15° por hora sidérea.
3. Las velocidades lineales de los astros son diferentes por ser diferente el arco que recorren para un mismo ángulo. En el Ecuador se desplazan más rápido que en las cercanías a los polos.

3 - Sistemas de coordenadas astronómicas

Introducción

La posición sobre la Tierra es un concepto que ha ido evolucionando a lo largo de la historia. La necesidad del hombre primitivo por regresar a un sitio que había ocupado, poder indicarle a otros donde habían ocurrido determinados hechos, etc, son situaciones que motivaron el nacimiento del concepto de posición y sistemas de referencia. Para recoger los restos de una presa que había costado mucho conseguir y que rápidamente podía perderse, los antiguos antepasados tuvieron que indicar a sus compañeros como llegar al lugar de interés. Puede imaginarse que lo hicieron así: a partir del árbol A en dirección al Cerro B por el sendero que sube al mismo cerro, tomar el sendero a la izquierda 30 pasos. Al costado derecho del sendero cerca de un arbusto están los restos de la presa. En estas indicaciones está implícita la noción de posición (desplazamientos limitados entre marcas, Árbol A y sendero, y unidades de medida, 30 pasos) y sistema de referencia (Árbol A, Cerro B, sendero).

Estos conceptos necesariamente vinculados entre sí, evolucionaron fundamentalmente por las necesidades de los primeros navegantes de nuestros mares, para los cuales se tornaba imposible conseguir referencias como las anteriores en la medida que se alejaban de las costas. El Sol durante el día y las estrellas en las noches eran las únicas señales que los podían orientar. Fue precisamente la Astronomía la que planteó las primeras soluciones al concepto de posición. Surgió así la definición de Coordenadas Naturales: Latitud y Longitud Astronómica. De esta manera los navegantes podían saber en el medio del océano más basto su posición y rumbo observando las estrellas. Luego, a partir de un modelo elemental de planeta (esférico, y más tarde elipsoidal) podía conocerse la distancia a otras costas o poblaciones.



Sistemas de coordenadas astronómicas

La Astronomía de Posición es la ciencia que estudia la posición y movimiento de los cuerpos materiales del universo en el espacio y en el tiempo, mediante medidas efectuadas en observaciones astronómicas. La posición de un cuerpo en el espacio se establece mediante una relación espacial respecto a un sistema de referencia determinado. Por ello es una posición relativa que depende de la elección del sistema de referencia. Se puede, pues, definir la posición de un cuerpo en el espacio como el lugar geométrico que ocupa con respecto a un sistema de referencia elegido en ese espacio.

El movimiento de los cuerpos materiales del universo se define como el cambio de posición que experimentan con respecto al tiempo. El movimiento se determina respecto a un sistema de referencia espacio-temporal, es decir, además de referir las posiciones del cuerpo en movimiento respecto a un sistema de referencia espacial, será necesario establecer un sistema de referencia temporal que permita correlacionar, mediante una escala de tiempo establecida a priori en este sistema, las posiciones sucesivas que el cuerpo va ocupando.

Así pues, el problema básico de la Astronomía de Posición consiste en la elección adecuada de sistemas de referencia para determinar la posición y el movimiento de los cuerpos del universo. De esta elección dependerán los principios y métodos que se utilizarán en las observaciones astronómicas, que constituyen el fundamento empírico de la Astronomía.

Los cuerpos materiales están dotados de movimiento en el espacio y tiempo absolutos, pues el espacio y tiempo definidos en aquéllos proporcionan sistemas de referencia absolutamente fijos. No obstante, el espacio y el tiempo absolutos son inaccesibles a la experimentación directa, por lo que los posibles sistemas de referencia que se puedan materializar serán siempre relativos, aunque se perseguirá que dicho sistema relativo sea inercial, esto es, dotado de movimiento uniforme en donde se cumplen las leyes de la mecánica newtoniana y el postulado de relatividad.

Los elementos de la esfera celeste posibilitan la definición y establecimiento de los diferentes sistemas de coordenadas astronómicas. Para determinar la posición de un punto sobre la esfera celeste será necesario fijar un **origen**, un **círculo máximo fundamental**, un **punto** arbitrario de este círculo fundamental y un **sentido de medida** de ángulos, de forma que la elección de estos elementos de la esfera celeste dará lugar a los diferentes sistemas de coordenadas que se utilizan en Astronomía.

Como origen del sistema de referencia se puede elegir entre el lugar de observación, el centro de masas de la Tierra o geocentro y, para algunos propósitos específicos, el centro dinámico

del Sistema Solar. Los círculos máximos susceptibles de ser elegidos como círculo fundamental son el **horizonte** y el **ecuador celeste** y la **eclíptica**. El punto **Sur cardinal**, el **Medio cielo superior** (intersección de paralelos celestes con el meridiano del lugar) y el punto **Aries** son los puntos que en los diferentes sistemas de coordenadas pueden ser elegidos como puntos fundamentales y finalmente, los sentidos de medidas angulares serán: el **sentido retrógrado** y el **sentido directo**.

Entonces, un sistema de coordenadas celestes queda definido por:

1. Un punto arbitrario que se toma como centro de la esfera celeste y se denomina **origen de coordenadas**.
2. Un **plano fundamental** que pasa por el centro de la esfera celeste y cuya intersección con la misma determina el círculo máximo fundamental. El eje fundamental, o perpendicular a este círculo que pasa por el origen, determina los polos de la misma, que a su vez posibilitan la definición de los círculos máximos secundarios.
3. Un punto arbitrario del círculo máximo fundamental y que se denomina **punto fundamental** del sistema.
4. Un **sentido** de medida de ángulos.
 - a. Directo: SONE (Sur-Oeste-Norte-Este) o sentido de rotación de la Tierra (O a E, pasando por el meridiano del lugar)
 - b. Retrógrado: NOSE (Norte-Oeste-Sur-Este) o sentido de rotación aparente de los astros (E a O, pasando por el meridiano del lugar)

Estos entes fundamentales de la geometría se eligen según se tome por referencia la posición del observador (sistemas locales) o sean independientes de él (sistemas absolutos). Otros elementos geométricos que se pueden tomar para definir sistemas de coordenadas astronómicas son: Ejes (del mundo, eclíptico y vertical del lugar), polos positivos (Zenit, Polo Norte celeste o Polo Norte eclíptico) y semi-círculos que pasen por el astro (Vertical del astro, meridiano celeste o meridiano eclíptico)

Sistemas de coordenadas locales

Son aquellos que toman por referencia la posición del observador. En este sistema se encuentran las coordenadas horizontales (o acimutales) y las coordenadas ecuatoriales horarias.

Distancia Polar o co-declinación (Δ): es el complemento de la declinación y suele usarse en su lugar en casos de declinaciones próximas a los 90° . Se mide desde un polo y se calcula como $90^\circ - |\delta|$, y se indica con el signo que le corresponda a δ .

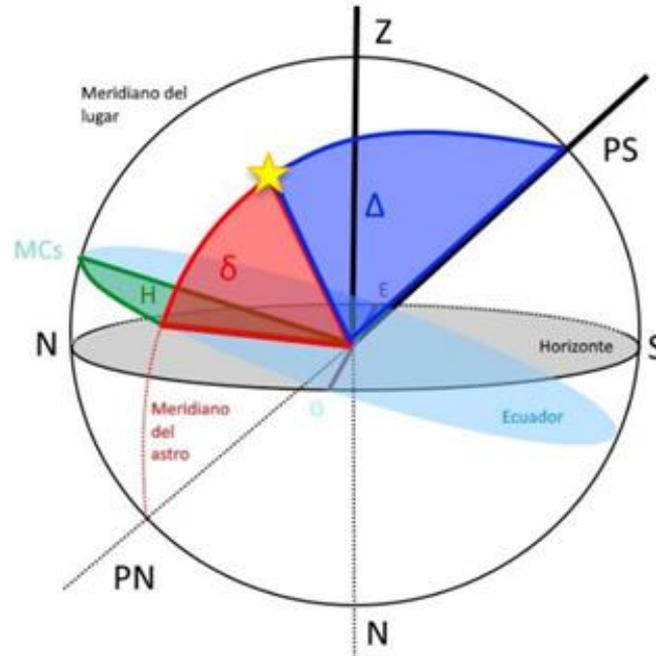


Figura 36: Coordenadas ecuatoriales horarias.

Sistemas de coordenadas absolutos

Son aquellos que toman por referencia la posición de la Tierra, por lo tanto, son sistemas factibles a ser utilizados en cualquier parte del mundo. En este sistema se encuentran las coordenadas ecuatoriales celestes (o absolutas) y eclípticas.

Coordenadas ecuatoriales celestes o absolutas

Formadas por (Figura 37):

Ascensión Recta (α o AR): Es el arco formado entre el Meridiano del Punto Aries y el Meridiano del Astro. Se mide a partir del Punto Aries (Υ), de 0 a 24 horas, en sentido directo.

Declinación (δ): Es la misma coordenada definida en el sistema Ecuatorial Horario (o local). Es decir, es el ángulo formado por el paralelo celeste que pasa por el astro y el plano del Ecuador Celeste. Se mide a partir del Ecuador Celeste y sobre un meridiano celeste, varía de 0° a 90° , positiva hacia el Polo Norte Celeste y negativa hacia el Polo Sur Celeste.

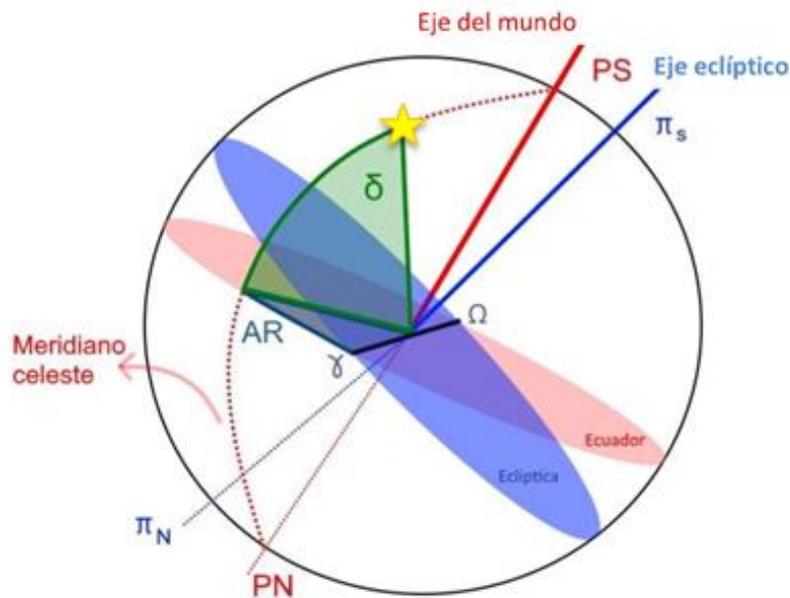


Figura 37: Coordenadas ecuatoriales celestes o absolutas

Coordenadas eclípticas

Conformadas por (Figura 38):

Longitud Celeste o Eclíptica (L): es el arco que forma el meridiano eclíptico de Aries con el meridiano eclíptico del astro. Se mide en sentido directo de 0° a 360° a partir de Aries.

Latitud Celeste o Eclíptica (I): es el arco formado entre el plano de la eclíptica y el paralelo eclíptico del astro, medido sobre un meridiano eclíptico. Varía de 0° a 90°, positiva hacia el Polo Norte Eclíptico y negativo hacia el Polo Sur Eclíptico.

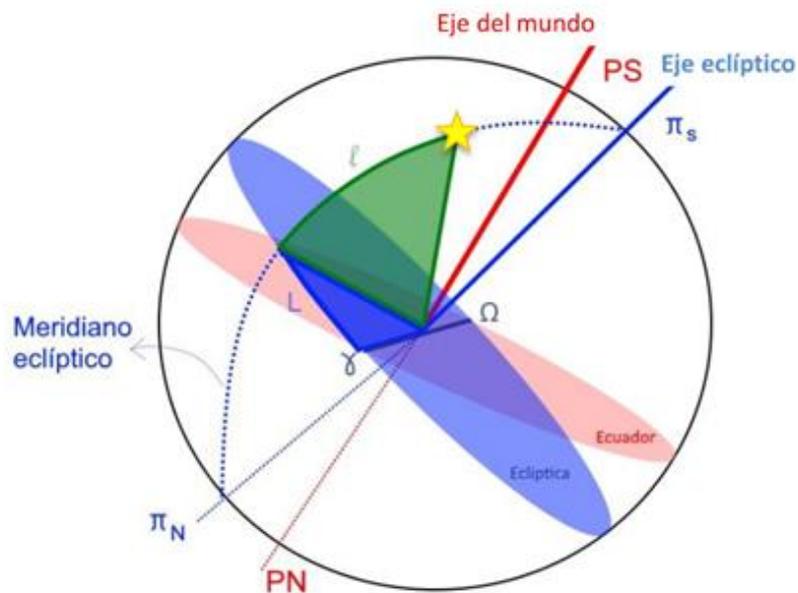


Figura 38: Coordenadas eclípticas

| | Horizontales o Acimutales | Ecuatoriales horarias | Ecuatoriales celestes | Eclípticas |
|---------------------------|---------------------------|--------------------------|--------------------------|------------------------------|
| Plano fundamental | Horizonte celeste | Ecuador celeste | Ecuador celeste | Plano de la eclíptica |
| Eje principal | Vertical del lugar | Eje de la esfera celeste | Eje de la esfera celeste | Eje eclíptico |
| Polo positivo | Zenit | Polo norte celeste | Polo norte celeste | Polo norte de la eclíptica |
| Planos secundarios | Meridiano del lugar | Meridiano del lugar | Meridiano de Aries | Meridiano eclíptico de Aries |
| Origen (0°) | Sur cardinal | Medio cielo superior | Aries | Aries |
| Sentido | Az: Directo | H: Retrógrado | AR: Directo | AR: Directo |

Aplicación de los sistemas de coordenadas

De lo dicho hasta ahora, se puede resumir los cuatro sistemas de coordenadas de la siguiente manera:

- El *sistema de coordenadas horizontales* se utiliza para determinaciones directas de las posiciones aparentes de los astros con ayuda de instrumentos.
- El *sistema de coordenadas ecuatoriales horarias* se emplea principalmente durante la determinación del tiempo exacto, que es uno de los problemas fundamentales de la astronomía práctica.
- El *sistema de coordenadas ecuatoriales absolutas* es el principal en la solución de problemas de la astronomía fundamental. En este sistema se elaboran los catálogos estelares y los mapas estelares.
- El *sistema de coordenadas eclípticas*, fundamentalmente, se utiliza en mecánica celeste al determinar las órbitas de los cuerpos celestes.

Para relacionar los distintos sistemas de coordenadas, será necesario abordar procedimientos propios de la trigonometría esférica.

Trigonometría esférica

Si sobre la superficie de una esfera se marcan tres puntos, y a su vez estos están unidos por arcos de círculos máximos menores a 180°, se habrá formado un *triángulo esférico*. En la Figura 39 los puntos A y B están unidos por un arco de círculo máximo llamado *c*, los puntos A y C, unidos por un arco de círculo máximo llamado *b* y los puntos C y B, por otro arco de círculo máximo llamado *a*.

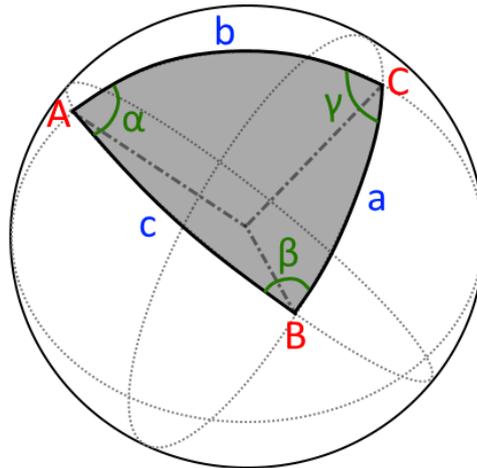


Figura 39: Triángulo esférico. Fuente: PARosell

Los lados de un triángulo esférico, siendo arcos, son expresados normalmente en unidades angulares, grados o radianes. Si se desea conocer la dimensión lineal de un lado, será necesario saber el radio de la esfera correspondiente al triángulo. Siendo R el radio de la esfera, entonces la longitud de los arcos puede calcularse como

$$AB = R \cdot \text{ángulo } AOB$$

Triángulo de posición

Se denomina así al triángulo esférico de la esfera celeste relativo a la posición de un astro en un instante determinado. Sus vértices son: zenit, uno polo y el astro (Figura 40). Aunque la observación se realice desde el Hemisferio Sur, puede tomarse como vértice el Polo Norte Celeste, siempre que se respete la conversión de signos para la Latitud y la declinación.

Sus lados:

- Distancia cenital (z)
- Colatitud ($90^\circ - \varphi$)
- Codeclinación ($90 - \delta$)

Sus ángulos:

- Ángulo horario (H/t)
- Suplemento del Azimut ($180^\circ - A$)
- Ángulo paraláctico (p)

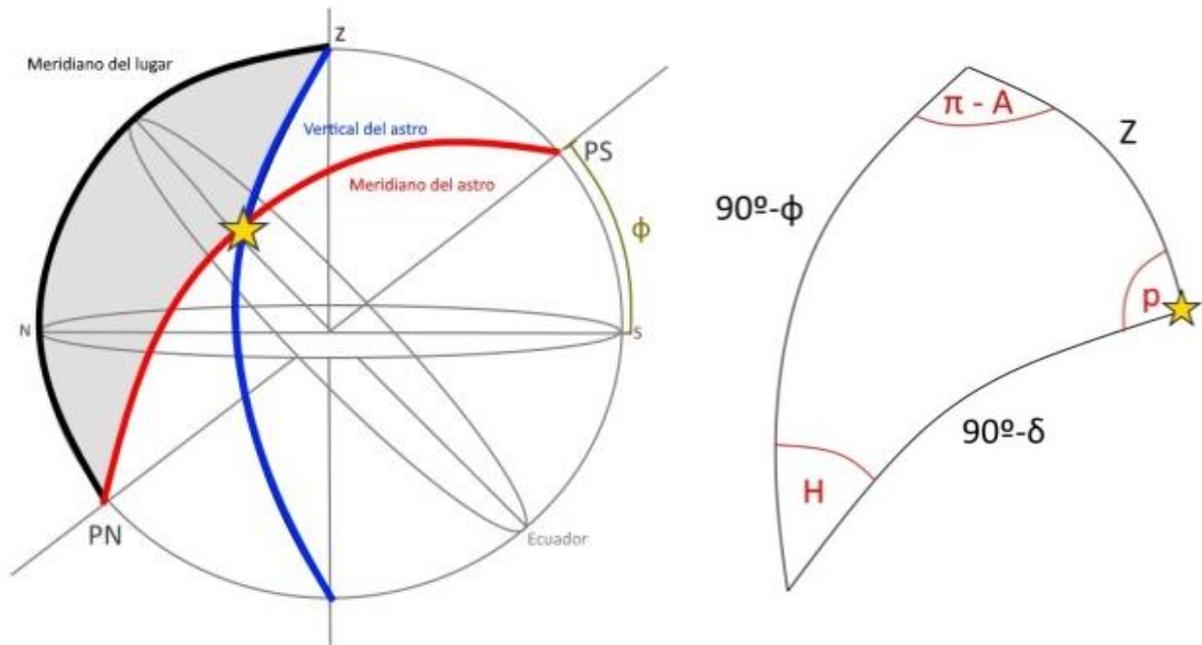
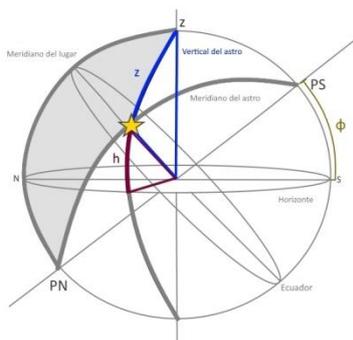
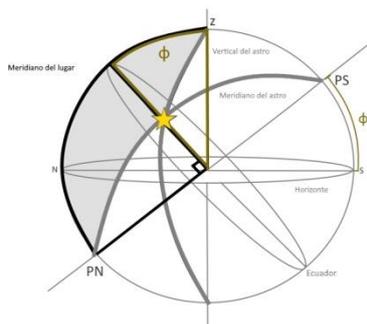


Figura 40: Triángulo de posición

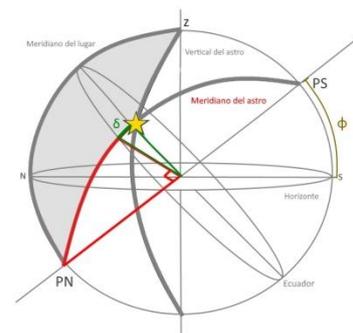
Lados



Distancia cenital (z)

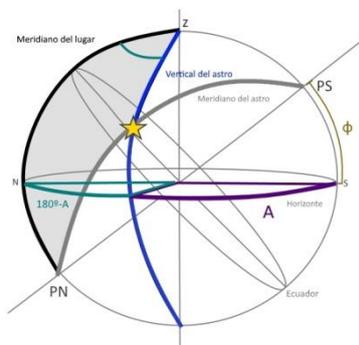


Colatitud ($90^\circ - \varphi$)

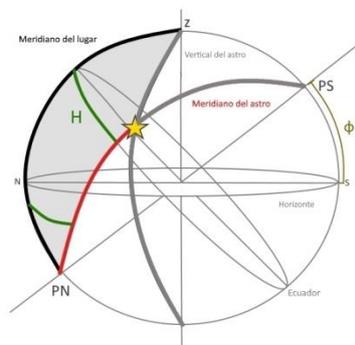


Codeclinación ($90 - \delta$)

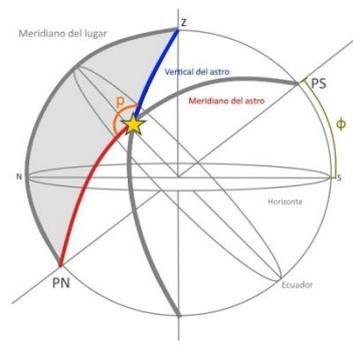
Ángulos



Suplemento del Azimut
($\pi - A$)



Ángulo horario (H)



Ángulo paraláctico (p)

Transformación de coordenadas

Aplicando las fórmulas de trigonometría esférica al triángulo de posición (Ver Anexos) se logrará pasar de un sistema de coordenadas a otro, según los datos y las incógnitas.

De ecuatoriales horarias a horizontales

$$\text{Datos } \begin{cases} H \\ \delta \\ \varphi \end{cases} \qquad \text{Incógnitas } \begin{cases} A \\ z \end{cases}$$

Azimut

Teorema del seno

$$\sin z \sin(180 - A) = \sin(90 - \delta) \sin H$$

$$\sin z \sin A = \cos \delta \sin H \quad (1)$$

Teorema de los 5 elementos

$$\sin z \cos(180 - A) = \sin(90 - \varphi) \cos(90 - \delta) - \cos(90 - \varphi) \sin(90 - \delta) \cos H$$

$$\sin z (-\cos A) = \cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \cos H$$

$$\sin z \cos A = -\cos \varphi \sin \delta + \sin \varphi \cos \delta \cos H \quad (2)$$

Divido 1 con 2

$$\tan A = \frac{\cos \delta \sin H}{\sin \varphi \cos \delta \cos H - \cos \varphi \sin \delta}$$

$$\tan A = \frac{\sin H}{\sin \varphi \cos H - \cos \varphi \tan \delta}$$

$\tan Az > 0$ y $0^\circ < H < 180^\circ$ (astro al O) $\rightarrow Az \in 1^{er}$ cuadrante ($Az_v = Az_{Calc}$)

$\tan Az > 0$ y $180^\circ < H < 360^\circ$ (astro al E) $\rightarrow Az \in 3^{er}$ cuadrante ($Az_v = Az_{Calc} + 180^\circ$)

$\tan Az < 0$ y $0^\circ < H < 180^\circ$ (astro al O) $\rightarrow Az \in 2^{do}$ cuadrante ($Az_v = Az_{Calc} + 180^\circ$)

$\tan Az < 0$ y $180^\circ < H < 360^\circ$ (astro al E) $\rightarrow Az \in 4^{to}$ cuadrante ($Az_v = Az_{Calc} + 360^\circ$)

Distancia cenital

Teorema del coseno

$$\cos z = \cos(90 - \varphi) \cos(90 - \delta) + \sin(90 - \varphi) \sin(90 - \delta) \cos H$$

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H$$

De horizontales a ecuatoriales horarias

$$\text{Datos } \begin{cases} A \\ z \\ \varphi \end{cases}$$

$$\text{Incógnitas } \begin{cases} H \\ \delta \end{cases}$$

Ángulo horario**Teorema del seno**

$$\begin{aligned} \sin(90 - \delta) \sin H &= \sin z \sin(180 - A) \\ \cos \delta \sin H &= \sin z \sin A \quad (1) \end{aligned}$$

Teorema de los 5 elementos

$$\begin{aligned} \sin(90 - \delta) \cos H &= \sin(90 - \varphi) \cos z - \cos(90 - \varphi) \sin z \cos(180 - A) \\ \cos \delta \cos H &= \cos \varphi \cos z + \sin \varphi \sin z \cos A \quad (2) \end{aligned}$$

Divido 1 con 2

$$\tan H = \frac{\sin A \sin z}{\cos \varphi \cos z + \sin \varphi \sin z \cos A}$$

$$\tan H = \frac{\sin A}{\cos \varphi \cot z + \sin \varphi \cos A}$$

$\tan H > 0$ y $0^\circ < Az < 180^\circ$ (astro al O) $\rightarrow H \in 1^{er}$ cuadrante ($H_v = H_{Calc}$)

$\tan H > 0$ y $180^\circ < Az < 360^\circ$ (astro al E) $\rightarrow H \in 3^{er}$ cuadrante ($H_v = H_{Calc} + 180^\circ$)

$\tan H < 0$ y $0^\circ < Az < 180^\circ$ (astro al O) $\rightarrow H \in 2^{do}$ cuadrante ($H_v = H_{Calc} + 180^\circ$)

$\tan H < 0$ y $180^\circ < Az < 360^\circ$ (astro al E) $\rightarrow H \in 4^{to}$ cuadrante ($H_v = H_{Calc} + 360^\circ$)

Declinación**Teorema del coseno**

$$\cos(90 - \delta) = \cos z \cos(90 - \varphi) + \sin z \sin(90 - \varphi) \cos(180 - A)$$

$$\sin \delta = \cos z \sin \varphi - \sin z \cos \varphi \cos A$$

4 - Variación de coordenadas

Hasta ahora, se ha considerado a los astros como elementos fijos cuyo movimiento relativo varía sólo a causa de la rotación y que los sistemas de coordenadas son constantes en el tiempo. Una gran serie de observaciones pone en evidencia que existen pequeños movimientos de distinto origen que afectan la posición de los astros, en conjunto. Para poder estudiar cada movimiento, será necesario considerarlo como único. Según el efecto que causan, estos fenómenos se pueden clasificar en:

- Físicos: Afectan la dirección de los objetos celestes
- Geométricos: Afectan a uno o varios elementos fundamentales del sistema de coordenadas considerado.

Efectos físicos

Refracción

La atmósfera que rodea la Tierra es un medio transparente de densidad y temperatura variable, crecientes a medida que disminuye la altura con respecto a la superficie. Esto tiene por consecuencia cambios continuos en la dirección de los rayos de luz que la atraviesan, los cuales provienen de objetos que se hallan dentro o fuera de ella. Este fenómeno está regido por la “Ley de Snell”, en la cual se expresa que, dados dos medios de distinta densidad, con índices de refracción n_1 y n_2 , todo rayo que incide sobre la superficie de separación entre ambos se refracta siguiendo la relación:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

donde θ_1 y θ_2 son los ángulos de incidencia y refracción con respecto a la normal de la superficie que separa los dos medios, y n_1 y n_2 , los índices de refracción de cada medio, el cual viene dado por

$$n_i = \frac{\text{velocidad de la luz en el vacío}}{\text{velocidad de la luz en el medio}} = \frac{c}{v}$$

Así, un rayo de luz que atraviesa la atmósfera en dirección a la superficie terrestre sufre una serie de refracciones (Figura 41), describiendo en su trayectoria una curva con concavidad hacia el suelo. Como la densidad de la atmósfera depende de la altura y de las condiciones climáticas del momento, se considera que la atmósfera está formada por varias capas curvas,

finas y concéntricas a la Tierra, con características uniformes. Más allá de los 60 km, puede considerarse un índice de refracción igual a 1.

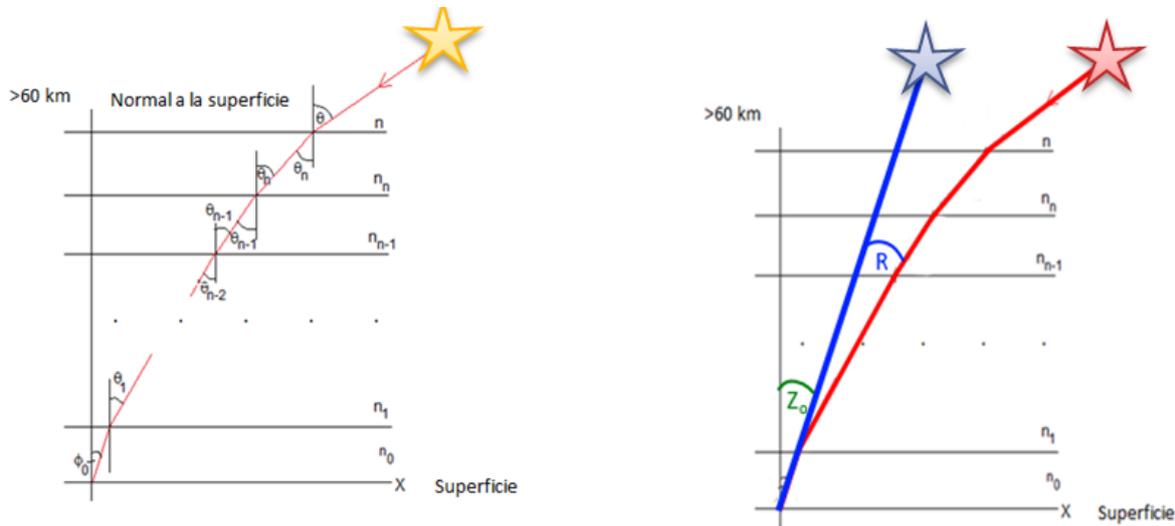


Figura 41: Refracción astronómica. Astro rojo: Posición real. Astro azul: Posición aparente. \$Z_0\$= Distancia cenital observada. \$R\$: ángulo de refracción. Fuente: PARosell

Tomando en cuenta cada capa de la atmósfera se tiene que:

$$\begin{aligned}
 1 \sin \theta &= n_n \sin \theta_n \\
 n_n \sin \theta_n &= n_{n-1} \sin \theta_{n-1} \\
 &\dots \\
 n_2 \sin \theta_2 &= n_1 \sin \theta_1 \\
 n_1 \sin \theta_1 &= n_0 \sin \theta_0
 \end{aligned}$$

De donde se deduce que

$$\sin \theta = n_0 \sin \theta_0 \quad (1)$$

Por otro lado, se establece que el ángulo de refracción es la diferencia entre el ángulo real (rayo de luz emitida por el objeto) y en ángulo con el que llega al observador (incidencia):

$$R = \theta - \theta_0$$

Reemplazando en 1:

$$\sin(R + \theta_0) = n_0 \sin \theta_0$$

Desarrollando:

$$\sin R \cos \theta_0 + \sin \theta_0 \cos R = n_0 \sin \theta_0$$

Como \$R\$ es un ángulo muy pequeño, aplicando propiedades trigonométricas, se puede decir que:

$$\sin R \cong R$$

$$\cos R \cong 1$$

Reemplazando:

$$R \cos \theta_0 + \sin \theta_0 = n_0 \sin \theta_0$$

Despejo R:

$$R = \frac{n_0 \sin \theta_0 - \sin \theta_0}{\cos \theta_0}$$

$$R = \frac{\sin \theta_0 (n_0 - 1)}{\cos \theta_0}$$

$$\mathbf{R = (n_0 - 1) \tan \theta_0}$$

En condiciones normales de presión y temperatura (CNTP = 760 mm Hg y 0°C) al nivel del mar y a 45° de latitud, el valor de $n_0 = 1.000292$, por lo que R se pasará a llamar Refracción media (R_0) y tendrá un valor (en segundos de arco) de:

$$R_0 = 206265''(1.000292 - 1) \tan \theta_0$$

$$R_0'' = 60.15'' \tan \theta_0 \quad (1)$$

Fórmula que para $z < 30^\circ$ arroja valores con una exactitud de 0.1". Pero, para otras presiones (p) y temperaturas (T), el ángulo de refracción deberá ser corregido por las desviaciones de la temperatura y la presión:

$$R = R_0 \cdot C_t \cdot C_p$$

Dónde:

$$C_t = \frac{273}{273 + t} = 1 + \alpha A$$

$$C_p = \frac{p}{760} = 1 + \beta B$$

Reemplazando:

$$\mathbf{R = R_0(1 + \alpha A)(1 + \beta B)}$$

De esta manera, si se conoce el ángulo θ_0 con el que un objeto del espacio fue observado, así como la presión y temperatura del momento, se puede determinar el valor de refracción provocado por la presencia de la atmósfera. Analizando la fórmula (1) se deduce que la refracción es proporcional a la distancia cenital (ángulo de observación) por lo tanto, esta aumentará a medida que el objeto se acerca al horizonte, siendo máxima en esta posición en particular. Por esta razón, las tareas de posicionamiento astronómico se limitan a distancias cenitales menores a 60°, y, en el caso de observaciones de precisión, a 45°. El efecto

producido cuando la refracción es máxima provoca que el Sol y la Luna se vean “aplanados” cuando salen y se ocultan (Figura 42).



Figura 42: Sol “aplanado” por efecto de la refracción. Fuente: PARosell

Aberración de la luz

La aberración de la luz es el fenómeno producido por el movimiento relativo del observador con respecto al astro causando un cambio aparente en su dirección. Una de las diferencias entre la aberración, la precesión y la nutación radica en que éstos últimos fenómenos se deben esencialmente a un desplazamiento del sistema de referencia al cual se refieren las coordenadas del astro, mientras que la aberración está causada por las distintas velocidades de que están dotados el observador u origen del sistema y la luz que procede del astro.

En 1675, Roemer, realizando observaciones de los eclipses de los satélites galileanos de Júpiter, demuestra que la velocidad de la luz es finita y la cuantifica en 299.792,5 km/s. Este hecho supone que en realidad se observan estrellas cuya luz partió en el pasado, de forma que el firmamento visible no es el firmamento actual sino una combinación de distintos tiempos superpuestos. Bradley, en 1725, descubre el fenómeno de la aberración de la luz efectuando observaciones a lo largo del año de las culminaciones de la estrella γ -Dragón en el Observatorio de Greenwich y concluye que este efecto depende de la relación existente entre la velocidad orbital de la Tierra, la velocidad de la luz y la posición del astro. Aunque la velocidad orbital de la Tierra es pequeña, aproximadamente 29.68 km/s, si se compara con la velocidad de la luz no es despreciable. Para ello basta comprobar que en un segundo la Tierra se desplaza en su órbita 30 km. Asimismo, también se tendrá en cuenta el efecto debido a la relación entre la velocidad de rotación terrestre, unos 0.49 km/s, y la velocidad de la luz.

Sea C la posición de un astro al emitir su luz, E el observador y F la velocidad, la luz de C tarda cierto tiempo en llegar a E . Si el observador estuviera quieto vería al astro en C , sin embargo, la velocidad de desplazamiento de la Tierra genera una combinación de velocidades que desplaza C a C_1 . Este movimiento es tal que obliga a inclinar el ocular de observación, modificando el ángulo de θ a θ_1 (Figura 43).

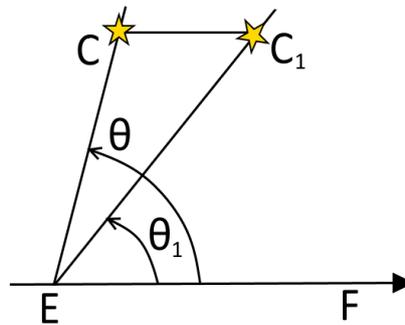


Figura 43: Efecto de la aberración de la luz. Fuente: PARosell

Como el observador se desplaza bajo el efecto de tres movimientos independientes, cada uno de ellos da lugar a una corrección particular:

Aberración diurna: Originada por el movimiento de rotación terrestre. Varía según la latitud del observador (de 464 m/s en el Ecuador, a 0 en los Polos). Este valor es muy pequeño, por lo que sólo afecta las coordenadas observadas con elevada precisión.

Aberración anual: Debida a la traslación de la Tierra alrededor del Sol (30 km/h). Esta corrección es aplicada a todos los astros en las efemérides, por lo que no es necesario aplicar corrección por aberración anual.

Aberración secular: Provocada por el desplazamiento del Sistema Solar hacia el Apex (20 km/s).

Movimientos propios de los astros

Hasta ahora se ha asumido implícitamente que las estrellas forman un sistema de referencia invariable en el espacio, pero realmente no es así. Cada estrella posee un movimiento que puede considerarse rectilíneo y uniforme con respecto a un sistema ideal.

El Sol, por ejemplo, tiene un movimiento hacia un punto, denominado *apex*, que está en la constelación de Hércules, produciendo un desplazamiento aparente de todas las demás estrellas hacia el anti-ápex del Sol. A este desplazamiento habrá que añadir el particular de cada estrella, que puede ocurrir en cualquier dirección.

Se llama movimiento propio de una estrella al desplazamiento angular por unidad de tiempo que resulta del desplazamiento relativo de la estrella con respecto al Sol y de su movimiento particular en el universo. El movimiento propio de una estrella será mayor cuanto más próxima esté una estrella al Sol, y aparece tabulado en los catálogos estelares y está definido por su velocidad μ , que suele expresarse en segundos de arco

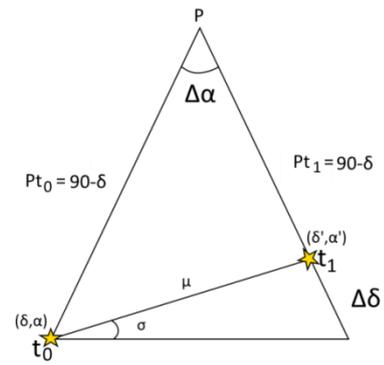


Figura 44: Desplazamiento de un astro

por año o por siglo, y la dirección o ángulo de posición σ de su trayectoria del movimiento (Figura 51). Sean (δ, α) y (δ', α') las coordenadas absolutas de una estrella correspondientes a los instantes t_0 y t_1 y cuyo movimiento propio viene dado por (μ, σ) , entonces la variación en ascensión recta y declinación por movimiento propio de la estrella viene dada por:

$$\begin{cases} \Delta\alpha = \mu\Delta t \sin \sigma \sec \delta' \\ \Delta\delta = \mu\Delta t \cos \sigma \end{cases}$$

Deflexión gravitacional de la luz

La deflexión gravitacional de la radiación electromagnética es un fenómeno que consiste en el cambio de la dirección de un rayo de luz a causa del campo gravitacional originado por un cuerpo de masa de magnitud considerable. En el caso de la observación de las estrellas desde la Tierra, el Sol, por ser el objeto de mayor masa, genera un campo gravitacional que cambia la trayectoria de un rayo de luz (una línea recta) y lo curva ligeramente en dirección hacia el Sol (Figura 45). El fenómeno fue predicho por Albert Einstein en 1916 en su célebre teoría de la relatividad general y fue por primera vez medido tres años más tarde con ocasión de un eclipse de Sol.

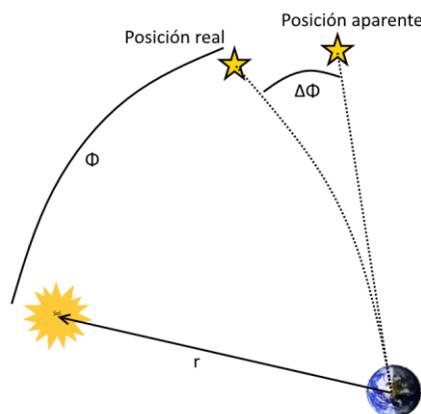


Figura 45: Deflexión gravitacional de la luz. Fuente: PARosell

La magnitud de la dirección gravitacional puede calcularse con la siguiente fórmula:

$$\Delta\Phi = \frac{2GM_o}{c^2r} \sqrt{\frac{1 + \cos \Phi}{1 - \cos \Phi}}$$

donde G es la constante de Cavendish, M_o la masa del Sol, c la velocidad de la luz en el vacío, r la distancia del observador al Sol y Φ el ángulo existente entre la estrella y el centro del Sol. Puesto que las observaciones se hacen desde la Tierra, el valor de r es la unidad astronómica¹⁴. Reemplazando los valores de las constantes en el coeficiente se obtiene:

$$\frac{2GM_o}{c^2r} = \frac{2 \times 6.67 \cdot 10^{-11} \times 1.998 \cdot 10^{30}}{300000000^2 \times 1.49 \cdot 10^{11}} = 1.97 \cdot 10^{-6} rad = 1.134 \cdot 10^{-4} grad = 0.00408''$$

Reemplazando y aplicando propiedades trigonométricas se llega a:

$$\Delta\Phi = \frac{0.00408''}{\tan(\Phi/2)}$$

Algunos valores de deflexión, ya se encuentran tabulados, por lo que se simplifica la aplicación de estas correcciones:

| Φ | 0.25° | 0.5° | 1° | 5° | 10° | 20° | 50° | 90° |
|--------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\Delta\Phi$ | 1.866'' | 0.933'' | 0.466'' | 0.093'' | 0.047'' | 0.023'' | 0.009'' | 0.004'' |

Efectos geométricos

Paralaje

La dirección de un astro se refiere a un sistema de coordenadas con un determinado origen de referencia. Si se efectúa un cambio de origen en el sistema de coordenadas elegido, entonces se produce una variación en la dirección del astro, y por tanto, en sus coordenadas astronómicas. La diferencia en las coordenadas de un astro causadas por el cambio del origen del sistema de referencia es un efecto geométrico que se debe a las posiciones relativas existentes entre los diferentes puntos del espacio susceptibles de ser considerados como origen del sistema de referencia.

Para el estudio de este efecto geométrico, también denominado *paralaje del astro* (p), y su influencia sobre las coordenadas astronómicas, será necesario definir qué puntos del espacio se puede elegir como origen de los diferentes sistemas de referencia. Aunque en la definición

¹⁴ Una unidad astronómica equivale a la distancia media Tierra/Sol. UA= 150 millones de km.

de los sistemas de coordenadas astronómicas se ha considerado como origen del sistema el centro de masas de la Tierra, ésta no es la única opción posible, pudiéndose elegir, dependiendo del propósito, distintos orígenes de coordenadas que darán lugar a diferentes clases de coordenadas. Si el origen del sistema de coordenadas astronómicas es el lugar de observación sobre la superficie de la Tierra, entonces las coordenadas se denominan coordenadas topocéntricas; si es el centro de masas de la Tierra se denominan coordenadas geocéntricas, y si es el baricentro del Sistema Solar, que coincide aproximadamente con el centro dinámico del Sol, se denominan coordenadas heliocéntricas.

Ahora bien, el estudio del efecto de paralaje dependerá del sistema de referencia que se adopte. Se tiene así dos tipos principales de paralaje: diurna (o geocéntrica) y anual (o estelar).

Paralaje diurna o geocéntrica

Para el estudio de este efecto, se considera como origen de coordenadas al centro de la Tierra (coordenadas geocéntricas). El valor de paralaje varía con la distancia observador-astro, distancia cenital y latitud (Figura 46). Cuando se observan estrellas, el radio terrestre resulta despreciable con relación a la distancia a ellas, por lo que las coordenadas tomadas en superficie pueden considerarse iguales a las geocéntricas y, por consiguiente, la distancia cenital no variaría. Por esta razón, no se realizan correcciones por paralaje diurna por considerarse p un ángulo muy pequeño e inferior a la precisión de los instrumentos de observación tradicional.

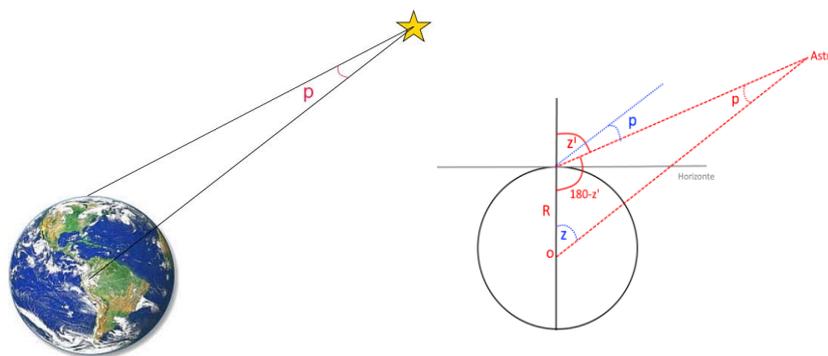


Figura 46: Paralaje diurna o geocéntrica. Fuente: PARosell

En cambio, si se realizan observaciones de precisión es necesario calcular y aplicar esta corrección, puesto que el efecto del paralaje genera que las distancias cenitales sean mayores a las reales. La determinación de este valor se realiza mediante el teorema del seno:

$$\frac{\sin p}{R} = \frac{\sin(180-z')}{oAstro} \rightarrow \sin p = \frac{R}{oAstro} \sin z'$$

Siendo el radio terrestre muy pequeño en relación a la distancia del centro de la Tierra al Astro, se resume que:

$$p = \frac{R \cdot \sin z'}{oAstro}$$

Paralaje anual o estelar

Para este caso, se toma como referencia a las coordenadas heliocéntricas, es decir, el origen será el centro de masa del Sistema Solar (Figura 47). En otras palabras, la paralaje anual es producto de las diferentes posiciones de la Tierra en su órbita de traslación, y disminuye a medida que el astro se encuentre más lejos que el centro del Sol.

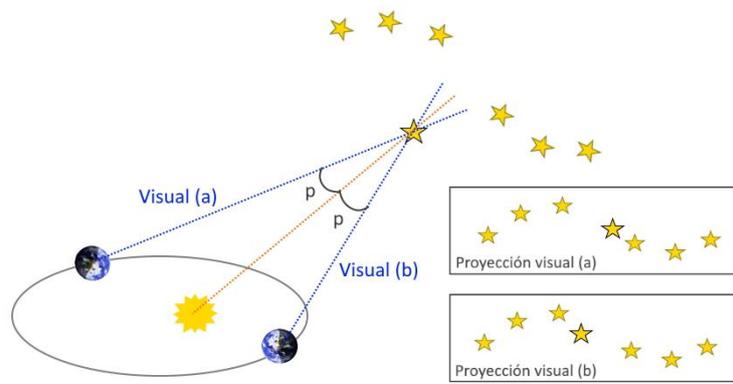


Figura 47: Paralaje anual o estelar

Precesión

El movimiento más importante del eje del mundo con respecto a las estrellas es el de precesión y es debido a las fuerzas externas que actúan sobre la Tierra sobre el abultamiento ecuatorial, generando una variación de los planos fundamentales que definen los sistemas ecuatorial y eclíptico. En cada instante, este movimiento retrógrado del eje celeste determina un ecuador celeste distinto y, por tanto, su intersección con la eclíptica será también diferente. De este modo, el punto Aries se moverá sobre la eclíptica en sentido retrógrado a la misma velocidad angular que el eje celeste.

Si se tiene en cuenta el movimiento secular del ecuador terrestre producido por el fenómeno de la **precesión lunisolar** (es decir, el efecto de precesión a causa de la atracción de la Luna y el Sol), se denomina *ecuador medio* a la intersección del plano que contiene al ecuador terrestre en un determinado instante con la esfera celeste, y *eje celeste medio* a la dirección perpendicular por el centro de la esfera celeste al ecuador medio. La intersección del eje medio con la esfera celeste serán los *polos norte y sur medios*. A las coordenadas absolutas referidas a un ecuador y eje celeste medio se denominan *coordenadas absolutas medias*. Este

movimiento tiene un período de 25800 años, y una amplitud igual a la oblicuidad de la eclíptica, alrededor de $23,5^\circ$, resultando un movimiento hacia el oeste del equinoccio sobre el ecuador de alrededor de $50,3''$ por año ($360^\circ / 25800$ años). Debido a la precesión lunisolar se sabe que:

1. La declinación, δ , varía.
2. La longitud eclíptica, L , también varía.
3. La latitud eclíptica, l , no varía, porque en esta hipótesis (sólo actúan el Sol y la Luna) la eclíptica puede considerarse fija.

La atracción de los planetas sobre el abultamiento ecuatorial terrestre se denomina **precesión planetaria**. Este fenómeno afecta al plano de la eclíptica, de forma que en cada instante variará su posición sobre la esfera celeste, y consiste en un lento movimiento del eje de rotación, resultando un movimiento hacia el este del equinoccio, de aproximadamente $12.5''$ por siglo, ocasionando una disminución en la oblicuidad de la eclíptica de $47''$ por siglo. Sin embargo, el efecto sobre el eje de rotación terrestre puede considerarse despreciable. La variación producida por la precesión planetaria sobre la oblicuidad de la eclíptica se englobará en el estudio de los efectos nutacionales. Se denomina *eclíptica media* a la intersección del plano de la eclíptica en un determinado instante con la esfera celeste. Las coordenadas eclípticas referidas a la eclíptica media se denominan *coordenadas eclípticas medias*.

La **precesión general** es el efecto producido por el conjunto de las atracciones del Sol, de la Luna y de los planetas del Sistema Solar sobre el abultamiento ecuatorial de la Tierra. La precesión general hace que en un determinado instante se tenga un ecuador medio y una eclíptica media cuya intersección determina un punto Aries medio (Figura 48). Este efecto se traduce en una modificación de los sistemas de coordenadas celestes que tengan como origen el punto Aries.

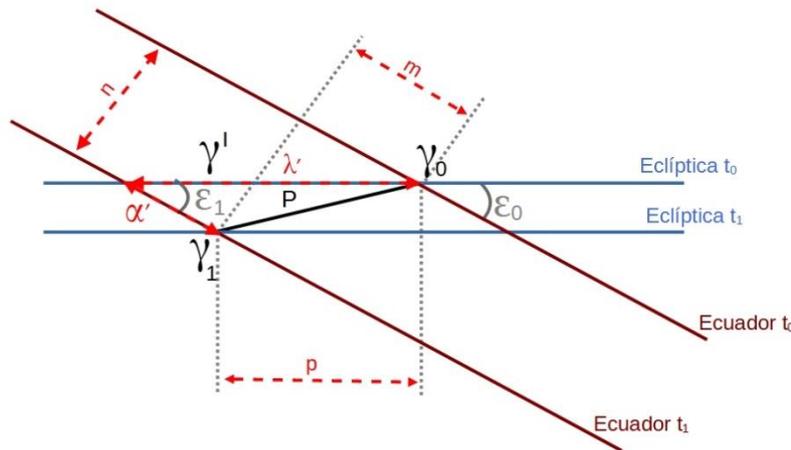


Figura 48: Precesión general. Fuente: Adaptación de Berrocoso, 2003.

Considerando el ecuador y la eclíptica en dos instantes t_0 y t_1 se puede definir los siguientes elementos:

γ_0 : Intersección entre la eclíptica y el ecuador en el instante t_0 .

γ_1 : Intersección entre la eclíptica y el ecuador en el instante t_1 .

γ' : Intersección entre eclíptica correspondiente al instante t_0 y el ecuador en el instante t_1 .

Precesión planetaria en ascensión recta $\alpha_1 = \gamma'\gamma_1$

Precesión lunisolar en longitud $\lambda' = \gamma_0\gamma'$

Precesión general en longitud (p): Longitud eclíptica del punto γ_0 respecto a γ_1 .

Precesión general en ascensión recta (m): Ascensión recta del punto γ_0 respecto a γ_1 .

Precesión general en declinación (n): Declinación de γ_0 respecto del ecuador en instante t_1 .

Las precesiones generales en longitud, en ascensión recta y en declinación en un instante determinado vienen dadas por

$$\begin{cases} p = \lambda' - \alpha_1 \cos \varepsilon \\ m = \lambda' \cos \varepsilon - \alpha_1 \\ n = \lambda' \sin \varepsilon \end{cases}$$

siendo la oblicuidad de la eclíptica constante e igual a $\varepsilon = 23^\circ 26' 21", 448$.

Los valores de todos estos parámetros, para un determinado instante t , pueden calcularse mediante las siguientes expresiones:

$$\alpha_1 = 50''3878 + 0''0049 T$$

$$\lambda' = 0''1055 - 0''0189 T$$

$$p = 50''2909 + 0''0222 T$$

$$m = 46''1243 + 0''279 T$$

$$n = 20''0431 - 0''0085 T$$

donde

$$T = \frac{t - 2000}{100}$$

Las variaciones producidas por la precesión general en las coordenadas absolutas de una estrella vienen dadas por

$$\begin{cases} d\alpha = (n \tan \delta \sin \alpha + m) dt \\ d\delta = n \cos \alpha dt \end{cases}$$

Y en las coordenadas eclípticas

$$\begin{cases} d\lambda = (p + 0''4700 \tan \beta \cos(175^\circ - \lambda)) dt \\ d\beta = 0''4700 \sin(175^\circ - \lambda) dt \end{cases}$$

Siendo (α, δ) y (λ, β) ¹⁵ las coordenadas absolutas y eclípticas de la estrella en el año 2000.0, $dt = t - 2000.0$ en años, p la precesión general en longitud, m la precesión general en ascensión recta y n la precesión general en declinación.

Nutación

En el siglo XVII se empieza a dudar de la invariabilidad de la oblicuidad de la eclíptica, hasta que años más tarde, Euler, al desarrollar la teoría de las perturbaciones de los planetas sobre el movimiento de traslación de la Tierra, demuestra que el plano de la eclíptica no es fijo, decreciendo la oblicuidad de la eclíptica a razón de 46'' por siglo. En 1729, James Bradley descubre que el eje de rotación terrestre no sólo tenía un movimiento de largo período considerado hasta esos momentos (precesión), sino que además existía un movimiento de corto período superpuesto al anterior y que producía la variación de la oblicuidad de la eclíptica.

Las oscilaciones de nutación surgen porque las fuerzas de precesión del Sol y de la Luna, que actúan sobre la protuberancia ecuatorial, cambian constantemente de magnitud y dirección; estas fuerzas son iguales a cero cuando el Sol y la Luna se encuentran en el plano del Ecuador de la Tierra, y alcanzan el máximo cuando estos astros se hallan más alejados. Como resultado de estos movimientos, los polos describen líneas

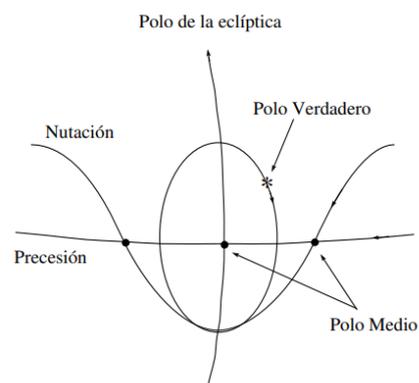


Figura 49: Movimiento elíptico de la nutación

¹⁵ λ equivale a longitud y β a latitud del sistema de coordenadas eclíptico.

onduladas, con un período de 18.66 años haciendo que el polo celeste verdadero describa una elipse en sentido retrógrado, cuyo centro (polo medio) es el que recorre el círculo de precesión alrededor del eje de la eclíptica (Figura 46).

El eje mayor de esta elipse está en la dirección del polo de la eclíptica y su valor es $18''4$ y el eje menor está sobre el círculo de precesión valiendo $13''7$. Al valor del semieje mayor, $9''21$, se le denomina constante de nutación. Estas consideraciones muestran que el polo no describe una circunferencia alrededor del polo de la eclíptica, sino que por efecto del largo período de la Nutación se mueve en una pequeña elipse alrededor de una posición media obteniendo como resultante una curva sinuosa.

Se llaman *eje terrestre verdadero* al eje de rotación terrestre afectado de precesión y nutación, *eje celeste verdadero* al eje terrestre verdadero prolongado hasta la esfera celeste, *polo verdadero* a la intersección del eje celeste verdadero con la esfera celeste, *ecuador verdadero* al plano perpendicular al eje celeste verdadero por el centro de la esfera celeste y *equinoccio verdadero* a la intersección de la eclíptica media y el ecuador verdadero. Se denominan *coordenadas verdaderas* de un astro a las coordenadas astronómicas referidas al equinoccio y al ecuador verdadero. Experimentalmente se obtiene que la oblicuidad de la eclíptica para un instante determinado t en años viene dada por

$$\varepsilon = 23^{\circ}26'21'',448 - 46''815 T - 0''001 T^2$$

La nutación, o desplazamiento del polo verdadero con respecto al polo medio, puede descomponerse en nutación en longitud ($\Delta\psi$) y nutación en oblicuidad ($\Delta\varepsilon$). Los valores de estas componentes para un día determinado se calculan por medio de las expresiones siguientes:

$$\Delta\psi = -0^{\circ}0048 \operatorname{sen} (125^{\circ} - 0^{\circ}05295 d) - 0^{\circ}0004 \operatorname{sen} (200^{\circ}9 + 1^{\circ}97129 d)$$

$$\Delta\varepsilon = +0^{\circ}0026 \operatorname{cos} (125^{\circ} - 0^{\circ}05295 d) + 0^{\circ}0002 \operatorname{cos} (200^{\circ}9 + 1^{\circ}97129 d)$$

siendo d la diferencia en días con el día 1 de enero del año 2000 que equivale a 2451545 días julianos.

En un determinado instante, las correcciones en las coordenadas absolutas de un astro por nutación en longitud y por nutación en oblicuidad viene dado por:

$$\begin{cases} d\alpha = \Delta\psi (\cos \varepsilon + \operatorname{sen} \varepsilon \operatorname{sen} \alpha \tan \delta) - \Delta\varepsilon \operatorname{cosec} \alpha \tan \delta \\ d\delta = \Delta\psi \operatorname{sen} \varepsilon \operatorname{cosec} \alpha + \Delta\varepsilon \operatorname{sen} \alpha \end{cases}$$

Influencia del movimiento de polo

La curva que recorre el polo terrestre en su movimiento es una especie de espiral irregular a la que se conoce con el nombre de “poloide”. El polo norte, en su movimiento sobre la superficie terrestre no se sale de un cuadrado de unos 30 m de lado. Con esto, si se mira al polo norte desde el espacio, su movimiento tiene lugar en sentido antihorario. El movimiento de los polos de la Tierra, al igual que las oscilaciones de las latitudes geográficas, tiene carácter periódico. Los períodos fundamentales son el de 14 meses de Chandler y el de 12 meses o anual. Este último período está evidentemente vinculado con los cambios estacionales en la distribución de las masas de aire, con el transporte de masas de agua en estado de nieve desde un hemisferio de la Tierra al otro, etc.

El período de Chandler es el período natural de las oscilaciones de la Tierra, que teóricamente fue pronosticado por Euler ya en el siglo XVIII. Si la Tierra fuese un cuerpo absolutamente sólido, su período natural sería, aproximadamente, de 10 meses. Sin embargo, la Tierra es plástica, y se somete a deformaciones elásticas, como resultado de lo cual su período natural aumenta hasta 14 meses. El movimiento de los polos de la Tierra por la superficie de ésta fue descubierto a finales del siglo XIX. En 1898 se organizó el Servicio Internacional de Latitud (SIL), integrado por seis estaciones con una misma latitud. Hoy en día, el número de estaciones en el SIL es mucho mayor y están situadas en diferentes latitudes. De las observaciones sistemáticas de todas las estaciones del SIL se deducen las posiciones del polo norte en la superficie de la Tierra para cada décima parte del año.

Los valores " X_p " e " Y_p " (Figura 50) que definen la posición del polo verdadero en la fecha de observación son facilitados por el Bureau International de l'Heure (BIH).

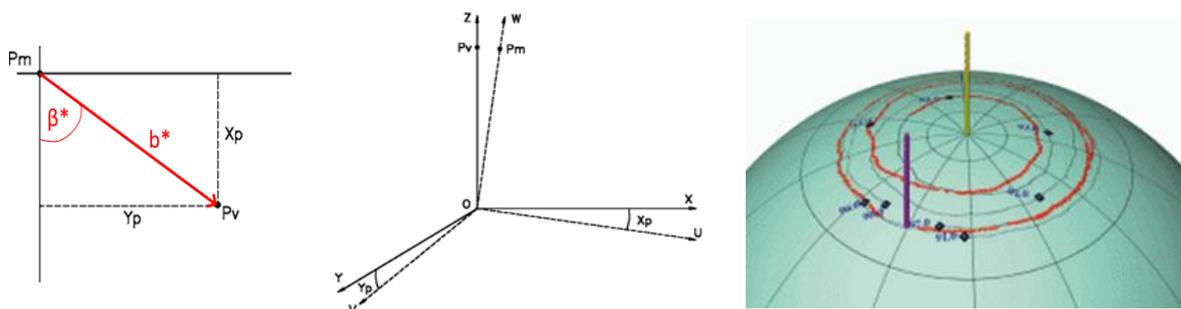


Figura 50: Movimiento del Polo. Fuente: Achútegui, 2000.

Sea P_m la posición del polo medio, ideal y P_v la posición del polo verdadero en un momento dado. Suponiendo un sistema de coordenadas X, Y, Z asociado a P_v , y otro sistema de ejes coordenados U, V, W asociado a P_m , para pasar de un sistema de coordenadas a otro habrá

que realizar dos giros, uno sobre el eje X y otro sobre el eje Y , de valores Y_p y X_p , respectivamente.

Por lo tanto, se tendrá una latitud y una longitud asociadas a cada uno de los dos polos

$$P_v \rightarrow \varphi, \lambda \text{ (Observadas)}$$

$$P_m = \Phi, \Lambda$$

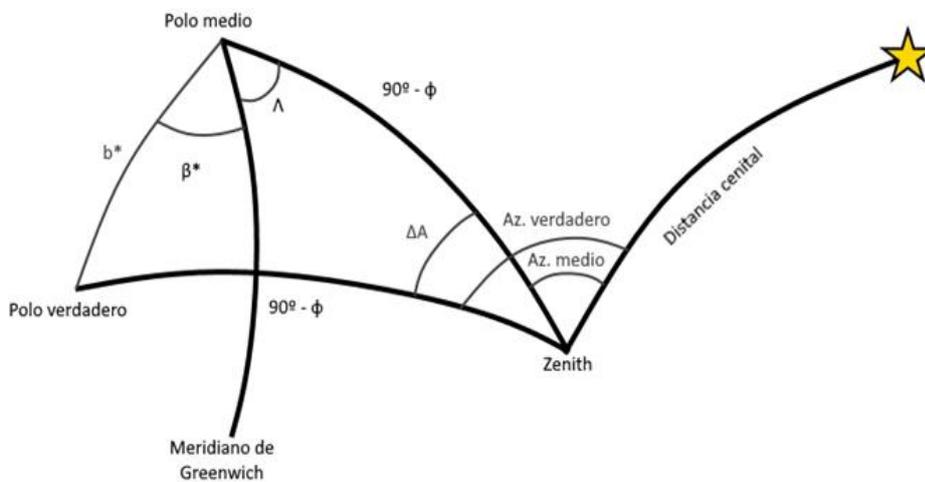
Las ecuaciones que relacionan ambos sistemas y que permiten obtener las coordenadas referidas al polo medio, son:

$$\Phi - \varphi = -X_p \cos \lambda + Y_p \sin \lambda$$

$$\Lambda - \lambda = -\tan \varphi (X_p \sin \lambda + Y_p \cos \lambda)$$

Siendo X_p e Y_p valores brindados por el International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS).

En la determinación del acimut de una determinada dirección también es preciso tener en cuenta esta corrección. Recordando que la posición de P_v con respecto a P_m es conocida (Figura 51), es decir, se conoce X_p e Y_p , o lo que es lo mismo, se conoce b^* y β^* , ya que:



$$X_p = b^* \cos \beta^*$$

$$Y_p = b^* \sin \beta^*$$

Figura 51: Determinación del acimut por movimiento del polo.

Siendo A_m , acimut con el meridiano referido al polo medio y A_v , acimut con el meridiano referido al polo verdadero. Aplicando teorema del seno se deduce que:

$$\frac{\sin \Delta A}{\sin b^*} = \frac{\sin(\Lambda + \beta^*)}{\sin(90^\circ - \varphi)} = \frac{\sin(\Lambda + \beta^*)}{\cos \varphi}$$

Como ΔA y b^* son ángulos muy pequeños

$$\Delta A = \frac{\sin(\Lambda + \beta^*)}{\cos \varphi} b^* = b^* \sec \varphi (\sin \Lambda \cos \beta^* + \cos \Lambda \sin \beta^*)$$

$$\Delta A = \sec \varphi (b^* \sin \Lambda \cos \beta^* + b^* \cos \Lambda \sin \beta^*)$$

Luego

$$\Delta A = (X_p \sin \Lambda + Y_p \cos \Lambda) \sec \varphi$$

5 - Tiempo

El objeto fundamental de la Astronomía de Posición es la determinación precisa de las posiciones de los astros y los cambios que en éstas se producen. Por ello, se hace imprescindible establecer alguna variable que nos mida estas variaciones posicionales.

Durante toda la historia de la humanidad, la necesidad de medir el tiempo lo mejor posible ha sido una tarea continuamente perfeccionada. En las civilizaciones antiguas el conocimiento del comienzo de las estaciones, las épocas de la siembra y de las cosechas ha sido de vital importancia para los pueblos. El movimiento aparente del Sol, la Luna y los astros alrededor de la Tierra, fueron tomados como patrones de tiempo, definiendo los días y el año.

El problema, planteado desde la antigüedad, se enfoca desde el punto de vista astronómico. Si se pretende fijar mediante una cifra el instante en que ocurre un fenómeno astronómico, será necesario configurar una escala a la que referir dicha cifra. Para formar esa escala de medida de tiempo es preciso fijar su origen o cero de la escala y la unidad de medida.

En vista de lo anterior, no es de extrañar, que se eligiesen fenómenos naturales fácilmente observables y de periodicidad constante para resolver el problema. Los fenómenos más utilizados han sido:

- El movimiento aparente de la esfera celeste (causado por la rotación de la Tierra),
- El movimiento de traslación aparente del Sol en torno a la Tierra (como consecuencia de la traslación de la Tierra alrededor del Sol).

De esta forma aparece la primera definición de día, como el tiempo transcurrido entre dos pasos consecutivos de un astro por el meridiano superior de un lugar. El día como unidad resultaba a veces pequeño y se recurrió al otro fenómeno apuntado de traslación de la Tierra alrededor del Sol para definir otra unidad, el año, que es el intervalo de tiempo transcurrido entre dos pasos consecutivos del Sol por un determinado punto de su órbita.

Escalas y unidades de tiempo

La determinación completa de una escala de tiempo, con fines cronológicos y cronométricos, lleva consigo las tres definiciones siguientes:

1. Definición de un tiempo físico mediante la elección de un determinado sistema dinámico que permita disponer de una secuencia continua e indefinida de fenómenos periódicos que sirvan como referencia patrón de los demás sucesos que se producen en el Universo. Generalmente, esta definición constituye la escala de tiempo propiamente dicha, pudiéndose afirmar que una escala de tiempo es la cronología u

orden de una determinada serie de sucesos que permite el estudio cuantitativo de los todos los demás sucesos.

2. Definición de la unidad de tiempo, como el intervalo que separa dos sucesos elegidos fijos en la escala.
3. Definición de un origen, que permite expresar la época o instante en que ocurre un determinado suceso midiendo el número de unidades de tiempo que existen entre dicho origen y la época en que ocurre.

Para medir la duración de un determinado fenómeno, respecto a una escala de tiempo dada, basta con determinar la diferencia numérica entre las épocas correspondientes a los instantes inicial y final. Una escala de tiempo también puede construirse definiendo en primer lugar una unidad de tiempo y a partir de ella generar la escala como suma indefinida de dichas unidades de tiempo. Si la unidad de tiempo es una magnitud homogénea, reproducible e invariable, entonces la escala de tiempo será *uniforme*.

Si se observa un determinado fenómeno físico que comienza y termina con los sucesos A y B y los tiempos asociados a estos (medidos respecto de una escala de tiempo t) son t_A y t_B , entonces la duración del fenómeno es $t_A - t_B$. Si se repite el mismo fenómeno bajo idénticas condiciones, los tiempos de comienzo y fin, respecto de la misma escala de tiempo t serán ahora t'_A y t'_B , y la duración del fenómeno $t'_A - t'_B$. La escala de tiempo t se dice que es *uniforme* si se cumple que $t'_A - t'_B = t_A - t_B$

Una escala de tiempo es *estable* si las unidades sucesivas tienen la misma duración y es *exacta* si la duración de las unidades sucesivas coincide con la definición de la unidad adoptada. La *accesibilidad* de una escala representa la posibilidad de conocer con la menor demora posible el valor correspondiente en esa escala a un instante determinado mediante cualquier sistema físico. Así, un reloj es un sistema físico que permite determinar el valor numérico de la variable tiempo, t , correspondiente a un estado del sistema.

Se puede concluir que el problema de la medida del tiempo se reduce a establecer una escala observable de tiempo que sea lo más uniforme posible y que permita ordenar los sucesos y medir la duración de fenómenos físicos, exigiéndose además que sea estable, exacta y lo más accesible posible. Según sean los fenómenos en que se basen se clasifican las escalas de tiempo en *escalas de tiempo astronómicas* y *escalas de tiempo físicas*.

Escalas de tiempo astronómicas

Los movimientos de rotación y traslación de la Tierra, considerada como un sólido indeformable, son los principales fenómenos astronómicos mediante los cuales se construyen las escalas de tiempo astronómicas. Si se considera el movimiento de rotación de la Tierra entonces se obtendrán *escalas de tiempo rotacionales*.

Las sucesivas posiciones de la Tierra en su movimiento de rotación se pueden determinar respecto a un lugar de observación situado sobre la superficie terrestre por el valor del ángulo horario de los astros, de forma que el movimiento continuo de la rotación terrestre se determina por medidas angulares, que establecen una correspondencia entre los valores de los ángulos y la variable tiempo t . La medida del tiempo se reduce así a medidas de ángulos. El ángulo horario del Sol determina el *tiempo solar*, mientras que el ángulo horario del punto Aries determina el *tiempo sidéreo*.

Para fijar una escala de tiempo rotacional, la unidad astronómica fundamental adoptada es el *día solar* o el *día sidéreo*, definidos como el intervalo de tiempo transcurrido entre dos pasos sucesivos por el meridiano del lugar del Sol o del punto Aries. A partir del día así definido, se define el *segundo* como la 86400-ava parte del día. Como la Tierra no es un sólido indeformable y las irregularidades de la rotación terrestre hacen fluctuar la duración del día, las escalas de tiempo rotacionales no son uniformes. No obstante, estas escalas tienen en la vida cotidiana una importancia fundamental.

Para evitar las irregularidades que la rotación terrestre introduce en la determinación del tiempo, se recurre a definir *escalas de tiempo astronómicas* basadas en el movimiento de traslación de la Tierra alrededor del Sol, que se traduce en el movimiento aparente del Sol respecto de la Tierra. En estas escalas de tiempo, la unidad es el *año sidéreo*, el *año trópico* o el *año anomalístico*, definidos respectivamente como el intervalo de tiempo transcurrido entre dos pasos consecutivos del Sol en su movimiento de traslación por un determinado punto arbitrario de la esfera celeste, por el punto Aries o por el perigeo de la órbita solar. Este mismo fenómeno se utiliza para definir la *escala de tiempo de efemérides* que se establece a partir de las longitudes eclípticas medias del Sol y definiéndose el *segundo de efemérides* como la 31556925,97474 parte del año trópico.

Tiempo solar

Para que el Sol (o un astro cualquiera) pueda ser tomado como punto de referencia en la medición del movimiento de rotación de la Tierra, regulando días de duración constante, debe cumplir con una de las dos condiciones siguientes:

1. Que no tenga variaciones en ascensión recta,
2. Que, en caso de tener variaciones en AR, lo haga siempre con movimiento uniforme,

Estos requisitos no los cumplen ni el Sol ni el punto vernal. En el caso del Sol, dos causas impiden que se encuadre en las mencionadas condiciones, perturbando por consiguiente la duración del día solar verdadero. Estas causas son:

- La ley de las áreas. Sol Ficticio

Según la 2ª Ley de Kepler el radio vector Sol–Tierra debe barrer áreas iguales en tiempos iguales. Esto ocasiona variaciones de la velocidad angular del Sol en su desplazamiento anual sobre la eclíptica, haciendo que la velocidad sea máxima en el perigeo y mínima en el apogeo. Estas variaciones dan lugar a que el incremento diario de la longitud eclíptica del Sol no sea constante, lo que deriva en una desigual variación en ascensión recta, es decir de la proyección de la longitud eclíptica sobre el ecuador. Para evitar estas desviaciones se idea un Sol imaginario llamado *Sol ficticio*, que se desplaza sobre la eclíptica con velocidad angular constante y la recorre, al igual que el Sol verdadero, en un año. Vale decir que la longitud eclíptica del Sol ficticio (L_f) aumenta o disminuye en una constante.

- La Oblicuidad de la Eclíptica. Sol Medio

Si bien el Sol ficticio elimina la perturbación producida por la ley de las áreas sobre la duración del día solar verdadero, es insuficiente de por sí para regular días de igual duración en todas las fechas del año. Las variaciones diarias constantes en longitud eclíptica, no lo son en ascensión recta, debido a que la eclíptica y el ecuador no coinciden. Las proyecciones de arcos iguales de la eclíptica no son arcos iguales sobre el ecuador. Si se considera sobre la eclíptica arcos a y b de un grado cada uno, el primero cerca del punto vernal y el segunda cerca del solsticio y se los proyecta mediante círculos horarios sobre el (arcos a' y b' - Figura 52), se observa que $a > a'$ y $b < b'$, por lo que $a' < 1^\circ$ y $b' > 1^\circ$. Se concluye que, dependiendo de la época, arcos iguales sobre la eclíptica no se corresponden con arcos iguales en el ecuador.

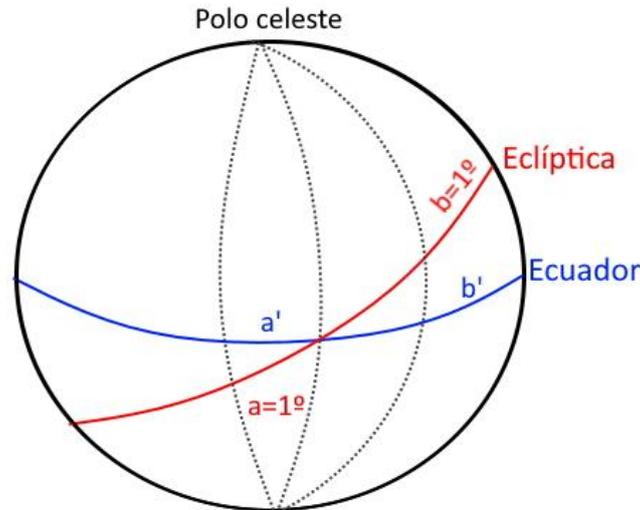


Figura 52: Proyección de un arco de 1° en el Ecuador

En consecuencia, para eliminar esta variación se ideó otro Sol imaginario llamado *Sol medio* (Sm) que se desplaza sobre el ecuador con movimiento uniforme y constante, de modo que la ascensión recta del Sol medio sea igual a la longitud eclíptica del Sol ficticio.

Se define el *Tiempo Solar Medio* (Tm) como el ángulo horario del Sol medio en algún instante considerado. Como este Sol es imaginario, el Tm no se puede determinar por la observación y debe, por lo tanto, ser calculado mediante alguna ecuación que relacione los tiempos medios (Tm) con los del Sol verdadero (Tv).

Ecuación del tiempo

Es fundamental encontrar la relación existente entre el tiempo medio y el tiempo solar verdadero dado que el primero será el patrón de tiempos pero el segundo es el que presenta una realidad física. Es importante que la diferencia sea pequeña a lo largo de todo el año de forma que el desfase entre tiempo reloj y tiempo luz quede justificado. Esta diferencia tiene una cota superior de unos 16 minutos.

Dado que interesa saber cómo va retrasado o adelantado el Sol medio con respecto al verdadero no es de extrañar que la ecuación del tiempo se defina como la diferencia entre la ascensión recta del Sol verdadero y el medio: $E_T = AR_v - AR_m$. Dado que la ascensión recta se mide en el sentido contrario al incremento de la hora, se puede definir equivalentemente la ecuación del tiempo como la diferencia que hay en un cierto lugar entre su hora media y su hora verdadera, entre tiempo medio y tiempo verdadero:

$$E_T = T_v - T_m$$

Analema

Si todos los días, a la misma hora local y en la misma posición geográfica, se toma una fotografía del Sol, se observará que éste sufre un desplazamiento con respecto a la posición del día anterior. Es así, que a lo largo de un año calendario, la posición del Sol seguirá la forma de “8”, también llamado *analema* (Figura 53).

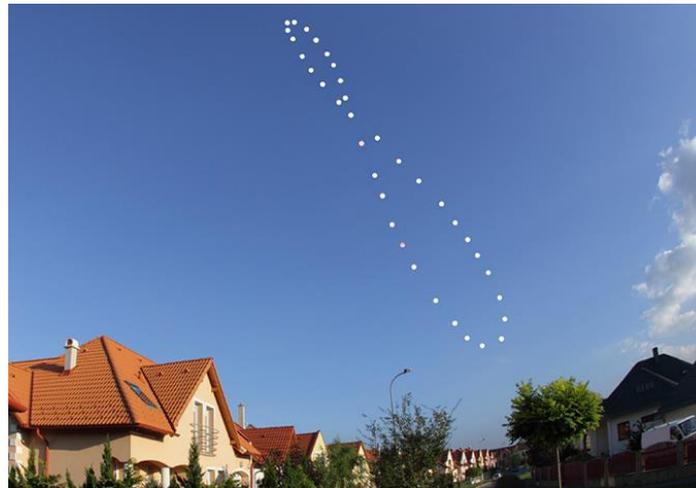


Figura 53: Analema. Veszprem, Hungría. Fuente: Ph. Tamas Ladanyi.

De la Figura 54 se deduce que el ancho de la curva responde a la ecuación del tiempo, mientras que el largo depende de la variación de la declinación.

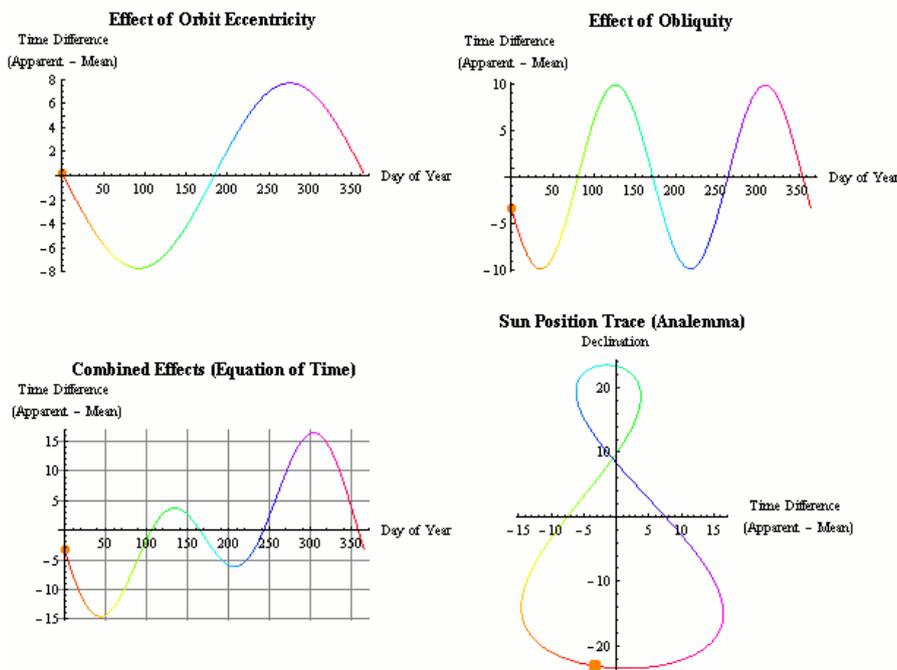


Figura 54: Gráficos de la ecuación del tiempo¹⁶.

¹⁶ By Rob Cook, Public Domain, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=6913793>

Tres componentes afectan el tamaño y forma de esta curva: oblicuidad, excentricidad y ángulo entre la línea de los ápsides y la de los solsticios.

Si la trayectoria orbital de la Tierra fuera elíptica, pero su eje no estuviera inclinado, la curva de la Analema solar sería de forma ovalada. Por otro lado, si la trayectoria fuera circular y el eje de rotación no estuviera inclinado, la Analema se convertiría en un punto.

Si la trayectoria orbital de la Tierra fuera circular, su inclinación axial tendrá el efecto de generar una curva perfecta en la figura 8, de modo que el bucle superior e inferior tenga el mismo tamaño. La Tierra se mueve más rápido alrededor del Sol cuando está en su Perihelio, alrededor del Solsticio de Invierno, que cuando está en su Afelio. Esto tiene el efecto de aplanar una mitad de la curva.

En el hemisferio norte, la curva Analema tiene el bucle más amplio en la parte inferior. Esto es opuesto en el hemisferio sur, donde el bucle más amplio se encuentra en la parte superior.

La dirección del Analema también varía según la ubicación del observador en la Tierra. En el Polo Norte el eje de la curva estaría en posición vertical y sólo se vería lazo superior del Analema. A medida que se vaya hacia el Sur, adentrándose en el Círculo Polar Ártico, la curva se vería completa. Siguiendo camino al Sur, el eje se irá inclinando hasta llegar al Ecuador, donde se convertirá en una línea con dirección oeste a este. A medida que se vaya más al Sur, el eje seguirá rotando, invirtiendo la figura, hasta que se llegue el Polo Sur, donde a la inversa que en el Polo Norte, se observará sólo la parte inferior de ésta.

Tiempo Sidéreo

El Tiempo Sidéreo local (θ_l) es el ángulo horario del punto vernal. Un día sidéreo puede definirse entonces como el intervalo de tiempo transcurrido entre dos pasos sucesivos del punto vernal por el meridiano superior del lugar. La ventaja del uso astronómico del tiempo sidéreo proviene del hecho que establece una relación entre sistemas de coordenadas ecuatoriales horarias y absolutas tomando como referencia un mismo astro:

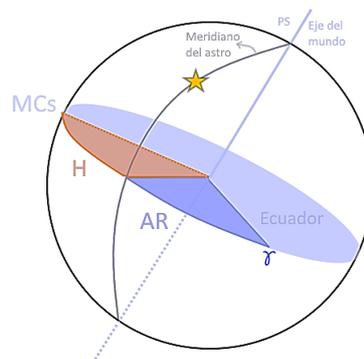


Figura 55: Relación sistemas ecuatoriales locales y absolutos

De la Figura 55 se tiene entonces que:

$$Tiempo Sidereo = H + AR$$

El tiempo sidéreo es una magnitud angular dependiente de la posición del punto vernal (equinoccio). Si se tiene en cuenta el efecto de la precesión y nutación sobre el punto vernal, se tendrá el *Tiempo Sidéreo Aparente* ($\theta_{aparente}$). En cambio, cuando se habla del equinoccio medio, es el afectado sólo por la precesión y se denomina *Tiempo Sidéreo Medio* (θ_{medio}). La diferencia entre ambos se llama *Ecuación de los Equinoccios (EE)*:

$$EE = \theta_{aparente} - \theta_{medio}$$

En las efemérides utilizadas vienen tabulados los tiempos sidéreos aparente y medio y en algunos casos se incluye la ecuación de los equinoccios.

Relación entre Tiempo sidéreo y solar

Un reloj basado en el movimiento aparente del Sol alrededor de la Tierra camina con diferente marcha respecto a otro reloj regulado en el movimiento estelar. Es por ello que el tiempo sidéreo y el tiempo solar (verdadero o medio) tienen diferentes escalas (Figura 56).

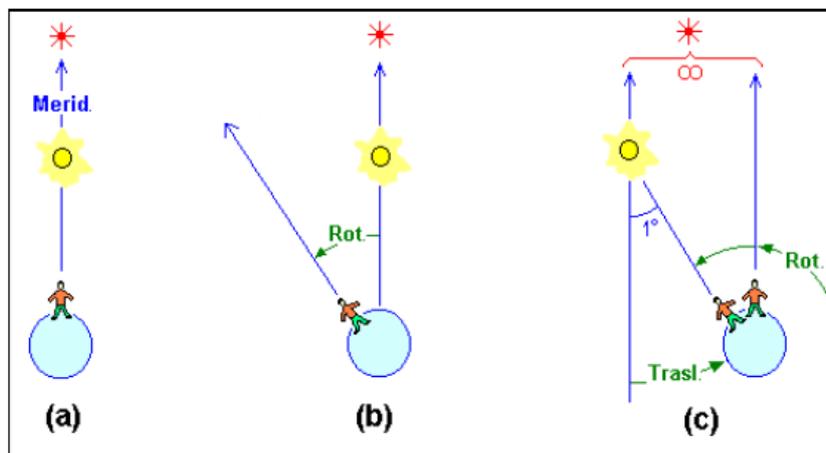


Figura 56: Diferencia angular entre el tiempo sidéreo y el tiempo solar. Fuente: Podestá (2013)

- (a) Suponiendo un observador de pie en algún punto de la Tierra, en un instante cualquiera, sobre su cabeza, se encuentra alineados el Sol y una estrella en el infinito.
- (b) Un instante después la Tierra habrá rotado un cierto ángulo, por lo que el Sol y la estrella se habrán separado del meridiano. Si existiera solamente rotación, al cabo de un giro completo, se debería tener al Sol y la estrella alineados nuevamente.
- (c) Pero además del movimiento de rotación, la Tierra se traslada alrededor del Sol. Así es que cuando la Tierra ha rotado también se ha desplazado sobre su órbita, por lo que el

observador mira pasar primero a la estrella sobre su cabeza y tiempo después al Sol. La Tierra tiene que rotar un poco más (casi 1°) para que el coincida con la visual al Sol. La diferencia angular debida a los movimientos aparentes del Sol y la estrella (o esfera celeste), da como resultado una diferencia temporal de casi cuatro minutos por día.

Se puede decir que la esfera celeste gira más aprisa que el Sol, provocando que el tiempo sidéreo tenga una escala más rápida que el tiempo solar.

$$T_{\text{medio}} - T_{\text{sidéreo}} = 3m\ 56s.55536 \text{ por día}$$

$$1 \text{ Día Medio} = 24h\ 03m\ 56s.55536 \text{ de tiempo sidéreo}$$

Esta pequeña diferencia se va acumulando día a día, de manera tal que al cabo de un año se acumula un día entero (365.242190 días solares = 366.242190 días sidéreos). Este fenómeno es trascendente y se comprueba simplemente observando, cuidadosamente, que las estrellas salen un poco más temprano todos los días. A lo largo de varios días se verá cómo todo el cielo estrellado observado a una hora (solar) determinada se va corriendo hacia el Oeste. Esto produce el cambio de constelaciones que se observan a lo largo del año.

Definiciones de Día

Día Solar Verdadero y Día Solar Medio

Si se toma como referencia el meridiano superior de un lugar, el *Tiempo Solar Verdadero* (T_v) puede ser medido como el ángulo Horario (H_v) del Sol verdadero. De tal manera puede definirse al *Día Solar Verdadero* como el intervalo de tiempo transcurrido entre dos pasos sucesivos del Sol verdadero por el meridiano inferior. Lo mismo ocurre para el Tiempo y Día medio. Para el comienzo del día (0 horas), en la Argentina se toma como referencia el meridiano inferior del Huso de 3 horas al oeste de Greenwich.

El segundo de Tiempo Medio (T_m) se define como: $1 / 86400$ partes del Día Medio

Definición de año

Año Trópico

Es el intervalo de tiempo transcurrido entre dos pasajes sucesivos del Sol medio por el equinoccio o punto vernal. Se desarrolla de equinoccio a equinoccio. Es el tiempo real que tarda la Tierra en cumplir una traslación alrededor del Sol. Debido al efecto de precesión que hace retroceder al punto vernal $50''.2$ en un año, el Sol medio no logra completar una revolución y encuentra al equinoccio anticipadamente.

Un Año Trópico = 365.242198 días medios (365d 05h 48m 46s)

Además, como la precesión va incrementándose lentamente, la longitud del año trópico decrece unos 5.36 segundos cada 1000 años. Por otro lado, las 05h 48m 46s que “sobran” (si se compara con el año calendario), se acumulan año a año y generan desfases en los comienzos de las estaciones. Esto se solucionó agregándole un día al mes de Febrero cada cuatro años, generando así los llamados “años bisiestos”.

Año Sidéreo

Es el tiempo necesario para que la Tierra, en su movimiento de traslación (o el movimiento aparente del Sol sobre la eclíptica) recorra los 360 grados, es decir desde una estrella fija a una estrella fija de la esfera celeste. Es el tiempo que transcurre entre dos pasos consecutivos de la Tierra por un mismo punto de su órbita.

**Un Año Sidéreo = 365.256363004 días sidéreos,
365.242190402 días solares medios (365d 05h 48m 45.25s).**

Año Anomalístico

Es el tiempo entre dos tránsitos sucesivos de la Tierra por el perihelio. La duración del año anomalístico es ligeramente mayor que el año sidéreo a causa de que la línea de los ápsides tiene un movimiento anual en sentido directo de 11.7 segundos de arco aproximadamente, lo que supone que al Sol le lleva 4.5 minutos más cada año entrar en conjunción con el perihelio

Un Año Anomalístico = 365,259635864 días medios (365d 06h 13m 52s, J2000.0)

Escalas de tiempo físicas.

Como se ha visto, para construir una escala de tiempo es necesario disponer de algún fenómeno natural o artificial que tenga características de repetitivo y medible. Por ejemplo, un péndulo: el movimiento se repite, y se puede definir una unidad de tiempo en base a un número de oscilaciones que se puede contar.

Durante siglos, los relojes de péndulo sirvieron para conservar el tiempo, y en los Observatorios Astronómicos se realizaban las observaciones necesarias para corregir esos relojes en base a la observación del tiempo sidéreo y el tiempo solar materializados por el movimiento de las estrellas y el Sol respectivamente. Es decir, que el reloj Tierra permitía corregir el reloj mecánico (de péndulo o de cuerda) y así la hora que cada país adoptaba era controlada astronómicamente.

Tiempo atómico

En los años cuarenta y cincuenta se desarrollaron primero los relojes de cuarzo basados en las oscilaciones de los cristales de ese material, y luego los relojes atómicos, basados en un fenómeno atómico que permite controlar las oscilaciones de un reloj electrónico. Estos relojes alcanzaron rápidamente un nivel de estabilidad (y de uniformidad) que superaba al del reloj Tierra y permitía medir sus irregularidades.

Los relojes atómicos, están constituidos por un circuito eléctrico oscilante cuya frecuencia viene regulada por vibraciones internas, de origen cuántico, de átomos que proporcionan una serie continua de impulsos eléctricos. Estos impulsos son mantenidos de forma ininterrumpida permitiendo establecer una escala de tiempo física denominada *escala de tiempo atómico*, contadas a partir de un instante origen elegido arbitrariamente. La unidad de esta escala es el *segundo atómico* que se define como la duración de 9192631770 períodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133.

El problema fundamental para la definición del segundo atómico es que los relojes atómicos no son eternos, se hace necesario disponer de varios relojes que aseguren la continuidad del sistema en el caso de que alguno se detenga. Pero, en realidad, cada reloj atómico define su propia escala de tiempo lo que obliga a establecer una media ponderada de las distintas escalas particulares. Así, el Observatorio Naval de Washington estableció una escala, A-1, con dieciséis relojes de EEUU, Inglaterra y Francia. Otros cinco relojes darían lugar a una segunda escala, A-2, mantenida por el National Bureau of Standards. El Bureau Internacional de l'Heure (BIH) estableció, a partir del 1 de enero de 1958, una nueva escala, A-3, con relojes distribuidos en organismos de muchos países. Esta escala pasó a definir, a partir de 1973, el Tiempo Atómico Internacional (TAI). En 1981 ya contaba con 118 relojes distribuidos en 25 laboratorios.

La XIV Conferencia General de Pesas y Medidas (1970) definió como nueva escala el TAI: *“El Tiempo Atómico Internacional es la coordenada de referencia temporal establecida por el Bureau Internacional de l'Heure sobre la base de las indicaciones de relojes atómicos en funcionamiento en diversos establecimientos conforme a la definición del segundo, unidad de tiempo del SI”*.

En la actualidad, los servicios de hora oficiales (en Argentina, el diseminado por el Observatorio Naval Buenos Aires) están basados en la escala TAI.

UTC: Tiempo Universal Coordinado

El Tiempo Atómico no depende de la rotación terrestre y guarda relación con la necesidad de que las definiciones científicas guarden relación y se adapten a la vida del hombre.

El Tiempo Atómico es perfectamente uniforme y la rotación de la Tierra no. No obstante, la vida se rige por la rotación de la Tierra, las actividades se realizan en función de la sucesión de los días y las noches. Para evitar un apartamiento no deseado entre el Tiempo Atómico y el Tiempo Solar se emplea el Tiempo Universal Coordinado, que es una escala de tiempo que marcha como el tiempo atómico, pero que está sujeto a saltos de 1 segundo entero para que no se aparte del Tiempo Solar en más de 0.9 de segundos.

Esta es la razón por la que todos los relojes del mundo se atrasan 1 segundo a las 12 de la noche del 30 de junio o el 31 de diciembre, de manera que la hora de los relojes se rija por esta escala de Tiempo Universal Coordinado en función del huso horario adoptado.

Hora civil, legal y oficial

Teniendo en cuenta el pequeño desfase entre el Sol medio y el verdadero, y que se ha definido la hora media como el tiempo que hace que pasó el Sol medio por el meridiano superior del lugar, el comienzo y cambio de día representaría un problema (ambos se darían de día). El evitar este problema es tan simple como trasladar el comienzo del día al paso del Sol medio por el antimeridiano o meridiano inferior.

Se define la *hora civil* como el tiempo transcurrido desde que el Sol medio cruzó el meridiano inferior. El cambio de día se produce por tanto a medianoche. Se cumplirá que:

$$\text{Hora civil} = \text{Hora media} + 12h.$$

Sin embargo, todavía queda por resolver un problema: la hora civil es local de cada meridiano. La actividad social del hombre está regida por el ritmo natural de la sucesión de los días y las noches, debido al movimiento diurno del Sol. Es importante entonces que el horario sea el mismo para todos, al menos dentro de una misma región o nación, es decir, que sea universal. El carácter local del tiempo civil implica una falta de universalidad.

Para sortear todos estos inconvenientes es necesario elegir arbitrariamente el tiempo civil de un meridiano particular, adoptándolo como tiempo único dentro de una región o país. Queda así solucionado el problema de un tiempo uniforme y único dentro de las fronteras del país, pero la dificultad permanecería sin resolver al pasar de un país al otro.

Para uniformar el tiempo a escala mundial se adoptó internacionalmente, en París en 1912, el sistema de cómputo del tiempo medio del huso horario. El cómputo del tiempo sólo se efectúa en los 24 meridianos geográficos básicos (o fundamentales), situados unos respecto a los otros exactamente cada 15° (o cada 1h) de longitud, convirtiéndose en el meridiano central de cada huso horario de amplitud 15°. Como meridiano del huso horario 0 se eligió el meridiano de Greenwich. El meridiano del huso horario número 1 está situado exactamente 15° al este del de Greenwich, el segundo a 30°, etc. Los límites de los husos horarios solamente siguen con exactitud los meridianos geográficos en los mares y océanos, así como en los lugares no poblados de la tierra firme. En su extensión restante dichas líneas pasan por las fronteras estatales, administrativas o geográficas, apartándose del meridiano correspondiente hacia uno u otro lado.

La *hora legal* de todos los lugares incluidos en un huso horario es igual a la hora civil del meridiano básico correspondiente a ese huso horario. La diferencia entre la hora civil y la legal de un lugar situado en un determinado huso horario es igual a la diferencia de longitud hasta el meridiano básico de ese huso horario ($H_c = H_l + (\lambda - \lambda_0)$). Puesto que los límites de los husos horarios están alejados de los meridianos básicos aproximadamente en 7°.5, la diferencia entre la hora civil y la legal es, como máximo, del orden de ± 30 m.

Se define el *tiempo universal (TU)* como la hora civil de Greenwich, y por tanto la hora legal del huso horario 0. Para el cálculo de la hora legal local basta sumar las horas que separan el huso oficialmente adoptado por el país o región del sitio de observación con el meridiano de Greenwich (**con su correspondiente signo**). Queda así la relación:

$$HL = TU + huso$$

Se tiene que el tiempo universal no es uniforme y es preciso corregirlo de sus irregularidades.

En función de las correcciones aplicadas se distinguen varias clases de tiempo universal:

- TU0: Es el TU determinado por un solo observatorio a partir del tiempo sidéreo verdadero, TSv, observado astronómicamente, teniendo en cuenta la diferencia de longitud entre el meridiano convencional del observatorio y el de Greenwich.
- TU1: Es el TU0 corregido por el movimiento de los polos terrestres.
- TU2: Es el TU1 corregido de las irregularidades estacionales del movimiento de rotación de la Tierra. El tiempo universal definitivo (hora definitiva) se obtiene como promedio del TU2 hallado por todos los observatorios que contribuyen a su determinación.

Hora Oficial Argentina

La diferencia entre los tiempos de los husos horarios de dos puntos es una cantidad entera de horas, igual a la diferencia entre los números ordinales de sus husos horarios. Con el fin de distribuir más racionalmente la energía eléctrica y emplear más ampliamente la luz del día, algunos países alteran en una hora, o dos durante una parte del año, la hora legal. Esta hora adelantada recibe el nombre de *hora oficial*, que es, por tanto, la hora de reloj.

En Inglaterra la Hora Oficial es la concerniente al meridiano de Greenwich y en la Argentina durante mucho tiempo fue la correspondiente al meridiano de Córdoba. La decisión del meridiano de referencia de cada país es de tipo político, al igual que el sistema de adoptar más de una hora de acuerdo a la extensión Este-Oeste del territorio o según las estaciones. Por ejemplo, EEUU posee cuatro horas distintas a lo ancho de su territorio que además en verano adelantan una hora. Por el contrario, en China, a pesar de lo extenso del país se conserva la misma hora oficial.

La Argentina se adhirió al sistema internacional de husos horarios el 01/05/1920, correspondiéndole el meridiano de 60° al oeste de Greenwich (huso -4) y por lo tanto la Hora Oficial Argentina (HOA) debería ser cuatro horas menos que en Inglaterra. Sin embargo, en 1930, el gobierno nacional adoptó la faja de 45° (tercer huso) al oeste de Greenwich, por lo que la hora de nuestro país tiene tres horas de diferencia con la hora de Greenwich¹⁷.

Transformaciones de Tiempo Solar

Se ha visto ya que el tiempo sidéreo es el método de relacionar coordenadas ecuatoriales absolutas y locales, permitiendo así determinar horas de paso de astros por determinados puntos, o bien para determinar la hora local de un lugar, de acuerdo a observaciones astronómicas.

Para las transformaciones de tiempo, considérese un círculo que represente el ecuador en una proyección acimutal polar. Sobre él se indica el meridiano local, el meridiano de Greenwich (G) y el huso -3. La longitud geográfica (λ) de Argentina es el ángulo diedro entre el plano del meridiano G y el plano del meridiano local. En algún instante cualquiera se mide la posición del Sol verdadero (S_v) mediante su ángulo horario (H_v) que corresponde al tiempo verdadero (T_v). A partir de ese valor de H_v , se aplica la ecuación del tiempo (E_t) y se encuentra la posición del Sol medio imaginario mediante su ángulo horario (H_m) correspondiente al tiempo medio (T_m).

¹⁷ Para la fecha de redacción de estos apuntes, 2020, se sigue manteniendo el mismo huso horario.

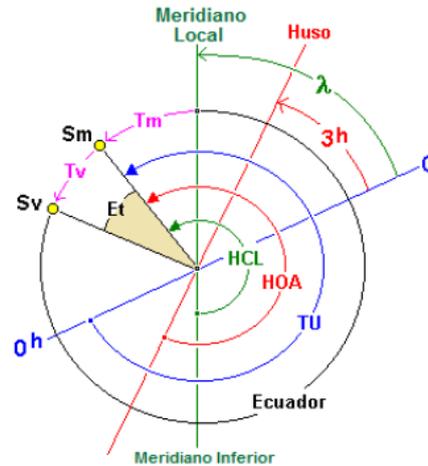


Figura 57: Relación entre las escalas de tiempo. Fuente: Podestá (2013)

Se define entonces:

Tiempo Universal (TU): ángulo medido desde el meridiano inferior de Greenwich, hasta la posición del Sm.

Hora Oficial Argentina (HOA): Medida desde el meridiano inferior del huso -3, hasta la posición del Sm.

Hora Civil Local (HCL): Medida desde el meridiano inferior del lugar, hasta la posición del Sm.

Según la Figura 57 se puede deducir los siguientes algoritmos para realizar las transformaciones de tiempo:

| Hv a TU | TU a Hv |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| $H_v = T_v$ | $TU + \text{huso} = HOA$ |
| $H_v - Et = H_m = T_m$ | $HOA - \lambda - \text{huso} = HCL$ |
| $T_m + 12 \text{ hs} = HCL$ | $HCL - 12 \text{ hs} = T_m = H_m$ |
| $HCL + \lambda - \text{huso} = HOA$ | $T_m + Et = T_v = H_v$ |
| $HOA - \text{huso} = TU$ | |

Transformaciones entre Tiempos Medios y Sidéreos

Si sobre el globo terrestre se dibuja el ecuador sobre el que se miden la longitud geográfica (λ), los tiempos, el meridiano del lugar (MI), el meridiano de Greenwich (G) y el meridiano que pasa por el punto vernal (γ) donde quiera que esté, el ángulo horario del punto vernal contado desde G es el *tiempo sidéreo de Greenwich* (θ_g). El ángulo horario del punto vernal desde la posición elegida es el *tiempo sidéreo local* (θ_l) (Figura 58).

El parámetro θ_0 llamado *Tiempo Sidéreo de Greenwich a 0h de TU* se extrae de las efemérides y es siempre un dato disponible. La transformación entre intervalos sidéreos y medios puede realizarse por dos caminos:

1. Coeficiente de corrección: Al ser conocida la diferencia entre tiempo medio y sidéreo (igual a 3m 56s.55536 por día), se puede calcular un coeficiente de corrección igual a la relación entre ambos tiempos.

$$\text{Corrección} = 24^h 03^m 56^s.55536 / 24 = 1.002737909351$$

Para pasar de tiempo medio a sidéreo, la corrección se aplica multiplicando. En el caso inverso habrá que dividir. El valor $\theta_g - \theta_0$ relacionado con la citada corrección recibe el nombre de *intervalo sidéreo (IS)*:

$$TU * \text{Corrección} = \theta_g - \theta_0$$

$$(\theta_g - \theta_0) / \text{Corrección} = TU$$

Este método es simple aunque aproximado:

2. Utilizando correcciones aditivas o sustractivas: Para lograr mejor precisión, se aplican correcciones por medio de tablas aditivas o sustractivas. Estos valores, tabulados en los almanaques náuticos, dependen de la hora, minutos y segundos del TU. Se aplican valores de tabla aditiva cuando se pasa de TU a TS y sustractiva de TS a TU.

Para ambos métodos, la transformación puede resumirse en:

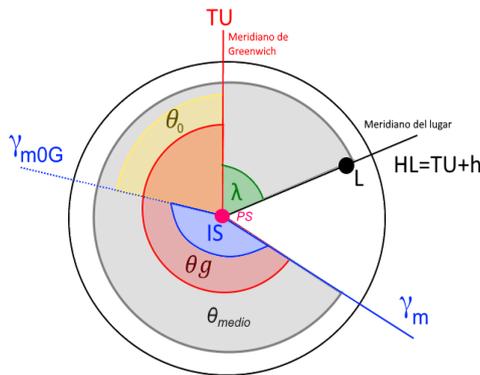


Figura 58: Tiempos sidéreos. Fuente: PARosell

| TU a TS (θ_l) con coef. corrección | TU a TS (θ_l) con tabla aditiva |
|---|--|
| $TU \times \text{Corrección} = IS$ | $TU + \text{valor de tabla} = IS$ |
| $IS + \theta_0 = \theta_g$ | $IS + \theta_0 = \theta_g$ |
| $\theta_g + \lambda = \theta_l$ | $\theta_g + \lambda = \theta_l$ |

Para calcular TS en base a TU, se realiza el camino inverso.

6 – Posiciones particulares

Introducción

En unidades anteriores, se definió al *movimiento diurno*, como aquel producido por la rotación diaria real de la Tierra alrededor de su eje en el sentido directo. La geometría del movimiento de las estrellas debido al movimiento diurno se produce en planos perpendiculares al eje de rotación, es decir, en planos paralelos al ecuador celeste.

La posición relativa del círculo del paralelo celeste y de los elementos de la esfera celeste relacionados con el lugar de observación (plano meridiano celeste local y horizonte), dan lugar que ciertas posiciones que son de particular interés para la astronomía de posición.

A continuación, se realizará un estudio de estas posiciones, denominadas *posiciones particulares*, así como la variación de las coordenadas horizontales de un astro a lo largo del movimiento diurno. En esta unidad se considerará constante la velocidad angular de rotación de la Tierra, y por tanto de la rotación de la esfera celeste, lo que es cierto con un gran nivel de aproximación.

Posiciones particulares

Hay cuatro casos particulares de singular interés que serán objeto de estudio detallado:

- Astro en el horizonte (orto y ocaso),
- Paso por el meridiano del lugar (culminación),
- Elongación (o máximas digresiones),
- Pasaje por el primer vertical,

Por otro lado, como un observador no puede determinar la posición de una estrella a simple vista, salvo en casos muy especiales (y que no constituyen la generalidad de los casos del movimiento diurno), es necesario determinar los elementos que fijan la posición de los mismos en un instante determinado. Estos elementos se llaman *elementos de calaje* y son:

- Hora oficial (HOA)
- Azimut (Az)
- Distancia cenital (z)

Astro en el horizonte: Salida y puesta de los astros.

En función de la latitud astronómica del lugar de observación y de las declinaciones de los astros, los paralelos celestes que describen el movimiento diurno pueden cortar el horizonte astronómico, disponerse sobre o debajo de él.

Cuando se produce intersección entre el paralelo celeste y el horizonte, la línea intersección se proyecta sobre la esfera celeste en dos puntos, el punto de salida u orto del astro localizado en el oriente, y el punto de puesta u ocaso localizado en el occidente.

La condición para que un astro tenga orto y ocaso es que no sean astros circumpolares (Figura 59) y se expresa como una relación entre los valores absolutos de la declinación del astro y de la latitud astronómica del lugar de observación:

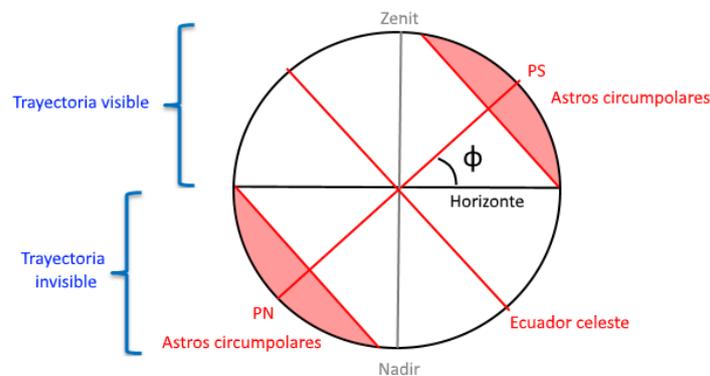


Figura 59: Áreas de astros circumpolares. Fuente: PARosell

$$|\delta| < 90^\circ - |\varphi| \quad \text{Condición que cumplen astros que salen y se ocultan}$$

$$|\delta| > 90^\circ - |\varphi| \quad \text{Condición que cumplen astros circumpolares}$$

Si el astro se encuentra en el ecuador celeste, es decir, si su declinación es cero, este astro sale exactamente en el punto este y se pone exactamente en el punto oeste. Si la declinación del astro es positiva, entonces éste sale por el nordeste y se pone por el noroeste. Si la declinación del astro es negativa, entonces éste sale por el sudeste y se pone por el sudoeste.

Si el observador se encuentra en algún punto sobre el ecuador terrestre, es decir, a latitud cero (Figura 60), para él todos los astros tienen orto y ocaso. Así, el eje del mundo está contenido en el horizonte, el polo celeste boreal coincide con el punto norte y el polo celeste austral coincide con el punto sur. El ecuador celeste es perpendicular al horizonte y contiene la vertical del lugar y todos los paralelos celestes son perpendiculares al horizonte. Por consiguiente, todos los astros salen y se ponen, transcurren sobre el horizonte astronómico 12h sidéreas, y otras tantas por debajo del mismo.

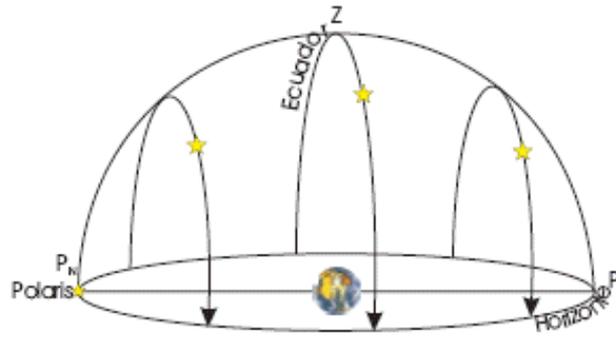


Figura 60: Observador en el ecuador

Si el observador se encuentra en el polo norte (Figura 61), latitud 90° , todos los astros con declinación positiva serán inocciduos (de trayectoria visible), mientras que todos los astros con declinación negativa serán inortivos (de trayectoria invisible). Un astro con declinación cero se movería por el horizonte a lo largo del movimiento diurno. El eje del mundo coincide con la vertical del lugar (el polo celeste boreal coincide con el cenit, el polo celeste austral con el nadir) y el ecuador con el horizonte. Por esto, los planos paralelos celestes son paralelos al horizonte, y los astros ni salen ni se ponen. Si el observador se encuentra en el polo sur siempre verá los astros del hemisferio austral, es decir, aquellos con declinación negativa, y nunca los del hemisferio boreal.

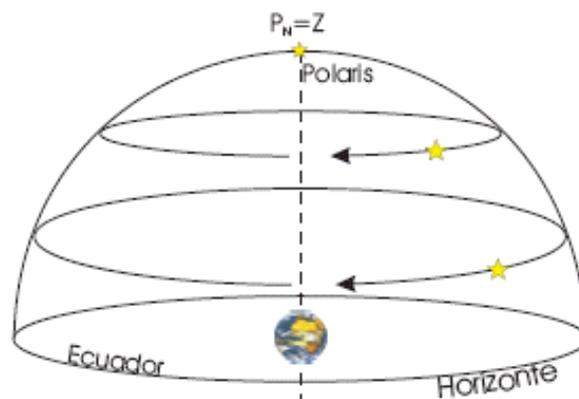


Figura 61: Observador en el Polo Norte

Si el observador se encuentra a una latitud astronómica distinta de 0° , 90° y -90° (Figura 62), una parte de los astros serán para él ortivos y occiduos (tendrán orto y ocaso), mientras que otra parte serán inortivos e inocciduos.

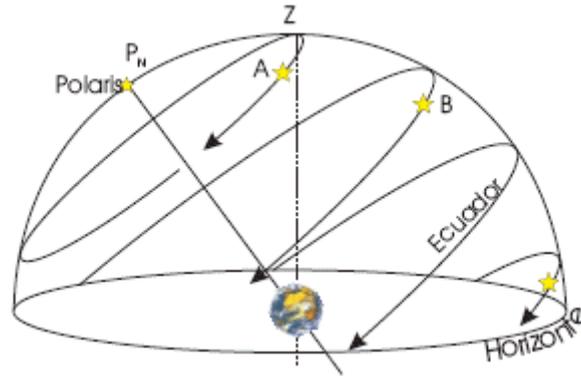


Figura 62: Observador en latitudes intermedias

Elementos de calaje

Distancia cenital

Por encontrarse los astros sobre el horizonte en sus dos posiciones (orto y ocaso), su altura h es 0° , por lo tanto, su distancia cenital z es igual a 90° .

$$z = 90^\circ$$

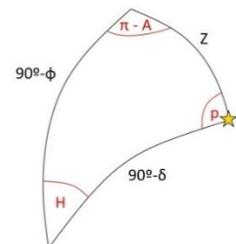
HOA

En la unidad anterior se determinó que el Tiempo Sidéreo es igual a la suma de la ascensión recta y el ángulo horario del astro ($TS=AR+H$). Aplicando el teorema del coseno a un lado del triángulo de posición y, sabiendo el valor que toma la distancia cenital, queda determinado que:

$$\begin{aligned} \cos z &= \cos(90 - \varphi) \cos(90 - \delta) + \sin(90 - \varphi) \sin(90 - \delta) \cos H \\ \cos z &= \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H \end{aligned}$$

Pero como $\cos 90^\circ = 0$, despejando $\cos H$ se llega a que:

$$\cos H = -\tan \varphi \tan \delta$$



Ahora bien, si se realiza un análisis de cuadrantes, se tendrán los siguientes casos:

- 1) Si $|\varphi| + |\delta| > 90^\circ \rightarrow \tan \varphi \tan \delta > 1$, lo cual no podría ser, puesto que, según la fórmula para el cálculo del ángulo horario, $\cos H$ sería > 1 . Esto se interpreta como que el astro no corta el horizonte. Esto puede darse en otros dos casos:
 - a. Astro en el mismo hemisferio del observador y trayectoria siempre visible. Entonces el *signo* $\varphi = \text{signo } \delta$.

- b. Astro en distinto hemisferio y con trayectoria no visible. Entonces el $\text{signo } \varphi \neq \text{signo } \delta$.
- 2) Si φ y δ son de igual signo, implica que $\cos H$ es negativo y H debe estar entonces en el II o III cuadrante. Esto indica que todos los astros son visibles para el observador un tiempo mayor de $2H > 12h$ (entre la salida y puesta). Es mayor el tiempo que el astro permanece visible que invisible (como es el caso del Sol en verano).
 - 3) Si φ y δ son de distinto signo, respetando la condición de corte dada en el primer caso, el $\cos H$ es positivo, así H está en el I o IV cuadrante. Entonces $2H < 12h$, lo que indica que el astro está más tiempo bajo el horizonte que sobre él.
 - 4) Si $\delta = 0$ el astro está siempre circulando en el ecuador celeste. Esto implica que la $\text{tg } \delta = 0$ y el $\cos H = 0$. Por lo tanto $H = 90^\circ = 6h$. El arco sobre el horizonte es igual al arco bajo el horizonte. Es el caso del Sol en los equinoccios.
 - 5) Si $\varphi = 0$ el observador está situado sobre el ecuador terrestre. Esto implica que la $\text{tg } \varphi = 0$ y el $\cos H = 0$. Por lo tanto $H = 90^\circ = 6h$. El astro está 12h sobre el horizonte y 12h abajo. Los arcos descriptos por el astro siempre son planos verticales.

Como el ángulo H es siempre positivo, el análisis anterior no permite analizar si se trata de la salida o puesta del astro. Para ello se utilizará H tanto con signo positivo (medido en sentido retrógrado) como con signo negativo (medido en sentido directo). Esto permite ahora, el cálculo del TS para ambas posiciones sobre el horizonte.

Queda entonces:

Salida \rightarrow TS= AR - H (al este)
Puesta \rightarrow TS= AR + H (al oeste)

Donde AR se extrae de las efemérides de los astros, y TS se transforma a HOA.

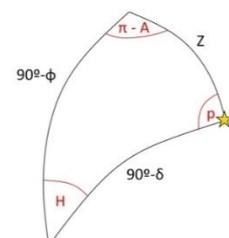
Acimut

Aplicando teorema del coseno al lado $90^\circ - \delta$, y sabiendo que $\cos 90^\circ = 0$ y $\sin 90^\circ = 1$

$$\cos(90 - \delta) = \cos(90 - \varphi) \cos z + \sin(90 - \varphi) \sin z \cos(\pi - A)$$

$$\sin \delta = -\cos \varphi \cos A$$

$$\cos A = -\frac{\sin \delta}{\cos \varphi}$$



El acimut de un astro que sale está encasillado en el III o IV cuadrante:

$$\delta < 0 \rightarrow \cos A > 0 \rightarrow Az \in 4^{to} \text{ cuadrante } (Az_v = 360 - Az_{Calc})$$

$$\delta > 0 \rightarrow \cos A < 0 \rightarrow Az \in 3^{er} \text{ cuadrante } (Az_v = 360 - Az_{Calc})$$

Los astros que se ocultan lo harán en el I o II cuadrante:

$$\delta < 0 \rightarrow \cos A > 0 \rightarrow Az \in 1^{er} \text{ cuadrante } (Az_v = Az_{Calc})$$

$$\delta > 0 \rightarrow \cos A < 0 \rightarrow Az \in 2^{do} \text{ cuadrante } (Az_v = Az_{Calc})$$

Paso por el meridiano del lugar: Culminación de un astro

El paralelo celeste de cada astro corta en un punto al meridiano del lugar superior y en otro punto al meridiano del lugar inferior. Estos puntos se denominan *culminación superior e inferior* del astro. En la culminación superior el astro alcanza su altura máxima, mientras que en la culminación inferior el astro alcanza su altura mínima.

El tipo de culminación superior de un astro se puede clasificar según sea al norte o sur del cenit. La clasificación anterior vale también para culminaciones inferiores. En la Figura 64 se representa las culminaciones al norte y al sur del cenit. Se hace necesario también tener en cuenta los valores que tomará el ángulo horario.

Para los astros que no se ponen en la latitud astronómica dada, ambas culminaciones, tanto la superior como la inferior, son accesibles a las observaciones. Para los astros ortivos y occiduos solamente es accesible la culminación superior, ya que la culminación inferior transcurre por debajo del horizonte. Para los astros inortivos ambas culminaciones son inaccesibles a las observaciones, pues transcurren por debajo del horizonte.

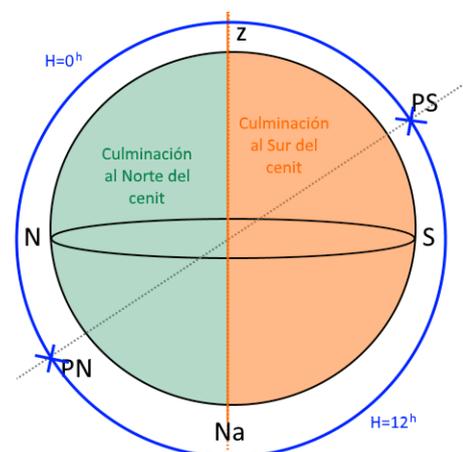


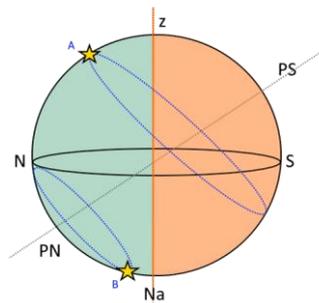
Figura 63: Culminación de un astro

Elementos de calaje

HOA y Acimut

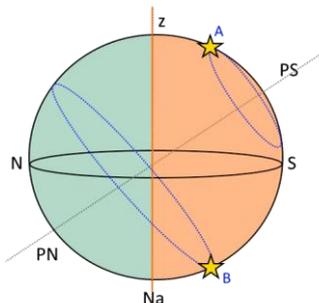
- Culminación al Norte del Cenit

| Superior (A) | Inferior (B) |
|------------------|------------------|
| $Az = 180^\circ$ | $Az = 180^\circ$ |
| $H = 0^h$ | $H = 12^h$ |
| $TS = AR$ | $TS = AR + H$ |



- Culminación al Sur del Cenit

| Superior (A) | Inferior (B) |
|----------------|----------------|
| $Az = 0^\circ$ | $Az = 0^\circ$ |
| $H = 0^h$ | $H = 12^h$ |
| $TS = AR$ | $TS = AR + H$ |



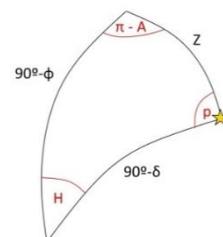
En el momento de la culminación superior se puede decir que el astro recorrió la mitad del hemisferio visible. 12 horas más tarde, culminará inferiormente.

Distancia cenital:

Aplicando teorema del coseno sobre un lado del triángulo de posición, se obtiene:

$$\cos z = \cos(90 - \varphi) \cos(90 - \delta) + \sin(90 - \varphi) \sin(90 - \delta) \cos H$$

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H$$



Como el valor de la distancia cenital depende del ángulo horario H, y sabiendo que éste puede tomar sólo dos valores (0° y 180°) y que el coseno de estos ángulos es 1 y -1 respectivamente, la ecuación anterior se reduce a:

| Superior | Inferior |
|---|---|
| $\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H$ | $\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H$ |
| $\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta$ | $\cos z = \sin \varphi \sin \delta - \cos \varphi \cos \delta$ |
| $\cos z = \cos(\varphi - \delta)$ | $\cos z = -\cos(\varphi + \delta)$ |
| $z = \varphi - \delta$ | $z = 180 - (\varphi + \delta) $ |

Cuando se estudiaron las coordenadas del sistema local horizontal se determinó a la distancia cenital como siempre positiva. Para este único caso, y considerando sólo culminación superior, se le otorgará signo según sea culminación al norte (Z negativo) o al sur (Z positivo).

Considerando un observador ubicado en el Hemisferio Sur (latitud negativa), se tiene que:

- Si φ y δ son igual signo

$$\text{Si } |\delta| > |\varphi| \rightarrow z > 0 \rightarrow \text{Culminación entre el Cenit y el PSc}$$

$$\text{Si } |\delta| < |\varphi| \rightarrow z < 0 \rightarrow \text{Culminación entre el Cenit y el PNc}$$

- Para φ y δ son de distinto signo

$$\delta > 0 \rightarrow z < 0 \rightarrow \text{Culminación entre el Cenit y el PNc}$$

Máximas digresiones: Elongación

Si un astro tiene su culminación superior entre el cenit y el polo celeste del hemisferio visible, el acimut a lo largo de su movimiento diurno, no tomará valores continuos entre 0° y 360° sino que toma valores máximos y mínimos. Al oeste, el acimut no supera los 90°, mientras que al este el valor es siempre mayor a 270° (Figura 64). Cuando el astro llega a sus límites de acimut se cumple que el paralelo celeste es tangente al vertical del astro y por lo tanto, está en su máxima separación del meridiano del lugar. A estas posiciones se las conoce como *máximas digresiones o elongación*.

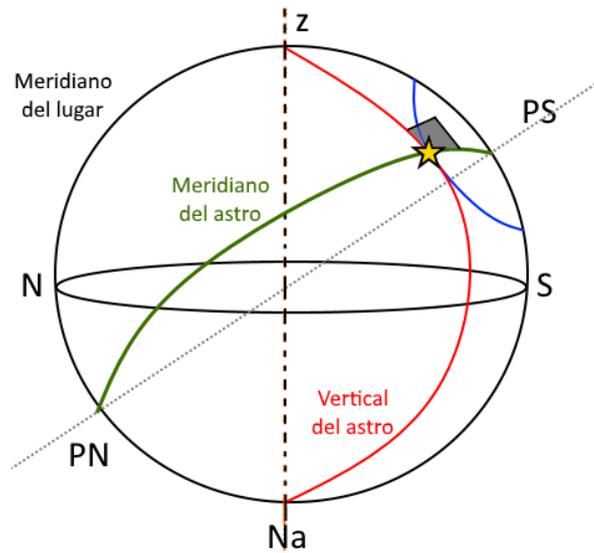


Figura 64: Elongación

Estas posiciones presentan dos ventajas en los problemas de la astronomía de posición. Por un lado, el triángulo de posición del astro tendrá un ángulo recto en el astro (ángulo paraláctico $q = 90^\circ$), lo que simplifica la formulación. Por otro lado, cuando el astro se encuentra en, o muy cerca, de una máxima digresión, su acimut astronómico varía muy lentamente lo que hace menos crítica la medida del tiempo en el instante de observación. Esto es muy importante dada la dificultad de realizar este tipo de observaciones con alta precisión.

Elementos de calaje

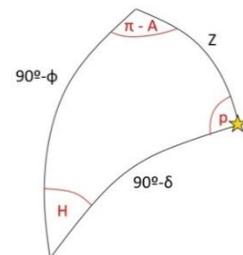
HOA

Aplicando el teorema de los cinco elementos, se tiene que:

$$\sin z \cos q = \sin(90 - \delta) \cos(90 - \varphi) - \cos(90 - \delta) \sin(90 - \varphi) \cos H$$

$$0 = \cos \delta \sin \varphi - \sin \delta \cos \varphi \cos H$$

$$\cos H = \frac{\tan \varphi}{\tan \delta}$$



Al igual que en astro en horizonte, el ángulo horario se considera positivo si elonga al Oeste y negativo si elonga al Este.

Por otro lado, se pueden dar las siguientes situaciones de acuerdo a los signos de φ y δ .

- 1) $\text{signo } \varphi = \text{signo } \delta \rightarrow \cos H > 0$
 - a. $H_o \in \text{cuadrante I}$ - Valor calculado = valor real

- b. $H_E \in$ cuadrante IV - Valor calculado = 360 - valor real
- 2) $\text{signo } \varphi \neq \text{signo } \delta \rightarrow \cos H < 0$
 - a. $H_o \in$ cuadrante II - Valor calculado = valor real
 - b. $H_E \in$ cuadrante III - Valor calculado = 360 - valor real
- 3) $|\delta| = 90^\circ \rightarrow \cos H = 0 \rightarrow$ Astro en el polo
- 4) $\varphi = 0^\circ \rightarrow \cos H = 0 \rightarrow$ Astro elonga en el horizonte

Analizado esto, se procede a determinar el Tiempo Sidéreo del astro:

$$TS = AR + H$$

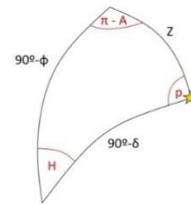
Por lo tanto, la HOA se obtendrá al realizar la transformación del TS.

Distancia cenital

$$\cos(90 - \varphi) = \cos z \cos(90 - \delta) + \sin z \sin(90 - \delta) \cos q$$

$$\sin \varphi = \cos z \sin \delta$$

$$\cos z = \frac{\sin \varphi}{\sin \delta}$$



Analizando el signo de esa fórmula, se obtiene que:

Si signo $\delta = \varphi \rightarrow \cos z > 0 \therefore 0^\circ < z < 90^\circ \rightarrow$ astro con elongación visible

Si signo $\delta \neq \varphi \rightarrow \cos z < 0 \therefore 90^\circ < z < 180^\circ \rightarrow$ astro con elongación invisible

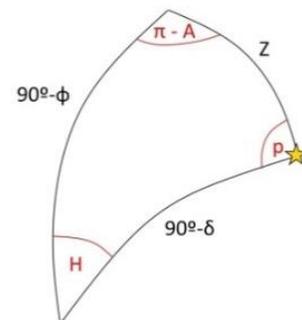
Si $\varphi = 0 \rightarrow \cos z = 0 \therefore z = 90^\circ \rightarrow$ Todos los astros elongan sobre el horizonte

Azimut

Aplicando teorema del seno

$$\frac{\sin(180 - A)}{\sin(90 - \delta)} = \frac{\sin q}{\sin(90 - \varphi)}$$

$$\sin A = \frac{\cos \delta}{\cos \varphi}$$



Esta fórmula sólo brinda el valor absoluto del azimut por dar siempre senos positivos, por lo tanto, no sirve el análisis de cuadrantes. El Azimut se considera positivo si el astro elonga al Oeste y negativo si elonga al Este.

Primer vertical

La condición que se debe cumplir para que astro corte el primer vertical es que declinación esté comprendida entre 0° y la latitud del lugar. Es decir, se debe cumplir que:

$$|\delta| \leq |\varphi|$$

En este caso habrá dos pasos por el primer vertical, uno al oeste y otro al este, con acimutes de 90° y 270° respectivamente (Figura 65).

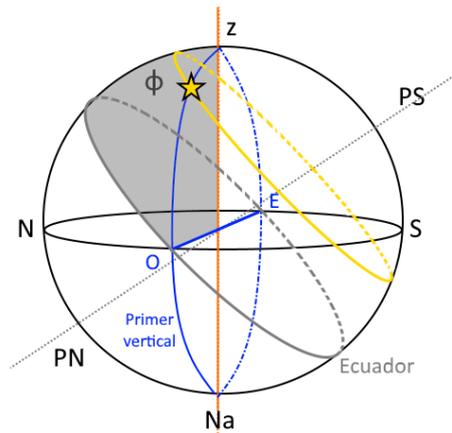


Figura 65: Paso por el primer vertical

La ventaja que presentan estas posiciones para la resolución de los métodos de la astronomía de posición consiste en que, en el triángulo de posición relativa de cenit, polo celeste y astro, el ángulo en el cenit será de 90° y la formulación se simplifica.

Elementos de calaje

Acimut

Como el Primer Vertical es perpendicular a la línea meridiana (Norte-Sur), los valores que tomará este elemento son 90° si cruza al Oeste, y 270° si cruza al Este.

HOA

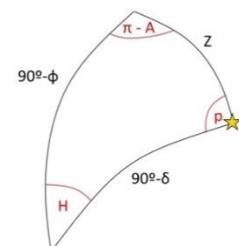
Aplicando el teorema de los cinco elementos:

$$\begin{aligned} \sin z \cos(180 - A) &= \sin(90 - \varphi) \cos(90 - \delta) - \cos(90 - \varphi) \sin(90 - \delta) \cos H \\ - \sin z \cos A &= \cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \cos H \end{aligned}$$

Sabiendo que cos 90 y cos 270 valen 0

$$\cos H = \frac{\tan \delta}{\tan \varphi}$$

Analizando los cuadrantes según los signos de φ y δ , se tiene que si:



- 1) $\text{signo } \varphi = \text{signo } \delta \rightarrow \cos H > 0$
 - a. $H_o \in$ cuadrante I - Valor calculado = valor real
 - b. $H_E \in$ cuadrante IV - Valor calculado = 360 - valor real
- 2) $\text{signo } \varphi \neq \text{signo } \delta \rightarrow \cos H < 0$
 - a. $H_o \in$ cuadrante II - Valor calculado = valor real
 - b. $H_E \in$ cuadrante III - Valor calculado = 360 - valor real
- 3) $\delta = 0^\circ \rightarrow \cos H = 0$ Astro en el ecuador celeste
 - a. $H_o = 90^\circ$
 - b. $H_E = 270^\circ$
- 4) $\varphi = 0^\circ \rightarrow \cos H$ no podría ser \rightarrow Ningún astro cortaría el primer vertical

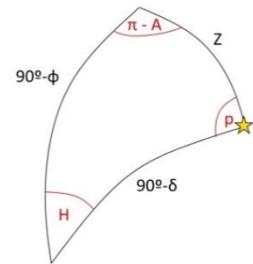
Por último, sabiendo que $TS = AR + H$, se calcula TS y se lo transforma a HOA (No olvidar que el ángulo horario se considera positivo al Oeste y negativo al Este).

Distancia cenital

$$\cos(90 - \delta) = \cos z \cos(90 - \varphi) + \sin z \sin(90 - \varphi) \cos(180 - A)$$

Sabiendo que $\cos 90$ y $\cos 270$ valen 0 y despejando $\cos z$

$$\cos z = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi}$$



Para que el cruce sea visible, se debe cumplir que $0^\circ < z < 90^\circ$, lo que se da cuando los signos de la declinación y la latitud son iguales.

Si los signos son diferentes, se da que $\cos z < 0 \therefore 90^\circ < z < 180^\circ$ y el cruce se da por debajo del horizonte.

Si el valor de la declinación y la latitud son iguales, $\cos z = 1$, se da un caso límite en que el cruce al Este y Oeste se da en el Cenit.

Por último, si la declinación es igual a 0, el astro es ecuatorial y los cruces se dan en el horizonte.

Variación de las coordenadas de los astros durante el movimiento diurno

Cuando el astro sale o se pone su altura es cero, y los acimutes de salida y puesta dependen de la declinación del astro y de la latitud del lugar de observación. En el momento de su culminación superior la distancia cenital del astro es mínima, su altura máxima, y el acimut es cero si culmina al sur del cenit, y 180° si culmina al norte del cenit. Desde la culminación inferior hasta la superior la distancia cenital del astro disminuye y su altura aumenta; desde la culminación superior hasta la inferior, por el contrario, la distancia cenital aumenta y la altura disminuye. Con esto el acimut del astro varía también dentro de los límites determinados.

De tal modo, las coordenadas horizontales del astro varían continuamente como resultado de la rotación diurna de la esfera celeste, y si el astro está invariablemente vinculado con la esfera (es decir, su declinación y ascensión recta permanecen constantes) las coordenadas horizontales adquieren sus valores anteriores cuando la esfera celeste completa una revolución.

Puesto que los paralelos celestes de los astros en todas las latitudes (excepto en los polos) están inclinados con relación al horizonte, las coordenadas horizontales varían irregularmente, incluso durante la rotación diurna uniforme de la esfera celeste. La altura del astro y su distancia cenital varían más lentamente cerca del meridiano, es decir, en el momento de las culminaciones.

El acimut, por el contrario, varía en estos momentos con mayor rapidez. El ángulo horario del astro varía constantemente y regularmente ya que se miden sobre el ecuador celeste y durante la rotación uniforme de la esfera celeste las variaciones de los ángulos horarios son proporcionales a los intervalos de tiempo. La regularidad de la variación de los ángulos horarios tiene muchísima importancia para la medición del tiempo.

Por las observaciones se sabe que, para un determinado lugar de observación, cada estrella sale o se pone en un mismo punto del horizonte, y que su declinación es siempre igual (al menos notablemente). A su vez, los puntos de salida y puesta del Sol, de la Luna y de los planetas, así como su declinación en los distintos días del año, son diferentes. Por consiguiente, las declinaciones de estos astros varían constantemente con el transcurso del tiempo.

Movimiento diurno del sol en las distintas latitudes

Observador situado en el polo norte de la Tierra

Para este observador serán astros inocciduos aquellos de declinación positiva, e inortivos aquellos de declinación negativa. El Sol tiene declinación positiva desde el equinoccio de primavera hasta el equinoccio de otoño, por consiguiente, el Sol es aproximadamente medio año un astro inocciduo y medio año es un astro inortivo.

El día del equinoccio de primavera del Hemisferio Norte el Sol aparece sobre el horizonte, y como resultado de la rotación diurna de la esfera celeste, describe curvas que se aproximan a la circunferencia y que son casi paralelas al horizonte, elevándose cada día más y más. En el día del solsticio vernal el Sol alcanza su altura máxima, igual a la oblicuidad de la eclíptica.

Luego, el Sol comienza a aproximarse al horizonte, su altura disminuye gradualmente y, después del día del equinoccio de otoño se oculta tras el horizonte. El día, que duró medio año, se acaba y comienza la noche, que dura también medio año. El Sol, que prosigue describiendo curvas casi paralelas al horizonte, por debajo de éste, desciende más y más.

En el día del solsticio hiemal el Sol descenderá sobre el horizonte en una altura igual a la oblicuidad de la eclíptica. Después comenzará de nuevo a aproximarse al horizonte, su altura aumentará y antes del equinoccio de primavera el Sol de nuevo aparecerá sobre el horizonte. Si el observador se sitúa en el polo sur de la Tierra todo se invierte.

Observador situado en el círculo polar ártico ($\varphi = 90^\circ - \varepsilon$)

Serán inocciduos astros con declinación positiva mayor que la oblicuidad de la eclíptica, e inortivos astros con declinación negativa menor que la oblicuidad de la eclíptica (o mayor en valor absoluto). En el círculo polar ártico el Sol no se pone en el día del solsticio vernal (a medianoche el centro del Sol contacta con el horizonte solamente en el punto norte) y no sale en el día del solsticio hiemal (a mediodía el centro del disco solar contactará solamente con el horizonte en el punto sur, descendiendo después debajo del horizonte). En los restantes días del año en esta latitud el Sol sale y se pone. Con esto, al mediodía, alcanza su altura máxima en el día del solsticio vernal, $46^\circ 52'$, y su altura mínima a mediodía en el día del solsticio hiemal, 0° . En el círculo polar antártico sucede lo contrario. Los círculos polares boreal y austral son los límites teóricos de aquellas latitudes geográficas donde son posibles los días y noches polares (días y noches que duran más de 24h). En los lugares situados dentro de los círculos polares, el Sol es un astro inocciduo o inortivo tanto más tiempo cuanto más cerca

esté el lugar de los polos geográficos. A medida que el observador se acerca a los polos aumenta la duración de los días y de las noches.

Observador situado en el Trópico de Cáncer ($\varphi = \varepsilon$)

El Sol siempre es un astro ortivo y occiduo. Analizando sus culminaciones, se tiene que en el día del solsticio vernal, alcanza una altura máxima de 90° , es decir, pasa por el cenit. En los restantes días del año el Sol culmina al mediodía al sur del cenit. En el día del solsticio hiemal su altura mínima al mediodía es $43^\circ 8'$. En el trópico de Capricornio el Sol también sale y se pone siempre. La altura máxima sobre el horizonte al mediodía la alcanza el día del solsticio hiemal, y su altura mínima en el día del solsticio vernal. En los restantes días del año el Sol culmina aquí a mediodía hacia el norte del cenit.

Observador situado entre los trópicos y los círculos polares

En esta posición el Sol sale y se pone cada día del año. La duración del día es, durante medio año, mayor que la duración de la noche, y la noche dura, durante medio año, más que el día. La altura del Sol a mediodía es siempre menor de 90° (excepto en los trópicos) y es mayor que 0° (excepto en los círculos polares).

Observador situado en el ecuador de la Tierra

Todos los astros, incluido el Sol, son ortivos y occiduos. Con esto, dichos astros se encuentran 12 horas sobre el horizonte y 12 debajo de éste. Por consiguiente, en el ecuador la duración del día siempre es igual a la duración de la noche. Dos veces al año el Sol se encuentra a mediodía en el cenit, los días de los equinoccios. Desde el equinoccio de primavera hasta el de otoño, el Sol en el ecuador culmina a mediodía hacia el norte del cenit, y desde el equinoccio de otoño hasta el de primavera culmina hacia el sur del cenit. La altura mínima del Sol en la culminación es de $66^\circ 34'$ en los días de los solsticios.

Observador situado entre el ecuador y los trópicos

El Sol se encuentra en el cenit al mediodía dos veces al año, en aquellos días en que su declinación es igual a la latitud geográfica del lugar.

Intervalos de tiempo

Duración del día y de la noche, tiempo de insolación

La duración de un determinado día del año en un determinado lugar se obtiene teniendo en cuenta que las posiciones de orto y ocaso del Sol son correspondientes y que la altura del Sol

se anula en las mismas. Considerando el triángulo de posición para el Sol en la posición del ocaso de cualquier día, teniendo en cuenta que son datos conocidos la altura del Sol ($h = 0$), la latitud del lugar y la declinación del Sol ese día, se puede obtener el ángulo horario del ocaso. Dicho de otra forma, el ángulo horario obtenido sería el tiempo, en unidades sidéreas, que invierte el Sol en ir desde la culminación superior hasta su ocaso. El doble del resultado anterior será la duración del día y sólo restaría pasar a tiempo medio. También se podría plantear el problema resolviendo el triángulo de posición para la puesta. Estos resultados no son exactos debido a que no tienen en cuenta la variación de la declinación del Sol a lo largo del día, ni la falta de uniformidad en la velocidad del Sol.

Crepúsculo. Noches blancas.

Se denomina crepúsculo a la claridad variable que precede la salida del Sol o sigue su puesta. Es producido por la difusión de la luz del Sol por las capas altas de la atmósfera, por lo que su intensidad depende de la latitud y altitud del observador, la época del año (es decir, la declinación del Sol) y de la situación atmosférica. La parte del día después de la puesta del Sol se denomina crepúsculo vespertino, y la parte antes de la salida de éste se denomina crepúsculo matutino (alba o aurora).

Por convenio se han definido tres tipos de crepúsculos (Figura 66), en base a la altura h , por debajo del horizonte, a la que el Sol se encuentra en el inicio o fin del crepúsculo. Cuando tal altura es $h = -6^\circ$ se habla de crepúsculo civil; en tal instante son visibles algunos planetas y estrellas de primera magnitud y es cuando teóricamente se debe encender la iluminación artificial de las ciudades. Cuando $h = -12^\circ$ se habla de crepúsculo náutico; en este instante son visibles las estrellas más brillantes de las principales constelaciones. Cuando $h = -18^\circ$ se habla de crepúsculo astronómico; en este momento es noche cerrada y, si el cielo está despejado, son visibles estrellas de sexta magnitud (límite de magnitud de las estrellas visibles a simple vista).

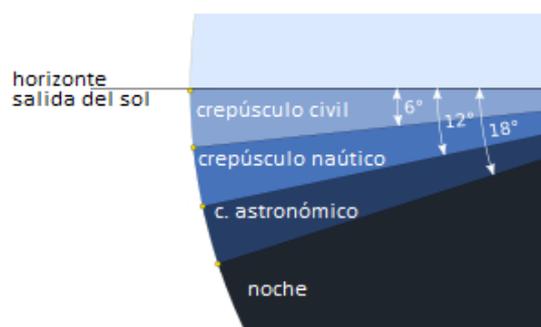


Figura 66: Crepúsculos

En la latitud astronómica $\varphi = 60^{\circ}34'$, aproximadamente, en el día del solsticio estival, la altura del Sol en su culminación inferior (a medianoche) es igual a $h = -6^{\circ}$. Por consiguiente, el final de los crepúsculos vespertinos civiles coincide con el comienzo de los crepúsculos matutinos civiles, es decir, los crepúsculos civiles duran toda la noche, lo que dio motivo para llama a este fenómeno *noche blanca*. El número de noches blancas al año y la posibilidad de su comienzo dependen de la latitud astronómica del lugar y de la declinación del Sol. Para que el crepúsculo civil dure toda la noche es necesario que la declinación del Sol cumpla,

$$\delta_s \geq 90^{\circ} - \varphi - 6^{\circ} \rightarrow \delta_s \geq 84^{\circ} - \varphi$$

Los crepúsculos astronómicos pueden durar toda la noche si se cumple que la declinación del Sol sea:

$$\delta_s \geq 90^{\circ} - \varphi - 18^{\circ} \rightarrow \delta_s \geq 72^{\circ} - \varphi$$

Duración de las estaciones.

De acuerdo a la segunda ley de Kepler la velocidad de traslación de la Tierra alrededor del Sol no es constante, sino que es máxima en las proximidades del perihelio y mínima en las proximidades del afelio. Considerando el movimiento aparente del Sol, la velocidad será máxima en las proximidades del perigeo y mínima en las proximidades del apogeo. Por tanto, la velocidad del Sol se relaciona con su posición respecto a la línea de los ápsides.

La definición de las estaciones está relacionada con la declinación del Sol según se desplaza en la eclíptica. Se puede considerar que la declinación, y por tanto las estaciones, se relacionan con la posición del Sol respecto de la línea de los equinoccios.

Se deduce de todo lo anterior que cada estación tiene una duración diferente y además no es constante a lo largo del paso de los años. En la actualidad la estación más larga es el verano, seguida de primavera, otoño e invierno en orden decreciente de duración.

Si la línea de los ápsides coincidiese con la línea de los equinoccios serían iguales las estaciones dos a dos; por un lado, serían iguales las duraciones del verano y del otoño y, por otro lado, serían iguales las duraciones del invierno y de la primavera.

Debido a la retrogradación del punto Aries, $50.2''$ año, y al movimiento en sentido directo de la línea de los ápsides, $11.7''$ año, ambas líneas se acercan anualmente una magnitud de $61.9''$.

La separación entre ambas es aproximadamente 12° .

Caso de estudio: Replanteo de la meridiana

El replanteo de la meridiana consiste en la materialización de la línea que marca el Norte-Sur cardinal y por consiguiente también, la línea Este-Oeste. De todos los métodos existentes, se estudiarán los métodos por brújula y con astro en culminación.

Brújula

El método consta el aprovechar la orientación de una aguja imantada que apunta al polo norte magnético terrestre. Como este polo no coincide con la posición del polo norte geográfico, se debe aplicar una corrección llamada *ángulo de declinación magnética* δ_m , el cual representa el ángulo entre el meridiano del lugar verdadero y el magnético. Los valores de δ_m se calculan anualmente y varían según la posición del observador. Dichos valores pueden encontrarse en las llamadas *Cartas isógona* (Figura 67), la cual representa a modo de curvas de nivel, los puntos con igual valor de declinación. La δ_m se considera positiva al Este, y negativa al Oeste.

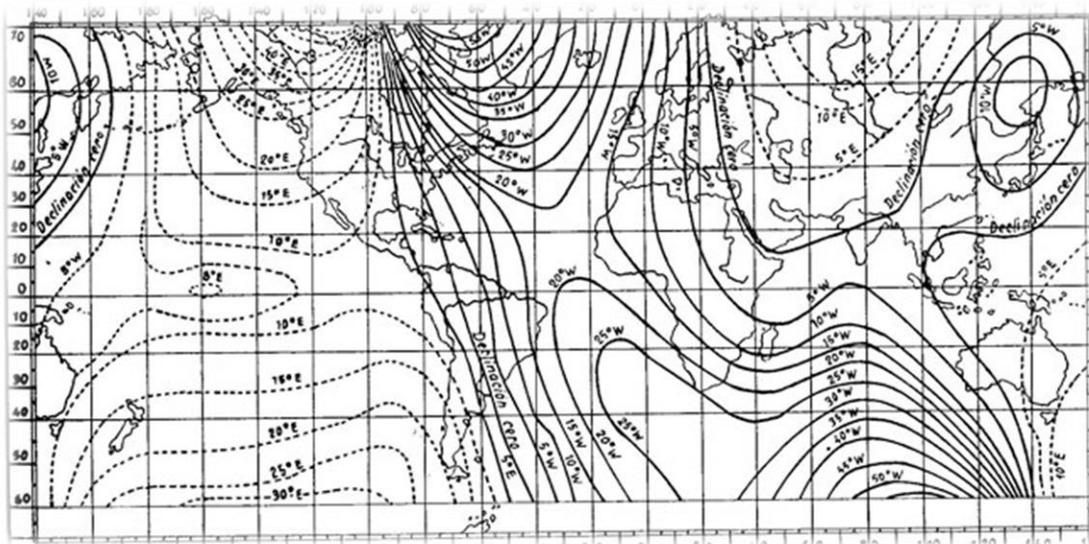


Figura 67: Carta isógona

Para encontrar el Norte basta con seguir la dirección de la brújula y aplicarle la corrección del ángulo de declinación, esto es, girando su plano horizontal según corresponda. Cabe mencionar que este es un método muy poco preciso ya que la extensa red de electricidad y todos los elementos metálicos que rodean la brújula afectan la dirección a la que apunta la aguja, convirtiéndolo sólo en un método expeditivo. Si se requieren trabajos con mayor precisión, será necesario contar con otros métodos.

Astro en culminación

Un método más preciso que el uso de una brújula es la utilización de una de las posiciones particulares de los astros: culminación. Esto se debe a que, en esta posición, los astros atraviesan el meridiano del lugar y por lo tanto, es posible utilizar ese momento para materializar la línea meridiana.

Para aplicar este método basta con conocer los elementos de calaje de un astro en culminación para un día y hora, utilizando un astro de baja magnitud (la mejor que se consiga para el momento que se desea trabajar) que impida la confusión con otros astros. Con los datos de Acimut y Distancia cenital se podrá tener preparado el instrumento a utilizar. Estos pueden ser telescopio con montura acimutal o ecuatorial (previa transformación de coordenadas), teodolito o estación total.

A la hora calculada, bastará con esperar que el astro “camine” por el hilo horizontal del retículo del ocular y, en ese momento, fijar el lente y apuntar a dos posiciones en el terreno (mínimo), con ayuda de un operario que coloque marcadores en el suelo (estacas, mojones, etc.). La unión de estos dos puntos dará la posición de la línea meridiana. Sabiendo esto y que la línea Este-Oeste es perpendicular a la Norte-Sur, bastará un giro de 90° para poder materializar, de igual manera, esta línea.

7 - Astronomía de posición

Introducción

El objeto de la Astronomía de Posición es la determinación de las coordenadas geográficas terrestres de un Punto Estación, por medio de la observación a los astros. Como se estudió en unidades anteriores, un lugar de la tierra está caracterizado por la dirección de su vertical, por lo tanto la Astronomía de Posición da simplemente la dirección de esa vertical con relación a un sistema de ejes ligado a la Tierra, definido por el Eje del Mundo, el Ecuador y el Meridiano Origen (Meridiano de Greenwich).

Al no existir instrumentos que permitan la medición directa de estas direcciones (latitud, longitud y azimut), se procede a su determinación por medio de cálculos basados en el triángulo de posición y haciendo uso del conocimiento analítico de las posiciones particulares de los astros, por ser las que menos errores generan en los cálculos.

Azimut de una dirección terrestre

El acimut de una línea cualquiera es el ángulo que forma el meridiano del lugar con el plano vertical que contiene dicha línea. Si se consideran las proyecciones de los planos verticales sobre el horizonte del observador, se define al acimut de una línea o dirección como “*el ángulo horizontal que forma el plano del meridiano y el plano vertical que contiene a la línea de una dirección considerada*”. La dirección considerada puede materializarse mediante una mira (Figura 68).

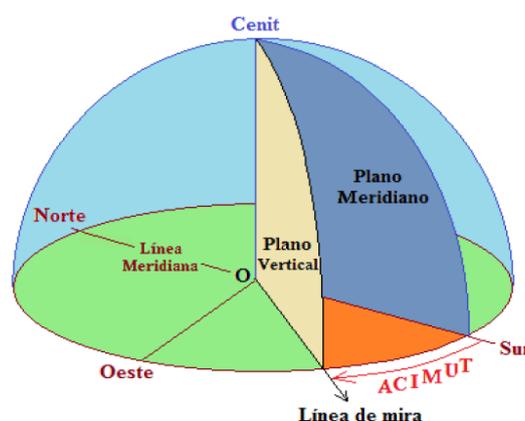


Figura 68: Acimut de una mira

El objeto elegido como mira debe ser fijo, lejano y muy puntual. Por lo general se toma el foco o la punta de alguna antena que sea visible a la noche. Si no se cuenta con ello, deberá

materializarse una. El problema se presenta a la hora de determinar el valor del acimut de la dirección del punto seleccionado, por lo cual se puede recurrir a la astronomía de posición. Teniendo en cuenta una dirección N-S aproximada y el origen de lecturas del limbo sin orientar, la determinación del acimut puede resumirse como:

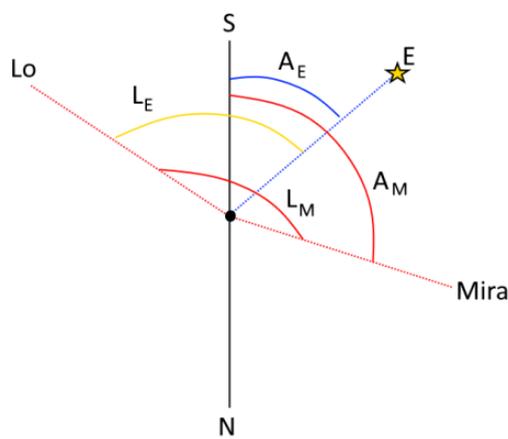


Figura 69: Acimut de una dirección terrestre

Dónde:

L_0 = Dirección correspondiente al 0° del instrumento

L_E = Lectura a la estrella

L_M = Lectura a la mira

A_E = Acimut del astro al momento de la observación

A_M = Acimut de la mira

N/S = Norte/Sur

En la Figura 69 se observa que, mediante cálculos sencillos es posible determinar la dirección buscada. Por lo tanto, se puede determinar que:

$$A_M = A_E + (L_M - L_E)$$

Siendo $L_M - L_E = \alpha$, las cuales se obtienen en campaña y por lectura directa al instrumento. Resta entonces, obtener el valor de A_E mediante observaciones astronómicas.

Condiciones más favorables

Para la determinación del acimut de una dirección mediante observaciones con estrellas, se deberá encontrar la posición en la esfera celeste para la cual los valores de latitud (φ) adoptada y la distancia cenital (z) leída, influyan lo menos posible con sus errores en la determinación del acimut (A). Por el triángulo de posición se tiene que:

$$\sin \delta = \sin \varphi \cos z - \sin z \cos \varphi \cos A \quad (1)$$

Diferenciando la ecuación (1) respecto a φ , z y A , y haciendo constar que se puede considerar que $\delta = \text{constante}$ (debido a que el valor extraído del catálogo tiene un error muy insignificante a los valores que se establecen para la latitud o la distancia cenital), se tiene que $d\delta = 0$.

$$0 = (\cos \varphi \cos z + \sin z \sin \varphi \cos A)d\varphi - (\sin \varphi \sin z + \cos z \cos \varphi \cos A)dz + (\sin z \cos \varphi \sin A)dA \quad (2)$$

Despejando el término que contiene dA :

$$\sin z \cos \varphi \sin A dA = (\sin \varphi \sin z + \cos z \cos \varphi \cos A) dz - (\cos \varphi \cos z + \sin z \sin \varphi \cos A) d\varphi \quad (3)$$

Aplicando el teorema de los cinco elementos al lado $(90-\delta)$ siguiendo los dos sentidos:

$$\sin(90 - \delta) \cos q = \sin z \cos(90 - \varphi) - \sin(90 - \varphi) \cos z \cos(\pi - A)$$

$$\cos \delta \cos q = \sin z \sin \varphi + \cos \varphi \cos z \cos A \quad (4)$$

$$\sin(90 - \delta) \cos H = \sin(90 - \varphi) \cos z - \sin z \cos(90 - \varphi) \cos(\pi - A)$$

$$\cos \delta \cos H = \cos \varphi \cos z + \sin z \sin \varphi \cos A \quad (5)$$

Por otro lado, de la transformación de coordenadas Horizontales a Ecuatoriales Horarias (teorema del seno) se tiene que:

$$\cos \delta \sin H = \sin z \sin A \quad (6)$$

Reemplazando (4), (5) y (6) en (3), se obtiene que:

$$\cos \varphi \cos \delta \sin H dA = \cos \delta \cos q dz - \cos \delta \cos H d\varphi \quad (7)$$

En un último intento por simplificar la ecuación 7, se aplica el teorema del seno al triángulo de posición, donde se obtiene que:

$$\cos \varphi \sin H = \sin z \sin q \quad (8)$$

Reemplazando (8) en (7) y despejando dA , se llega a que:

$$dA = \frac{dz}{\sin z \tan q} - \frac{d\varphi}{\tan H \cos \varphi} \quad (9)$$

Para que la influencia de los errores cometidos en φ y z sean mínimos, se debe buscar que el dA sea lo más chico posible. Para que esto último suceda, las fracciones que constituyen el segundo miembro de la ecuación diferencial (9) deben ser pequeñas, entonces, es necesario que sus denominadores sean lo más grande posible.

El primer denominador será máximo cuando $\sin z = 1$, condición que se cumple en valores de $z = 90^\circ$, es decir cuando el astro está en el horizonte, lo que lo convierte en un caso particular. Por otro lado, será máximo cuando el ángulo paraláctico $q = 90^\circ$, en cuyo caso la $\tan q = \infty$ y el $\sin q = 1$. El segundo denominador será máximo cuando $\tan H = \infty$, es decir para casos donde el ángulo horario sea igual a 90° , y el $\cos \varphi = 1$ que se da con el

observador ubicado en el ecuador. En resumen, las condiciones más favorables se dan en el momento en que el ángulo paraláctico vale 90° , o sea en máxima elongación.

Programación de la observación

La programación de una práctica de observación se realiza, en primera instancia, determinando qué astros podrán ser utilizados para los cálculos. Éstos deberán cumplir las siguientes condiciones:

- 1- Ascensión Recta: Teniendo en cuenta la relación $TS_L = AR + H$, se despeja AR para llegar a que $AR = TS_L - H$. El Tiempo sidéreo sale de convertir el horario deseado de comienzo y fin de campaña y el ángulo horario. Para ello, la práctica ha establecido que, según la latitud del lugar, puede tomarse un valor aproximadamente fijo en el cual los astros elongan. Para el caso de latitudes alrededor de los $\pm 30^\circ$, se lo puede aproximar entre $\pm 4^h$ a $\pm 4^h 30^m$, positivo al Oeste, negativo al Este. A mayor latitud, menor será el H que se tome como fijo. Puesto que los catálogos están ordenados por AR de los astros, conviene siempre hacer la primera selección utilizando esta variable.
- 2- Declinación: Se deben tener en cuenta tanto los efectos de la refracción atmosférica, los cuales aumentan en distancias cenitales mayores a 60° y las limitaciones mecánicas propias del instrumento que se utilice. Por esta última se consideran distancias cenitales, aproximadamente, mayores a 40° . Utilizando la ecuación de los elementos de calaje, se tiene que

$$\cos z = \frac{\sin \varphi}{\sin \delta}$$

Despejando δ , y reemplazando z por los valores límite que puede tomar, se está en condiciones de obtener los intervalos de δ necesarios.

- 1- Magnitud: Se descartan astros con magnitudes mayores a 2 o 2.5, aunque esto dependerá de la contaminación lumínica del lugar donde se realice la campaña.

Una vez determinados los astros a utilizar, se calculan los elementos de calaje que permitirán posicionar el instrumento y esperar el momento de observación.

Es necesario mencionar que estas son limitaciones flexibles, puesto que sólo están para guiar la programación de la campaña. Será difícil encontrar astros que cumplan exactamente las condiciones planteadas, por lo que nada impide la selección de otros astros que estén un rango aproximado a lo calculado previamente. La planilla de la Figura 70 muestra los datos principales a tener en cuenta para los astros seleccionados (Nombre, Magnitud, Cruce), así como los elementos de calaje calculados.

| FK3 | Estrella | Mag | Cruce | Ar | | | δ | | | φ | H | TS | HLA (Dec) | A | z |
|-----|------------|------|-------|----|----|-------|-----|----|-------|-------|---------|----------|-----------|-----------|-----------|
| | | | | g | ' | " | g | ' | " | | | | | | |
| 156 | α Reticuli | 3,35 | E | 4 | 14 | 38,96 | -62 | 26 | 21,89 | -38,7 | 19,6478 | 23,89193 | 21,42454 | 323,63974 | 45,148162 |
| 764 | α Pavonis | 1,94 | O | 20 | 26 | 43,82 | -56 | 41 | 27,07 | -38,7 | 3,88231 | 0,327819 | 21,9248 | 44,721243 | 41,569729 |
| 846 | δ1 Gruis | 3,97 | O | 22 | 30 | 6,22 | -43 | 25 | 31,15 | -38,7 | 2,14487 | 0,646596 | 22,2427 | 68,529026 | 24,554709 |
| 754 | δ Pavonis | 3,56 | O | 20 | 9 | 63,55 | -66 | 8 | 49,01 | -38,7 | 4,61689 | 0,784543 | 22,38027 | 31,209295 | 46,871655 |
| 171 | α Doradus | 3,27 | E | 4 | 34 | 20,09 | -55 | 0 | 59,5 | -38,7 | 20,2733 | 0,845529 | 22,44109 | 312,72268 | 40,25942 |

Figura 70: Planilla de programación de observación. HLA(Dec)= Hora Local Argentina expresada en decimales

Desarrollo de la observación

- 1- Se estaciona, nivela el instrumento.
- 2- Se realiza lectura acimutal a la mira elegida con CI.
- 3- Manteniendo la posición del limbo vertical, se colocan los valores de calaje calculados y cuando el astro comience a verse en el anteojo, se realizan al menos 4 lecturas de acimut y distancia cenital antes del momento de su elongación (Figura 71), con el tornillo de pequeños movimientos de alidada. Esto es, antes de que el astro se mueva tangente al hilo vertical del retículo.

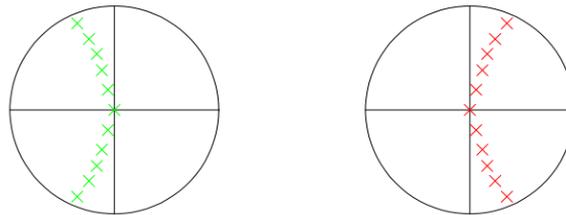


Figura 71: Elongación de un astro. Verde: Al Oeste. Rojo: Al Este. Fuente: PVMorichetti.

- 4- Se toman valores de presión y temperatura al mismo momento que se realizan las lecturas.
- 5- Se vuelve a observar la mira, con la misma posición del instrumento.
- 6- Se repite el procedimiento, pero esta vez con CD.

| | HLA | CI | | HLA | CD | | Presión | Cº |
|------|-----------|------------------|-----------------|-------------|------------------|-----------------|---------|----|
| | | Lectura Azimutal | Lectura Cenital | | Lectura Azimutal | Lectura Cenital | | |
| Mira | | 350,7586944 | | | 170,7581944 | | 758,5 | 22 |
| 1 | 22,530081 | 323,6618611 | 45,50147222 | 22,64608889 | 143,6500833 | 314,7186667 | | |
| 2 | 22,550033 | 323,6571667 | 45,41383333 | 22,66839444 | 143,6529167 | 314,6479167 | | |
| 3 | 22,573031 | 323,652 | 45,31852778 | 22,69864722 | 143,6588333 | 314,5841111 | | |
| 4 | 22,597319 | 323,6491389 | 45,23322222 | 22,711325 | 143,6623889 | 314,4696944 | | |
| Mira | | 350,7585556 | | | 170,7583333 | | 758,5 | 22 |

Procedimiento de gabinete

- 1- Promediar las lecturas acimutales a la mira, de cada círculo.
- 2- Corregir los valores de distancia cenital observada a verdadera (por error cenital del instrumento y refracción).
- 3- Se calculan los Acimut reales de la estrella, uno por cada lectura cenital determinada:

$$\cos A_{esti} = \frac{\sin \varphi \cos z_i - \sin \delta}{\cos \varphi \sin z_i}$$

Tener en cuenta si es elongación E u O, puesto que si éste fue al Este se deberá hacer

$$A_{esti} = 360^\circ - A_{esti \text{ calculado}}$$

4- Se calcula α para cada círculo

$$\alpha_i = Lec. Az_{Mira} - Lec. Az_{esti}$$

$Lec. Az_{Mira}$ → Promedio del círculo que corresponda (paso 1).

$Lec. Az_{esti}$ → Para cada valor tomado en campaña (paso 3 del desarrollo).

5- Se calcula el acimut de una dirección terrestre en base a cada círculo:

$$A_{Dir \text{ terrestre } i} = A_{esti} + \alpha_i$$

6- Se promedian los valores de CI con los de CD.

7- Se eliminan los valores afectados por errores groseros.

8- Se aplica teoría de errores para calcular el valor más probable de acimut y el error medio de la media aritmética:

$$A_{dir \text{ terrestre}} = A_{Dir \text{ terrestre } prom} \pm M$$

| Z ₀ | ε _z | Z ₁ = Z ₀ -ε _z | R=f(P,T) | Z ₂ = Z ₁ +R = Z _v | δ | CosA _{Est} | A _{Est} | |
|----------------|----------------|--|-------------|--|-----------|---------------------|------------------|----|
| 45,50147222 | 0,001808333 | 45,49966389 | 0,015561989 | 45,51522588 | -62,44761 | 0,805455 | 323,6542395 | CI |
| 45,41383333 | 0,001808333 | 45,412025 | 0,01551445 | 45,42753945 | -62,44761 | 0,805442 | 323,6529293 | |
| 45,31852778 | 0,001808333 | 45,31671944 | 0,015462754 | 45,3321822 | -62,44761 | 0,805431 | 323,6519105 | |
| 45,23322222 | 0,001808333 | 45,23141389 | 0,015416481 | 45,24683037 | -62,44761 | 0,805425 | 323,6513591 | |
| 314,7186667 | 0,001808333 | 45,279525 | 0,015442578 | 45,29496758 | -62,44761 | 0,805428 | 323,6516281 | CD |
| 314,6479167 | 0,001808333 | 45,350275 | 0,015480955 | 45,36575596 | -62,44761 | 0,805434 | 323,6522208 | |
| 314,5841111 | 0,001808333 | 45,41408056 | 0,015515565 | 45,42959612 | -62,44761 | 0,805442 | 323,6529559 | |
| 314,4696944 | 0,001808333 | 45,52849722 | 0,015577629 | 45,54407485 | -62,44761 | 0,80546 | 323,6547485 | |

| Mira _{prom} CI | 350,758625 | | | | |
|-------------------------|-------------|---|-------------|---|-------------------|
| Mira _{prom} CD | 170,7582639 | | | | |
| | α CI | A _{Dir Terr} = A _{Est} ± α | α CD | A _{Dir Terr} = A _{Est} ± α | Promedio CI/CD |
| 1 | 27,09676389 | 350,7510034 | 27,10818056 | 350,7598087 | 350,75541 |
| 2 | 27,10145833 | 350,7543876 | 27,10534722 | 350,7575681 | 350,75598 |
| 3 | 27,106625 | 350,7585355 | 27,09943056 | 350,7523865 | 350,75546 |
| 4 | 27,10948611 | 350,7608452 | 27,095875 | 350,7506235 | 350,75573 |

| Promedio CI/CD | A _M | v A-A _M | vv | m = (vv/(n-1)) ^{1/2} | M = m/(n ^{1/2}) |
|-------------------|----------------|-----------------------|-------------|----------------------------------|------------------------------|
| 350,7554061 | 350,7556448 | -0,000238768 | 5,70103E-08 | 0,0002644 | 0,0001322 |
| 350,7559778 | | 0,000333027 | 1,10907E-07 | | |
| 350,755461 | | -0,000183809 | 3,37856E-08 | | |
| 350,7557344 | | 8,95498E-05 | 8,01917E-09 | | |

Latitud

Si se analiza con mayor detalle el gráfico que relaciona las coordenadas horizontales y ecuatoriales horarias (Figura 72), se puede definir latitud (φ) como:

1. Arco de meridiano comprendido entre el Cenit y la intersección de dicho meridiano con el Ecuador.

2. Altura (h) del Polo sobre el horizonte.
3. Declinación (δ) del Cenit.

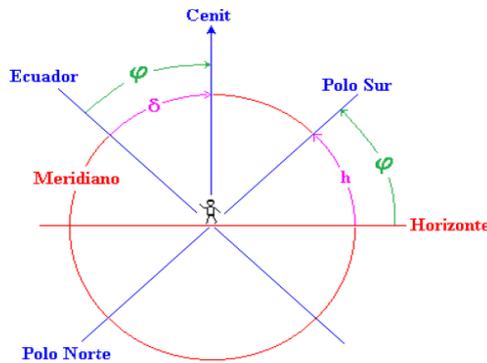


Figura 72: Latitud. Fuente: Podestá, 2013.

Condiciones más favorables

Como no es posible medir directamente φ , es necesario recurrir a relaciones entre los elementos del triángulo de posición. Para encontrar las mejores condiciones en la observación de la latitud se debe determinar la influencia de los errores en distancia cenital y ángulo horario. Aplicando el teorema del coseno a la distancia cenital del triángulo de posición se llega a que:

$$\cos z = \cos(90 - \varphi) \cos(90 - \delta) + \sin(90 - \varphi) \sin(90 - \delta) \cos H \quad (1)$$

Luego

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H \quad (2)$$

Derivando con respecto a z , φ , δ y H se obtiene

$$-\sin z = (\cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \cos H)d\varphi + (\sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta \cos H)d\delta - \cos \delta \cos \varphi \sin H dH \quad (3)$$

Por la relación del teorema de los cinco elementos se tiene que:

$$-\cos A \sin z = \cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \cos H \quad (4)$$

Y por teorema del seno:

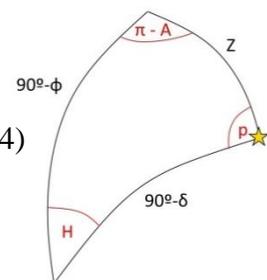
$$\cos \delta \sin H = \sin z \sin A \quad (5)$$

Eliminando el término que contiene a la declinación por considerarla constante (y por lo tanto $d\delta = 0$) y reemplazando (4) y (5) en (3) se obtiene:

$$d\varphi = \frac{dz}{\cos A} - \cos \varphi \tan A dH \quad (6)$$

Como interesa saber en qué valores se obtiene menor error, se analiza (6):

- 1- $\frac{dz}{\cos A}$ será mínimo cuando $\cos \pm 1$ y esto se da en valores de $A = 0^\circ$ o 180°



2- $\cos \varphi \tan A dH$ será mínimo cuando $\cos \varphi = 0$, y esto es en $\varphi = 90^\circ$. Este es un caso particular de un observador ubicado en el Polo.

Luego de este análisis, se concluye que el menor error en la determinación del valor de la latitud se da cuando el astro corta el meridiano del lugar, es decir, al momento de su culminación, cuando el ángulo horario H es igual a 0^h o 12^h .

Volviendo a la ecuación (2) y sabiendo que la observación deberá realizarse al momento de la culminación ($A = 0^\circ$ o 180° y $H = 0h$ o $12h$), si se considera culminación superior ($H = 0h$):

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta$$

$$\cos z = \cos(\varphi - \delta)$$

$$z = \varphi - \delta \rightarrow \text{Despejando } \varphi$$

$$\varphi = z + \delta \quad (7)$$

Métodos de Observación

Existen varios métodos desarrollados para realizar determinaciones de la Latitud, entre ellos se destacan tres:

Método de Gauss: se basa en la observación de ternas de estrellas a iguales distancias cenitales. Las mediciones consisten en la toma de tiempos de pasajes de las estrellas en el momento del cruce por la respectiva almicantrada. Este método permite también determinar conjuntamente la Longitud. Tiene el inconveniente de que el armado del programa de observación es laborioso y se necesitan los tiempos de pasajes estelares cuya tarea es complicada y delicada.

Método de las Rectas de Altura: consiste en la comparación de las distancias cenitales observadas de estrellas contra los valores calculados de las mismas, mediante el armado gráfico de rectas de alturas. Es necesario tomar lecturas horizontales, verticales y de tiempo de pasajes. Este método también permite conocer la Longitud. Tiene la ventaja de no necesitar programas de observación ya que puede utilizarse con estrellas conocidas, pero tiene el inconveniente de requerir la toma de tiempos y muy cuidadosas medidas de las distancias cenitales.

Método de Horrebow-Talcott: se basa en la observación de tránsitos sobre el meridiano, de parejas de estrellas cuyas distancias cenitales sean aproximadamente iguales y simétricas respecto a la vertical. Es el método más simple y ágil de utilizar y el de mayor precisión. No

necesita la toma de tiempos de pasajes y el programa de observación es sencillo de confeccionar. Es la técnica usada por el Instituto Geográfico Nacional de Argentina para la determinación de la latitud.

Programación de la observación

La programación comienza con una selección de astros que cumplan determinadas condiciones:

- 3- Ascensión recta: De acuerdo a las ecuaciones de tiempo, se sabe que

$$TS_L = AR + H$$

Según las condiciones del astro en culminación, el ángulo horario H podrá tomar valores igual a 0^h o 12^h. Como se está trabajando en culminación superior, $H = 0h$, por lo tanto, para limitar los astros según su AR, se debe elegir una hora de comienzo y final de campaña y transformarla a TS_L . De esta manera, es posible establecer el primer criterio para seleccionar astros gracias al orden ascendente en AR de los almanaques náuticos.

- 4- Declinación: Se deben tener en cuenta tanto los efectos de la refracción atmosférica, los cuales aumentan en distancias cenitales mayores a 60° y las limitaciones mecánicas propias del instrumento que se utilice. Por esta última se consideran distancias cenitales, aproximadamente, mayores a 40°. Utilizando un valor de latitud aproximado del lugar de observación y despejando δ de la ecuación (7), se está en condiciones de obtener los intervalos de δ necesarios.

$$\pm 40^\circ < z < \pm 60^\circ$$

- 5- Magnitud: Se descartan astros cuya magnitud sea superior a 2 o 2.5, según la contaminación lumínica del lugar donde se realizará la campaña.

Luego, se calculan los elementos de calaje para cada astro seleccionado, de acuerdo a las fórmulas desarrolladas en Culminación Superior. Planilla recomendada:

| FK3 | Estrella | Mag. | AR | | | δ | | | ϕ Aprox | Z | | | \pm | HLA |
|-----|---------------------|-----------|----|----|----------|----------|----|---------|--------------|----|----|---------|-------|----------|
| | | | Hs | ' | " | o | ' | " | | o | ' | " | | |
| 741 | γ Aquilae | 2,72 | 19 | 46 | 0,2826 | 10 | 38 | 1,062 | -38,7 | 49 | 20 | 1,062 | - | 21:06:41 |
| 743 | δ Sagittarii | 3,82 | 19 | 48 | 1,30786 | 18 | 34 | 28,4844 | -38,7 | 57 | 16 | 28,4844 | - | 21:08:42 |
| 745 | α Aquilae | 0,77 | 19 | 51 | 28,47 | 8 | 54 | 37,74 | -38,7 | 47 | 36 | 37,74 | - | 21:12:08 |
| 746 | η Aquarii | 3,5 a 4,3 | 19 | 53 | 11,61984 | 1 | 2 | 46,396 | -38,7 | 39 | 44 | 46,396 | - | 21:13:51 |
| 749 | β Aquilae | 3,71 | 19 | 55 | 60,57 | 6 | 26 | 48,21 | -38,7 | 45 | 8 | 48,21 | - | 21:16:40 |
| 752 | γ Sagittae | 3,47 | 19 | 59 | 23,44 | 19 | 31 | 69,22 | -38,7 | 58 | 14 | 9,22 | - | 21:20:02 |
| 748 | ϵ Pavonis | 3,96 | 20 | 2 | 12,49 | -72 | 52 | 25,15 | -38,7 | 34 | 10 | 25,15 | + | 21:22:51 |
| 754 | δ Pavoni | 3,56 | 20 | 9 | 66,07 | -66 | 8 | 46,47 | -38,7 | 27 | 26 | 46,47 | + | 21:30:43 |

Desarrollo de la observación

- 1- Minutos antes de la hora de la primera culminación, se prepara el instrumental a utilizar y se orienta el limbo horizontal en dirección Norte-Sur.
- 2- Se provoca lectura cenital calculada en la programación según sea esta en Norte o al Sur del Cenit.
- 3- Cuando se aproxime la hora calculada, se comenzará a ver el astro en el campo de visión del instrumento y, con el tornillo de pequeños movimientos del anteojo, se lleva la imagen de la estrella al hilo horizontal, manteniéndola en esa posición.
- 4- Manipulando el tornillo de pequeños movimientos de alidada se acompaña el desplazamiento de la estrella manteniéndola en las proximidades del centro del retículo.
- 5- Cuando el astro no varíe en su altura, se lo verá moverse tangencialmente al hilo del retículo (Figura 73), se procede a leer la distancia cenital indicada en el instrumento y se toma nota de la misma. En todo momento deberá controlarse que los niveles del instrumento estén centrados.

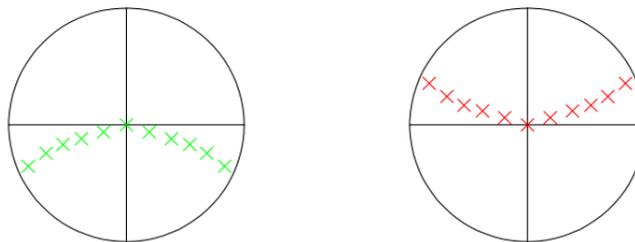


Figura 73. Culminación de un astro. Verde: Superior. Rojo: Inferior. Fuente: PVMorichetti.

- 6- Al momento de la lectura cenital, se tomará lectura de valores de presión y temperatura.

Estos pasos se repiten para cada uno de los astros seleccionados. Es conveniente que se realicen igual número de observaciones con círculo izquierdo que con derecho, para eliminar errores residuales. La planilla recomendada para trabajar en campaña es:

| FK3 | Estrella | Mag | z | | | | | | Presión mmHG | T (°C) |
|-----|-----------------------|------|----|----|------|-----|----|------|--------------|--------|
| | | | + | | | - | | | | |
| | | | o | ' | " | o | ' | " | | |
| 741 | γ Aquilae | 2.72 | | | | 310 | 39 | 52.9 | 759 | 7 |
| 756 | J Aquilae | 3.23 | | | | 322 | 5 | 16.8 | 760 | 7 |
| 761 | $\alpha 2$ Capricorni | 3.57 | | | | 333 | 48 | 25.3 | 760 | 7 |
| 762 | β Capricorni | 3.08 | | | | 336 | 2 | 27.1 | 760 | 7 |
| 764 | α Pavonis | 1.94 | 17 | 59 | 17.3 | | | | 760 | 7 |
| 768 | ϵ Delphine | 4.03 | | | | 309 | 57 | 43.1 | 760 | 7 |
| 774 | α Delphini | 3.77 | | | | 305 | 21 | 55.5 | 760 | 7 |

Procedimiento de gabinete

- 1- Corregir los valores de z_m por error de cenit (ϵ) y refracción (R), para obtener z_v .
- 2- Calcular un valor de latitud para cada astro, sabiendo que $\phi = \delta + z_v$
- 3- Descartar valores que puedan presentar errores groseros,
- 4- Promediar todos los valores de latitud obtenidos y aplicar teoría de errores para calcular el error medio cuadrático de cada observación (m) y el error medio cuadrático de la media aritmética (M).

$$\phi = \phi_M \pm M$$

Planilla:

| Estrella | Z_0 | ϵ_z | $Z_1 = Z_0 - \epsilon_z$ | $R=(P,T)$ | $Z_2 = Z_1 + R = Z_v$ | δ | $\phi = Z_2 + \delta$ | ϕ_m | $v = \phi - \phi_m$ | vv | $m = (vv/(n-1))^{1/2}$ | $M = m/(n^{1/2})$ |
|----------|-------------|--------------|--------------------------|-------------|-----------------------|--------------|-----------------------|-------------|---------------------|-------------|------------------------|-------------------|
| 741 | 310 39 52,9 | | 49,33349722 | 0,05601936 | -49,38951658 | 10,63362833 | -38,75588825 | | -0,056789805 | 0,003225082 | | |
| 756 | 322 5 16,8 | | 37,91019167 | 0,012653325 | -37,92284499 | -0,775587056 | -38,69843205 | | 0,000666398 | 4,44086E-07 | | |
| 761 | 333 48 25,3 | | 26,19116389 | 0,007996502 | -26,19916039 | -12,48414644 | -38,68330684 | | 0,015791609 | 0,000249375 | | |
| 762 | 336 2 27,1 | | 23,95733056 | 0,007222822 | -23,96455338 | -14,73385833 | -38,69841171 | | 0,000686734 | 4,71603E-07 | | |
| 764 | 17 59 17,3 | | 17,98633056 | 0,005278584 | 17,99160914 | -56,69893056 | -38,69822142 | | 0,000877029 | 7,6918E-07 | | |
| 768 | 309 57 43,1 | | 50,03621944 | 0,019368506 | -50,05558795 | 11,35565833 | -38,69992962 | | -0,000831173 | 6,90848E-07 | | |
| 774 | 305 21 55,5 | | 54,632775 | 0,022855666 | -54,65563067 | 15,91644167 | -38,739189 | | -0,040090555 | 0,001607253 | | |
| 775 | 27 26 52,2 | | 27,446025 | 0,008442301 | 27,4544673 | -66,15288056 | -38,69841325 | | 0,000685191 | 4,69486E-07 | | |
| 785 | 19 41 44,1 | | 19,693775 | 0,005819053 | 19,69959405 | -58,40099444 | -38,70140039 | | -0,002301947 | 5,29896E-06 | | |
| 1552 | 338 28 51,9 | | 21,51710833 | 0,006410625 | -21,52351896 | -17,174289 | -38,69780796 | | 0,001290486 | 1,66536E-06 | | |
| 800 | 316 0 20 | | 43,99263611 | 0,015800045 | -44,00843616 | 5,3003 | -38,70813616 | | -0,009037711 | 8,16802E-05 | | |
| 804 | 301 27 36 | | 58,53819167 | 0,02669227 | -58,56488394 | 19,86898808 | -38,69589585 | | 0,003202592 | 1,02566E-05 | | |
| 808 | 326 48 59,8 | | 33,18158056 | 0,010707221 | -33,19228778 | -5,506211111 | -38,69849889 | | 0,000599557 | 3,59468E-07 | | |
| 812 | 337 54 6,2 | | 22,09646944 | 0,00664999 | -22,10311943 | -16,59634722 | -38,69946666 | | -0,000368211 | 1,3558E-07 | | |
| 815 | 311 22 33,8 | 0,001808333 | 48,62213611 | 0,018569706 | -48,64070582 | 9,943058333 | -38,69764748 | -38,6990984 | 0,001450961 | 2,10529E-06 | 0,019246625 | 0,004969457 |
| 819 | 337 22 2 | | 22,63096944 | 0,012621685 | -22,64359113 | -16,06100714 | -38,70459827 | | -0,005499823 | 3,02481E-05 | | |
| 834 | 315 2 47,2 | | 44,95174722 | 0,016336624 | -44,96808385 | 6,270141667 | -38,69794218 | | 0,001156265 | 1,33695E-06 | | |

$$\phi = \phi_M \pm M \quad -38,69909844 \quad \pm \quad 0,004969457$$

Longitud

Se define Longitud como el ángulo diedro entre el Meridiano de Greenwich y el Meridiano del lugar de observación. La diferencia de longitudes entre dos lugares es el ángulo diedro formado por los planos meridianos que pasan por esos lugares teniendo como arista al eje del mundo. Por lo tanto, la diferencia entre dos lugares es igual a la diferencia de horas locales simultáneas en ambos puntos, por lo que la longitud de un lugar es igual al Tiempo Sidéreo Local de ese lugar menos el Tiempo Sidéreo de Greenwich.

Al igual que latitud, no es posible despejar la longitud de fórmulas astronómicas en función de magnitudes mensurables, por lo que se obtendrá siempre por diferencia de tiempos:

$$\Lambda = TS_{Local} - TS_{Greenwich}$$

El TS_{Local} se puede obtener a partir del ángulo horario de un astro, en base a la conocida relación $TS_{Local} = H + AR$.

Condiciones más favorables

Para obtener el TS_{Local} es necesario calcular el valor del ángulo horario H, por lo que se deberá determinar en qué momento de la trayectoria del astro es posible determinar variables cometiendo el menor error.

Si se aplica el teorema del coseno a un lado del triángulo de posición se obtiene que:

$$\begin{aligned} \cos z &= \cos(90 - \varphi) \cos(90 - \delta) + \sin(90 - \varphi) \sin(90 - \delta) \cos H \\ \cos z &= \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H \end{aligned}$$

Derivando con respecto a z, φ , δ y H se obtiene

$$-\sin z = (\cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \cos H)d\varphi + (\sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta \cos H)d\delta - \cos \delta \cos \varphi \sin H dH \quad (1)$$

Por la relación del teorema de los cinco elementos se tiene que:

$$-\cos A \sin z = \cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \cos H \quad (2)$$

Y también

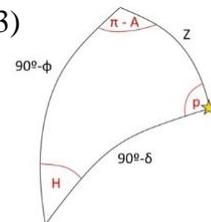
$$\sin z \cos q = \sin(90 - \delta) \cos(90 - \varphi) - \cos(90 - \delta) \sin(90 - \varphi) \cos H$$

Luego

$$\sin z \cos q = \cos \delta \sin \varphi - \sin \delta \cos \varphi \cos H \quad (3)$$

Por teorema del seno

$$\frac{\sin A}{\cos \delta} = \frac{\sin H}{\sin z} \rightarrow \sin z \sin A = \cos \delta \sin H \quad (4)$$



Reemplazando (2), (3) y (4) en (1), se llega a que:

$$dH = \frac{dz}{\sin A \cos \varphi} - \frac{d\varphi}{\tan A \cos \varphi}$$

De esta ecuación, se llega a que los errores mínimos se cometerán cuando sean mínimos los coeficientes que acompañan los diferenciales.

El valor de la latitud φ no puede variar puesto que el observador se encuentra fijo en un lugar. Aun así, se observa que la mejor observación se daría cuando $\cos \varphi = 1$, esto es, con un observador ubicado en cualquier punto del ecuador terrestre. Por otro lado, $\sin A$ y $\tan A$ deberán ser máximos, y esto se da cuando $A = 90^\circ$ o 270° , es decir, cuando corta el primer vertical.

Programación de la observación

La programación se realizará con el objetivo de medir distancia cenital, presión, temperatura y HOA de un astro cuando se encuentre en cercanías del primer vertical. Para ello, primero es necesario realizar una selección de astros que garanticen la realización del trabajo requerido.

- 1- Ascensión recta: De acuerdo a las ecuaciones de tiempo, se sabe que

$$TS_{Local} = AR + H$$

Para limitar los astros según su AR, se debe elegir una hora de comienzo y final de campaña y transformarla a TS_L . Por otro lado, se toma un valor de H promedio igual a $\pm 4^h$. De este modo, se obtendrán los límites de AR que limitarán la búsqueda de astros.

- 2- Declinación: En base al triángulo de posición y de acuerdo a las condiciones que cumple un astro al momento del cruce por el Primer Vertical, se obtiene que

$$\cos z = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi}$$

Por lo tanto, si se considera un valor de distancia cenital $40^\circ < z < 60^\circ$ y utilizando el valor de latitud del lugar, se despeja declinación y se obtendrá valores límite de δ .

- 3- Magnitud: Se descartan astros cuya magnitud sea superior a 2 o 2.5, según la contaminación lumínica del lugar donde se realizará la campaña.
- 4- Elementos de calaje: Se calculan los valores de z, Az y HOA que tendrá cada astro al momento del cruce por el primer vertical.

| FK3 | Estrella | Mag. | Cruce | AR | | | δ | | | ϕ_{Aprox} | HORA |
|------|--------------------|------|-------|----|----|-------|----------|----|-------|----------------|----------|
| | | | | Hs | ' | " | o | ' | " | | |
| 1496 | τ Sagittarii | 3,32 | O | 19 | 7 | 48,09 | -27 | 38 | 51,34 | -38,7 | 20:32:02 |
| 710 | ξ^2 Sagittarii | 3,51 | O | 18 | 58 | 33,18 | -21 | 5 | 7,03 | | 21:10:57 |
| 720 | π Sagittarii | 2,89 | O | 19 | 10 | 35,11 | -20 | 59 | 54,53 | | 21:23:30 |
| 1099 | τ^5 Endani | 4,27 | E | 3 | 54 | 25,78 | -21 | 35 | 11,04 | | 22:00:08 |
| 101 | β Fornacis | 4,46 | E | 2 | 49 | 41,98 | -32 | 20 | 52,06 | | 22:29:50 |
| 186 | ϵ Leporis | 3,19 | E | 5 | 6 | 4,50 | -22 | 21 | 8,70 | | 23:20:39 |
| 204 | β Leporis | 2,84 | E | 5 | 28 | 51,92 | -20 | 44 | 54,42 | | 23:32:46 |
| 806 | ξ Capricorni | 3,74 | O | 21 | 27 | 27,93 | -22 | 20 | 57,14 | | 23:34:58 |

Desarrollo de la observación

Esta práctica tiene la desventaja de que se debe estar en conocimiento, con la mayor precisión posible, de cuál es la dirección Este-Oeste ya que al momento del cruce el astro corta el hilo vertical del retículo siguiendo la trayectoria de una línea recta, sin la tangencia esperada como en los casos de acimut o latitud.

- 1- Estacionar el instrumento y orientar el limbo horizontal en la dirección N-S. Mover el anteojo al Este u Oeste y fijar la distancia cenital calculada.

- 2- Cerca de la hora calculada se comenzará a ver el astro en el campo de visión del anteojo. Con los tornillos de pequeños movimientos de lleva al astro al centro del retículo y se determinará la hora exacta de cruce por el hilo horizontal (Figura 74). Es conveniente contar con un cronómetro que indique las décimas de segundos y tenga la opción de marcar la cantidad de vueltas. Es necesaria la coordinación con otra persona para que ambos tomen lecturas de variables distintas al mismo momento.

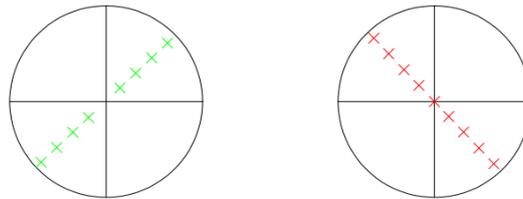


Figura 74. Cruce de un astro por el primer vertical. Verde: Oeste. Rojo: Este. Fuente: PVMorichetti.

- 3- Al momento de marcar la hora, se toma lectura de la distancia cenital. Esta operación se realiza como mínimo tres veces en primera posición (CI) y otras tres en segunda (CD).
- 4- Se toman valores de presión y temperatura al momento de cada lectura.

| Hora de inicio: 20:50:00,00 | | | | | | | | | | |
|-----------------------------|-------------|------|----|-------------|-------------|-----|-----|------|---------|-------------|
| FK3 | Estrella | Mag. | C | Cronos | HLA | Z | | | Presión | Temperatura |
| | | | | | | ° | Min | '' | | |
| 720 | π Sagittari | 2,89 | CI | 00:31:10,06 | 21:21:10,06 | 54 | 45 | 37,8 | 756 | 23 |
| | | | | 00:32:04,51 | 21:22:04,51 | 54 | 46 | 1,1 | | |
| | | | | 00:32:34,62 | 21:22:34,62 | 55 | 2 | 1,5 | | |
| | | | CD | 00:32:59,73 | 21:22:59,73 | 55 | 6 | 56,2 | 756 | 23 |
| | | | | 00:34:44,76 | 21:24:44,76 | 304 | 42 | 45,5 | | |
| | | | | 00:35:17,79 | 21:25:17,79 | 304 | 22 | 55,7 | | |
| 00:35:47,58 | 21:25:47,58 | 304 | 20 | 3 | 756 | 23 | | | | |
| 00:36:26,37 | 21:26:26,37 | 304 | 13 | 13,8 | | | | | | |

Procedimiento de gabinete

- 1- Corregir los valores de z_m por error de cenit (ϵ) y refracción (R), para obtener z_v .
- 2- Se convierten las HOA marcadas en el cronómetro a Tiempo Sidéreo de Greenwich (TS_G).
- 3- Se calcula ángulo horario para cada distancia cenital tomada en campaña, sabiendo que el signo de H depende de donde se produjo el cruce, al E(-) o al O (+):

$$\cos H = \frac{\cos z - \sin \varphi \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta}$$

- 4- Se convierte cada ángulo horario a Tiempo Sidéreo mediante la relación:

$$TS_L = AR + H$$

donde H entra con el signo que corresponda.

- 5- Se calcula las Longitudes: $\Lambda_i = TS_L - TS_G$
- 6- Se promedian los valores obtenidos a CI con los que corresponden a CD (1° con 1°, 2° con 2°,...)
- 7- Descartar valores que puedan presenten errores groseros, y promediar todos los valores de longitud obtenidos.
- 8- Se aplica teoría de errores para calcular el error medio cuadrático de cada observación y el error medio cuadrático de la media aritmética.

| Z ₀ | ε _z | Z ₁ = Z ₀ -ε _z | R=f(P,T) | Z ₂ = Z ₁ +R = Z _v | φ | δ |
|----------------|----------------|--|-------------|--|--------------|-----------|
| 54,7605 | 0,001808333 | 54,75869167 | 0,021547176 | 54,78023884 | -38,70021908 | -20,99848 |
| 54,76697222 | | 54,76697222 | 0,021553002 | 54,78852522 | | -20,99848 |
| 55,03375 | | 55,03375 | 0,021765301 | 55,0555153 | | -20,99848 |
| 55,11561111 | | 55,11561111 | 0,021832623 | 55,13744373 | | -20,99848 |
| -55,28736111 | | 55,28736111 | 0,021973869 | -55,30933498 | | -20,99848 |
| -55,61786111 | | 55,61786111 | 0,022656865 | -55,64051798 | | -20,99848 |

| H ^h | AR | TSLocal AR+H ^h | TSG | Λ TSL-TSG |
|----------------|-----------|------------------------------|------------|--------------|
| 4,070085823 | 19,176418 | 23,24650382 | 27,3787081 | -4,132204227 |
| 4,070639202 | 19,176418 | 23,2470572 | 27,3940277 | -4,146970455 |
| 4,093446393 | 19,176418 | 23,26986439 | 27,4023838 | -4,132519414 |
| 4,100444986 | 19,176418 | 23,27686299 | 27,4093473 | -4,132484279 |

| | PROM CI-CD | Λ _M | v Λ-Λ _M | vv | m = (vv/(n-1)) ^{1/2} | M = m/(n ^{1/2}) |
|---|---------------|----------------|-----------------------|-------------|----------------------------------|------------------------------|
| 1 | -4,139625736 | -4,13510843 | -0,0045173 | 2,0406E-05 | 0,002363663 | 0,00083568 |
| 5 | | | -0,00235066 | 5,52561E-06 | | |
| 2 | | | 0,002766057 | 7,65107E-06 | | |
| 6 | | | 0,002350662 | 5,52561E-06 | | |
| 3 | | | | | | |
| 7 | | | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 8 | | | | | | |

| | | | |
|------------------------------|------------------|----------|------------------|
| Λ = Λ_M ± M | -4,135108 | ± | 0,0008357 |
|------------------------------|------------------|----------|------------------|

8 - Posicionamiento geodésico

Concepto de posicionamiento

La noción de Referencia implica la definición de un conjunto de elementos que permiten ubicar unívocamente la posición de un objeto. En este contexto el movimiento y la posición de un punto se definen a partir de una construcción matemática de un sistema de coordenadas.

Fue precisamente la Astronomía la que planteó las primeras soluciones al concepto de posición. Surgió así la definición de Coordenadas Latitud y Longitud Astronómica. De esta manera los navegantes podían saber su posición en el medio del océano observando las estrellas. Luego, a partir de un modelo elemental de planeta (esférico, y más tarde elipsoidal) podía conocerse la distancia a otras costas o poblaciones. El desarrollo social, económico e industrial hizo necesario crear condiciones para dar coordenadas a puntos en cualquier sitio sin la necesidad de recurrir a una determinación astronómica (lenta y sujeta a condiciones meteorológicas). De esta manera se establecieron puntos con coordenadas asignadas que se distribuyeron a lo largo del territorio de cada país quedando constituidas las conocidas Redes Geodésicas Nacionales.

Sistemas de referencia

Los Sistemas de Referencia son indispensables para determinar la posición de un cuerpo y describir si este se mueve o está quieto. Se definen desde el punto de vista matemático como un conjunto de modelos y convenciones cuyo propósito es referir, mediante coordenadas, un punto en el espacio. Están formados por:

- Terna de ejes perpendiculares entre sí.
- Origen: Intersección de ejes.
- Escala y unidad de medida empleada.

La georreferenciación necesita la definición de dos Sistemas de Referencia (SR). El primero es un **Sistema celeste**, donde se consideran los movimientos globales de la esfera celeste y el segundo es un **Sistema terrestre** ya que a él están ligadas las estaciones que realizan observaciones astronómicas (si bien también terrestres, no es nuestro caso de estudio). Se establece, pues, una relación directa entre la posición de ciertos cuerpos de la bóveda celeste con la posición de puntos sobre la superficie terrestre.

El sistema de referencia definido convencionalmente para poder ser utilizado como tal, necesita de una materialización física. Esta materialización recibe el nombre de **Marco de referencia** y se establece dando coordenadas a una serie de puntos convenientemente monumentados. Pero en rigor, las coordenadas de puntos situados sobre la superficie terrestre experimentan variaciones en el tiempo debido a desplazamientos y deformaciones que experimenta la corteza terrestre y por variaciones en la dirección de los ejes de los sistemas de referencia.

Sistemas de referencia espaciales o Celestes

Los sistemas de referencia fijos al espacio o *inerciales* son más apropiados para definir la situación y el movimiento de objetos externos a la Tierra, como las estrellas, los planetas y de forma especial, los satélites artificiales. Al ser sistemas libres de aceleración o *inerciales*, permiten efectuar cálculos empleando, sin modificaciones, la formulación newtoniana.

Según los objetos celestes cuyo movimiento se busca especificar, pueden definirse distintos sistemas de referencia celestes:

- Sistemas de referencia extragalácticos (Fuera de la Vía Láctea, ej: Quásares)
- Sistemas de referencia galácticos (Dentro de la Via Láctea, ej: Estrellas)
- Efemérides del Sistema Solar (Sol, planetas, Luna, asteroides, ...)
- Órbitas de satélites (GNSS, LAGEOS, ...)

Marcos de Referencia Celestes Convencionales

Marcos estelares o galácticos: Se definen en los catálogos estelares (como el FK3 o FK5¹⁸). Las posiciones de estrellas están dadas en un Sistema de coordenadas ecuatoriales (ascensión recta y declinación). Las coordenadas de las estrellas son válidas sólo para una época dada. Si bien los movimientos propios están dados en el catálogo, los errores del modelo de precesión y nutación limitan la precisión del mismo. En Argentina, este marco puede encontrarse en el Suplemento al Calendario Náutico y Aeronáutico, generado por el Servicio de Hidrología Naval¹⁹.

Marcos extragalácticos: Estos marcos de referencia están definidos por los catálogos de radio fuentes, válidos también para una época de referencia. Las posiciones de las fuentes se expresan en coordenadas ecuatoriales. La precisión de estos catálogos depende de la

¹⁸ FK: Del alemán "Fundamental Katalog"

¹⁹ SHN: <http://www.hidro.gov.ar/download/download.asp> - Consulta: 28/07/2019

configuración de las redes de radio telescopios, de la frecuencia de observación y de la estructura de cada fuente. El nivel de precisión es del orden de una milésima de segundo de arco (0,001”).

Marcos dinámicos: Los marcos celestes dinámicos se definen por las efemérides de objetos celestes tales como los planetas, la Luna y ciertos satélites artificiales.

Sistema de Referencia Celeste Internacional (ICRS)

En 1998 la Unión Astronómica Internacional (IAU) adoptó el Sistema de Referencia Celeste Internacional (International Celestial Reference System - ICRS) como el SR fundamental. Este se define como un sistema ecuatorial con origen en el baricentro del Sistema Solar y con los ejes en direcciones fijas respecto a radiofuentes extragalácticas, principalmente cuásares. Antes de 1998 las realizaciones prácticas de las direcciones de referencias celestes venían dadas por una serie de catálogos de estrellas fundamentales, el último de los cuales fue el FK5. Los catálogos fundamentales incluyen posiciones y movimientos propios de estrellas cercanas observadas con instrumentos ópticos. Al tratarse de estrellas brillantes (cercanas) sus movimientos propios son considerables y los errores en la determinación de ellos se transmiten, con el tiempo, al SR. El sistema FK5 se basa en mediciones ópticas, y tiene errores del orden de 50 msa, muy por encima de los errores internos del sistema actual. Por este motivo, el ICRS adoptó el uso de cuásares, por considerarlos puntos fijos en el espacio, y otros elementos de movimiento conocido, como satélites artificiales.

Marco de Referencia Celeste Internacional (ICRF)

El *Marco de Referencia Celeste Internacional* (ICRF) se determina por un catálogo de coordenadas ecuatoriales (ascensiones rectas y declinaciones) de radio fuentes extragalácticas referidas a la época J2000²⁰, calculadas considerando que no haya movimiento propio de la red (Figura 75). La determinación de las coordenadas de las radiofuentes se realiza desde 1989 por el International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS) por lo menos dos veces por año.

El 1° de Enero del 2019, entró en vigencia el ICRF3, el cuál es una densificación del ICRF establecido en 1997. Este nuevo marco, incorpora cerca de 40 años de datos adquiridos con el método VLBI (2.3 y 8.4 GHz) en conjunto con otras observaciones de radiofrecuencias altas (24 GHz y frecuencia 8.4/32 GHz) de los últimos 15 años. El ICRF3 contiene la posición de

²⁰ “J” indica época juliana y 2000 se refiere al 1 de enero del 2000, a las 12 hs de Tiempo Terrestre (TT: escala de tiempo utilizada en las efemérides geocéntricas aparentes de los cuerpos del Sistema Solar y de estrellas).

4536 fuentes extragalácticas, de las cuales 303 están uniformemente distribuidas en el cielo y definen los ejes del marco. Las posiciones están en la época 2015.0²¹.

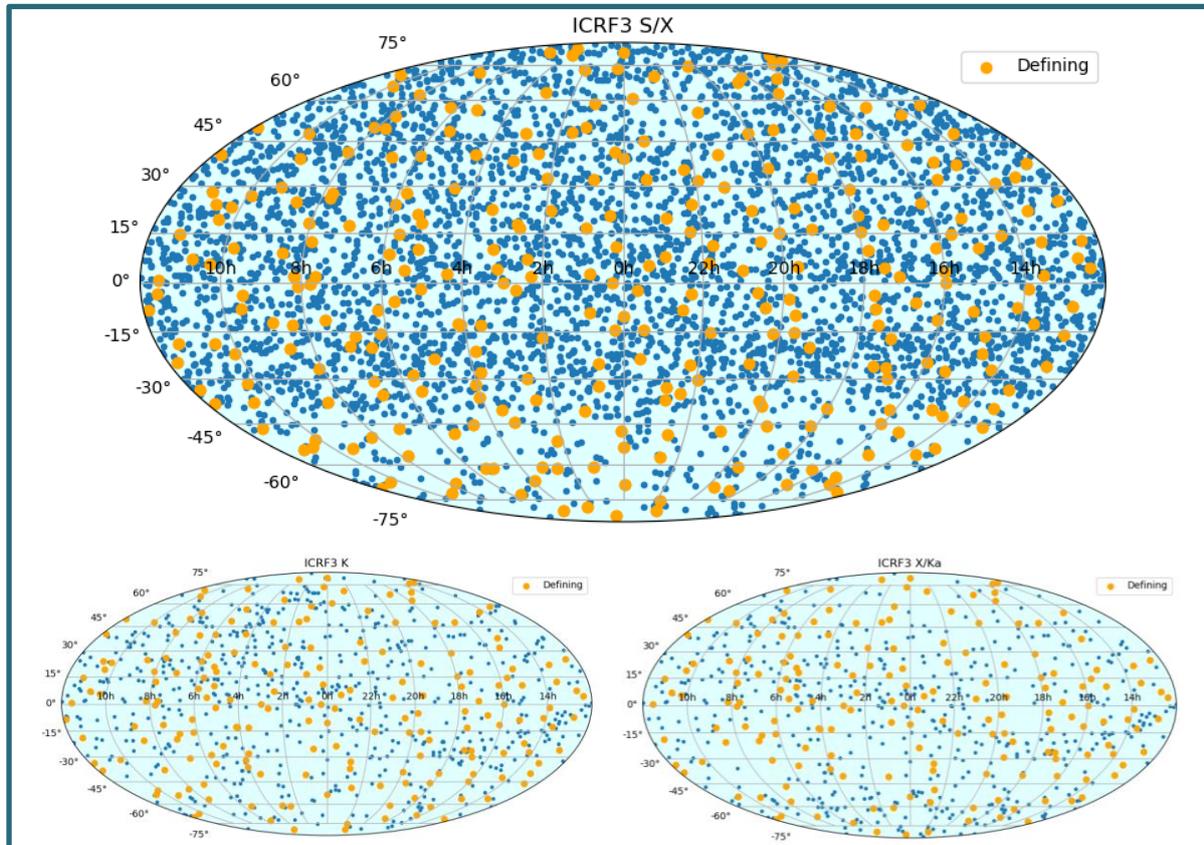


Figura 75: Distribución de radiofuentes.

Referencias: Estrellas → Definición. Rombos → Candidatas. Círculos → Otros. Fuente: IERS²²

Sistemas de referencia terrestres

Los sistemas de referencia terrestres o fijos a la Tierra se utilizan para determinar coordenadas de puntos sobre la superficie terrestre o en sus proximidades. En este tipo de sistemas de referencia aparecen aceleraciones rotacionales (centrífuga y de Coriolis) por lo que reciben el nombre de sistemas *no inerciales*. Es un sistema espacial que gira solidariamente con la propia Tierra en el espacio. Las coordenadas de los puntos en este sistema están referidas a la superficie sólida del planeta. Dichas coordenadas están sometidas a una serie de variaciones temporales que son debidas, fundamentalmente, a condicionantes de tipo geodinámico como la tectónica de placas o las mareas sólidas. Es un sistema geocéntrico con origen en el centro de la Tierra.

²¹ <http://hpiers.obspm.fr/icrs-pc/newwww/icrf/icrf3-ReadMe.txt> - Consulta: 18/07/2020

²² <https://hpiers.obspm.fr/icrs-pc/icrf/icrf.html> - Consulta: 27/07/2019

Marco de Referencia Terrestre Internacional (ITRF)

El Marco de Referencia Terrestre Internacional (International Terrestrial Reference Frame - ITRF) se realiza mediante la adopción de las coordenadas cartesianas geocéntricas y velocidades de estaciones de rastreo distribuidas globalmente. Las técnicas y observaciones geodésicas espaciales son las únicas empleadas en la elaboración de los marcos de referencia. Además del núcleo primario de estaciones de observación, la red global está densificada con subredes GNSS (Global Navigation Satellite System) regionales. Para América la densificación toma el nombre de **SIRGAS** (Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas) y la red argentina se denomina **POSGAR** (Posiciones Geodésicas Argentinas). Sus posiciones tienen precisiones dentro del centímetro y las velocidades del orden de 1 milímetro por año.

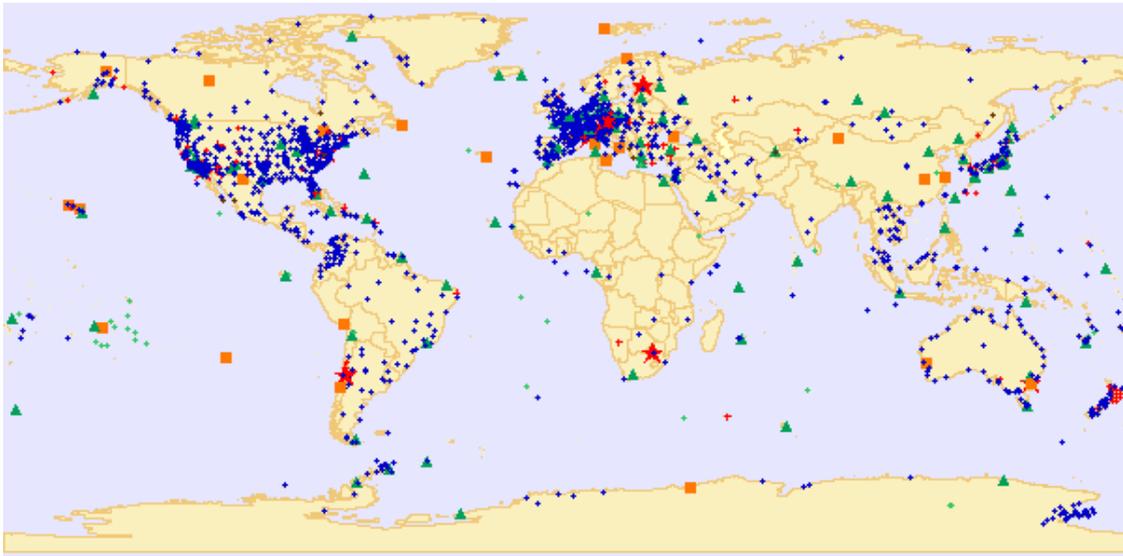


Figura 76: Estaciones que conforman el ITRF. Fuente: IERS²³

Las materializaciones del ITRS producidas por el IERS consisten en una lista de coordenadas y velocidades para un conjunto de estaciones distribuidas sobre toda la Tierra y válidas para una época de referencia t_0 . Se llaman ITRFY_{YY} donde YY indica el año de los datos más recientemente incorporados al cálculo. Se realizan mejoramientos anuales de ITRF del orden del cm en las posiciones y algunos mm por año en velocidades.

Vinculación entre el sistema de referencia celeste y el terrestre

La orientación de la Tierra está definida como la rotación de la corteza terrestre (sistema terrestre) en un conjunto geocéntrico de ejes fijos con respecto a cuásares (sistema celeste).

²³ <http://itrf.ensg.ign.fr/> - Consulta: 24/07/2019

La Tierra se mueve en el espacio de manera que la orientación de su eje de rotación se puede describir como la superposición de varios movimientos. Estas variaciones son complejas y su conocimiento es fundamental para lograr una materialización precisa de los sistemas de referencia Celeste y Terrestre.

Convencionalmente se define un eje de rotación o polo medio, fijo a la corteza terrestre. Los movimientos de este eje respecto del sistema inercial se agrupan bajo los términos de Precesión y Nutación. Por otra parte, los cambios del eje de rotación instantáneo respecto del convencional se denominan Movimiento del Polo. A estos movimientos se agrega la rotación terrestre propiamente dicha, compuesta por una velocidad de rotación media e irregularidades denominadas variaciones de la longitud del día (LOD).

Parámetros de Orientación Terrestre

Los movimientos mencionados se engloban en 5 parámetros llamados **POT: Parámetros de Orientación Terrestre** (Earth Orientation Parameters, EOP) que permiten describir esas irregularidades y determinar cómo el ITRS rota, en función del tiempo, en relación al ICRS. De esta manera queda vinculado el Sistema de Referencia Terrestre con el Sistema de Referencia Celeste (Figura 77).

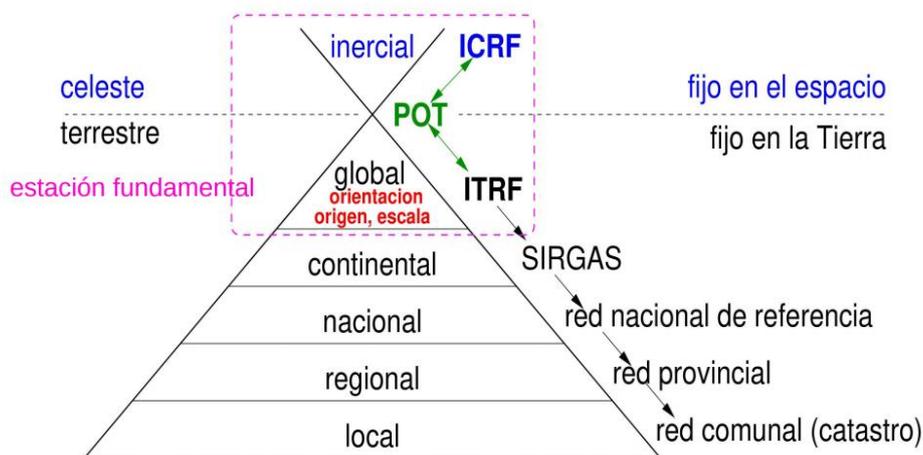


Figura 77: Relación entre sistemas celestes y terrestres.

Los cinco POT, obtenidos de las observaciones geodésicas de alta precisión, proporcionan correcciones a la rotación uniforme diurna y modelizan la precesión-nutación. Estas son:

- Desviaciones del polo celeste ($\Delta X, \Delta Y$)
- Tiempo rotacional (UT1-UTC)
- El movimiento del polo (x_p, y_p).

La orientación de la Tierra (Figura 78) se obtiene introduciendo estos parámetros en la transformación de coordenadas entre el Marco de Referencia Celeste y el Marco de Referencia Terrestre²⁴:

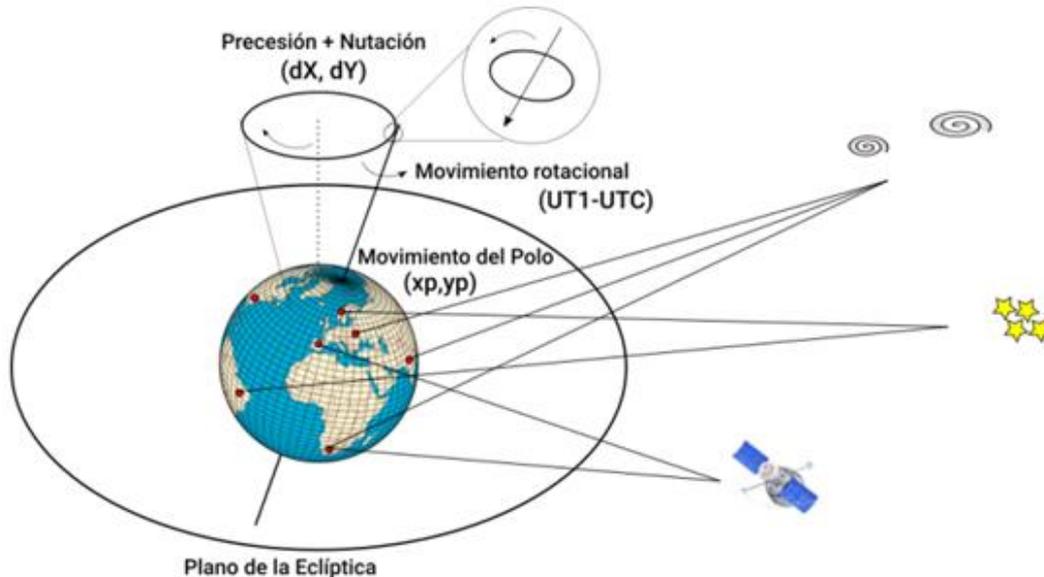


Figura 78: Orientación. Fuente: Palomar Pozo, 2019

Desviaciones del Polo Celeste (offsets)

Estas desviaciones se componen de una serie de rotaciones que permiten ajustar el eje de rotación celeste con el terrestre, en una época dada. Estas rotaciones dependen de los movimientos de precesión y nutación y se calculan en función del tiempo. La Figura 79 refleja las diferencias del movimiento actual del polo celeste con respecto a las convenciones de la IAU, para los modelos de precesión y nutación.

Corrección por precesión (P): Se definen tres ángulos de giro, denominados ángulos euclidianos de Precesión (ζ , Z y θ), los cuales son función del tiempo T .

Corrección por nutación (N): Se definen tres ángulos denominados ε (oblicuidad media de la eclíptica), $\Delta\psi$ (Nutación en longitud) y $\Delta\varepsilon$ (Nutación en oblicuidad). Donde ε es función de T y los valores de $\Delta\psi$ y $\Delta\varepsilon$ se calculan por las series de Nutación de la IAU y vienen tabulados día a día en almanaques astronómicos para las 0hs. de TU y son obtenidos de modelos de precesión y nutación de la IAU.

²⁴ shorturl.at/fmtwP – Consultado el: 18/07/2020

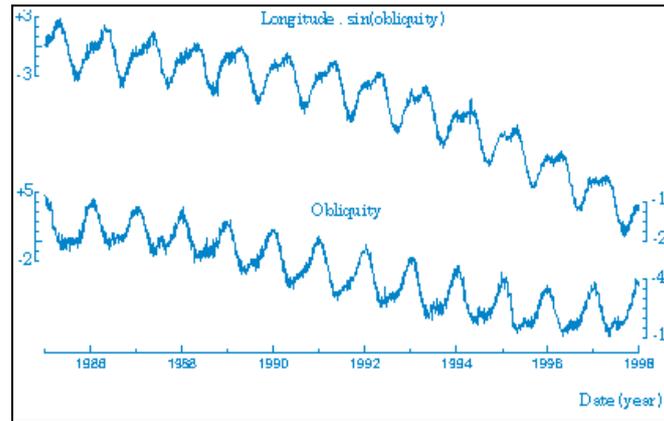


Figura 79: Teoría de la Precesión y Nutación IAU 1976. Unidad 0,001". Fuente: IERS

Tiempo rotacional (UT1-UTC)

La Velocidad de Rotación ω de la Tierra es también variable y tiene como causa el frotamiento del mar sobre el fondo oceánico, especialmente en mares poco profundos y producido por las mareas. Este fenómeno consume energía que se resta de la rotación y trae como resultado el retardo de la velocidad de rotación. Estas variaciones son generalmente descriptas por el exceso en el tiempo de revolución con respecto a la definición del segundo en el SI (86400-ava parte del día) y es llamada Longitud del Día (Length Of Day, LOD) (Figura 80). Cuando la LOD se aplica al Tiempo Universal, se genera la escala de Tiempo UT1. Cuando al UT1 se le resta el UTC ($DUT1 = UT1 - UTC$) es posible determinar el ángulo de rotación de la Tierra (Earth Rotation Angle, ERA).

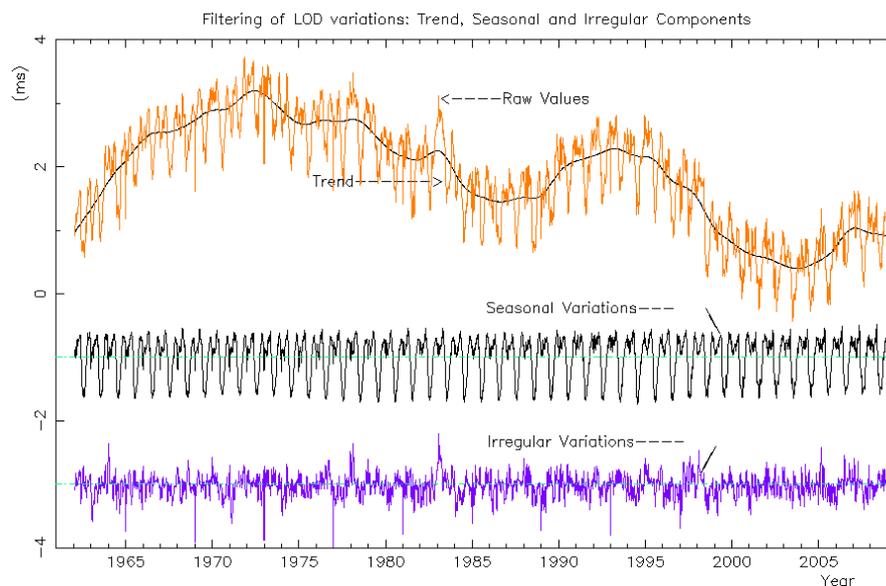


Figura 80: Variaciones en LOD. Fuente: HPIERS²⁵

²⁵ <https://hpiers.obspm.fr/eop-pc/earthor/ut1lod/UT1.html#figure> – Consultado el 18/07/2020

Movimiento del Polo

El movimiento del polo no está adecuadamente determinado por los modelos terrestres disponibles, por lo tanto, se deben estimar correcciones a los modelos convencionales a partir de observaciones realizadas por las distintas técnicas geodésicas. Dicha corrección consiste en una secuencia de 3 rotaciones: una por la rotación terrestre y dos por el movimiento polar. Si todas las fuerzas externas sobre la Tierra se eliminasen, su eje de rotación variaría aún con respecto a su propia figura, principalmente debido a sus propiedades elásticas y a los cambios de momento angular entre la Tierra sólida, los océanos y la atmósfera.

Las coordenadas del Polo, x_p e y_p definen la posición del polo instantáneo a una fecha determinada. Los modelos actuales no pueden predecir el movimiento del polo con la exactitud requerida, por esto se deben estimar correcciones a los modelos convencionales a partir de observaciones realizadas con técnicas geodésicas modernas (Figura 81 y Figura 82).

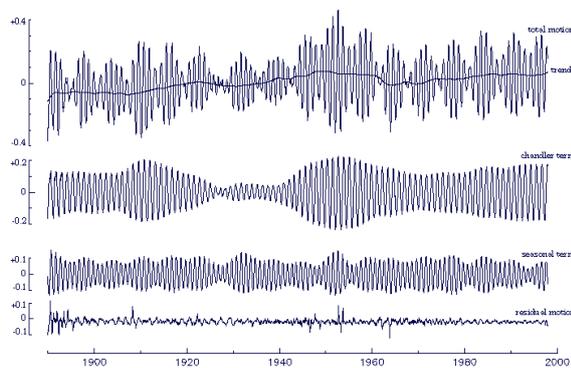


Figura 81: Componente X del movimiento del polo

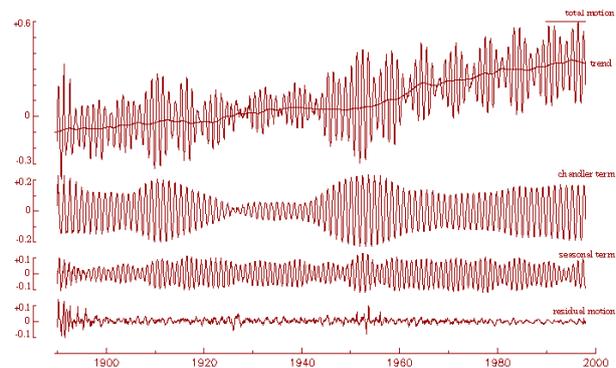
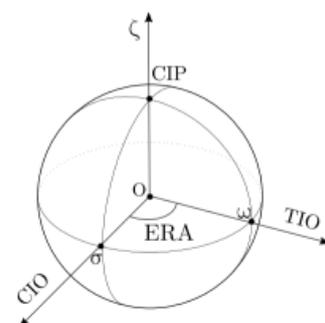


Figura 82: Componente Y del movimiento del polo

Transformaciones entre sistemas

El eje de rotación de la Tierra no coincide con el eje definido para el sistema ITRS como tampoco lo hace con el del ICRS. Debido a que el eje instantáneo de rotación no puede ser definido, se crean sistemas intermedios que, mediante matrices rotacionales se pueda pasar del ICRS al ITRS. A estos sistemas intermedios se les establece un eje de rotación, llamado Polo Celeste Intermedio (Celestial Intermediate Pole, CIP) el cual se define tanto para el sistema celeste (Celestial Intermediate Origin, CIO) como para el terrestre (Terrestrial Intermediate Origin, TIO). Para calcular la posición del CIO y el TIO se utilizan dos cantidades denominadas s (localizador del CIO) y s' (localizador del TIO), las cuales posicionan los ejes en el ecuador del CIP.



El sistema celeste intermedio CIRS, se genera aplicando rotaciones al eje CIP, con valores determinados por modelos de precesión y nutación ($\Delta X, \Delta Y$). El ángulo s permite posicionar el CIO en el ecuador del CIP. Para relacionar el Sistema Intermedio Celeste (CIRS) y Terrestre (TIRS) se aplican matrices de rotación alrededor del CIP con el propósito de llevar la dirección del CIO al TIO. Esta rotación es igual al ERA y se mide sobre el ecuador del CIP. Finalmente, el ITRS se obtiene luego de aplicar rotaciones al TIRS, por medio de las coordenadas del Polo y el parámetro s' . La siguiente expresión y diagrama (Figura 83) resume las transformaciones entre sistemas. Si lo que se desea es transformar el ITRS al ICRS, se aplica en camino inverso.

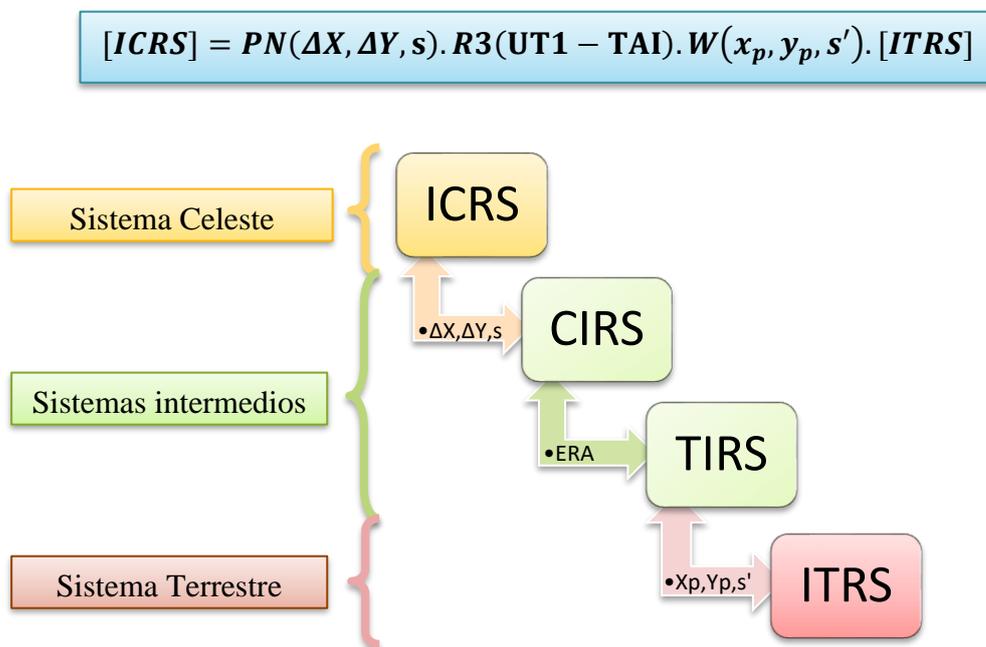


Figura 83: Diagrama de transformación entre sistemas

Boletines del IERS

Los POT son estimados diariamente por los servicios que contribuyen a la materialización del sistema de referencia terrestre y pueden encontrarse online²⁶. Diferentes boletines del IERS proveen información de la orientación terrestre²⁷.

- Boletín A, da las últimas soluciones semanalmente y brinda predicciones de los POT.
- Boletín B, da la solución standard mensualmente.
- Boletín C, brinda correcciones al Tiempo (UTC-TAI) cada 6 meses.
- Boletín D, contiene los valores de la diferencia DUT1

²⁶ <http://hpiers.obspm.fr/eoppc/eop/>

²⁷ <http://www.iers.org/publications/bulletins/>

| BULLETIN B 389 1 July 2020 | | | | | | | | | | | | |
|---|-----|----------|----------|---------------|-----------|-----------|--------------|--------------|---------------|---------------|---------------|-------|
| Contents are described in ftp://hpiers.obspm.fr/iers/bul/bulb_new/bulletinb.pdf | | | | | | | | | | | | |
| 1 - DAILY FINAL VALUES OF x, y, UT1-UTC, dX, dY Angular unit is milliarcsecond (mas), time unit is millisecond (ms). Upgraded solution from March 1 2017 - consistent with ITRF 2014. | | | | | | | | | | | | |
| DATE (0 h UTC) | MJD | x mas | y mas | UT1-UTC ms | dX mas | dY mas | x err mas | y err mas | UT1 err ms | dX err mas | dY err mas | |
| Final values | | | | | | | | | | | | |
| Mean formal error | | 0.051 | 0.034 | 0.0078 | 0.025 | 0.050 | | | | | | |
| 2020 | 5 2 | 58971 | 77.588 | 436.915 | -242.9170 | 0.102 | 0.018 | 0.054 | 0.036 | 0.0068 | 0.060 | 0.048 |
| 2020 | 5 3 | 58972 | 79.720 | 438.133 | -243.6308 | 0.100 | 0.028 | 0.054 | 0.036 | 0.0068 | 0.060 | 0.047 |
| 2020 | 5 4 | 58973 | 81.539 | 439.339 | -244.5748 | 0.098 | 0.039 | 0.054 | 0.036 | 0.0068 | 0.060 | 0.046 |
| 2020 | 5 5 | 58974 | 83.001 | 440.397 | -245.6700 | 0.097 | 0.049 | 0.054 | 0.037 | 0.0068 | 0.061 | 0.045 |
| 2020 | 5 6 | 58975 | 84.371 | 441.298 | -246.8040 | 0.069 | 0.024 | 0.054 | 0.037 | 0.0069 | 0.061 | 0.046 |
| 2020 | 5 7 | 58976 | 85.880 | 442.199 | -247.8448 | 0.034 | -0.011 | 0.054 | 0.037 | 0.0070 | 0.062 | 0.047 |
| 2020 | 5 8 | 58977 | 87.577 | 442.774 | -248.6936 | -0.001 | -0.046 | 0.053 | 0.036 | 0.0071 | 0.061 | 0.047 |
| 2020 | 5 9 | 58978 | 89.488 | 443.500 | -249.3145 | -0.017 | -0.024 | 0.053 | 0.036 | 0.0072 | 0.062 | 0.048 |

Parámetros de orientación publicados en el Boletín B. Fuente: IERS²⁸

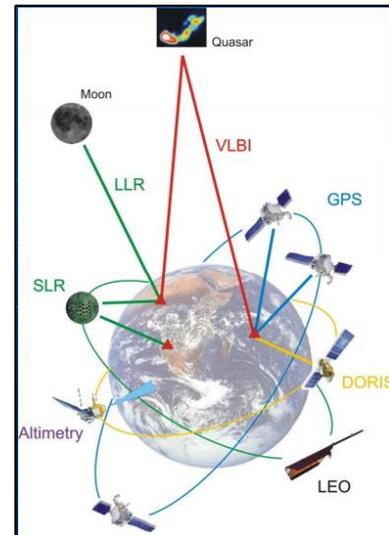
Un reporte anual se publica seis meses después de finalizado cada año, e incluye detalles técnicos de cómo se determinaron los productos y compara soluciones con las de años anteriores. El IERS también es responsable de asegurar la compatibilidad de los datos anteriores recolectados con instrumentos ópticos, con los nuevos. Están disponibles series de largo período como ser movimiento polar desde 1846, UT1 desde 1962 y parámetros de nutación desde 1981.

²⁸ https://datacenter.iers.org/data/latestVersion/207_BULLETIN_B207.txt - Consultado el 24/07/2020

9 - Técnicas geodésicas modernas

El ITRF se materializa a través de las coordenadas de una serie de estaciones distribuidas por todo el mundo. El marco está formado por coordenadas cartesianas y velocidades de una serie de estaciones equipadas con técnicas de observación espacial las cuales definen implícitamente el origen, la escala y la orientación de los ejes coordenados X, Y, Z, del sistema de referencia.

Actualmente hay varias técnicas que permiten establecer un conjunto de estaciones fijas, con coordenadas precisas a escala global. Cada una de las técnicas genera su propio marco de referencia con coordenadas y velocidades conocidas para cada estación en cada época de observación, por lo tanto las soluciones de las técnicas se deben combinar para estimar las posiciones y velocidades en el marco ITRF, en una época de referencia, para cada estación así como los parámetros de transformación.



VLBI (Very Long Baseline Interferometry)

La técnica VLBI (Interferometría de Bases Muy Largas) es la piedra fundamental del sistema de referencia celeste. Consiste en la recepción de radio-frecuencia de una misma fuente extragaláctica (por ejemplo, de un quásar), por dos antenas radio telescópicas en forma simultánea. Esta medida determina para cada par de antenas, el retardo de un mismo frente de onda que llega a ambas antenas separadas por miles de kilómetros. Para ellos, ambas antenas deben estar sincronizadas en la misma escala de tiempo mediante relojes atómicos. La Figura 85 muestra un esquema básico de este sistema.

Los registros de ambos observatorios son, a posteriori, correlacionados para obtener dos observables posibles: el retardo diferencial de la señal de radio y la diferencia de fase de la señal. Las sesiones de observación geodésica duran las 24 hs y observan distintas fuentes radiales distribuidas en el cielo.

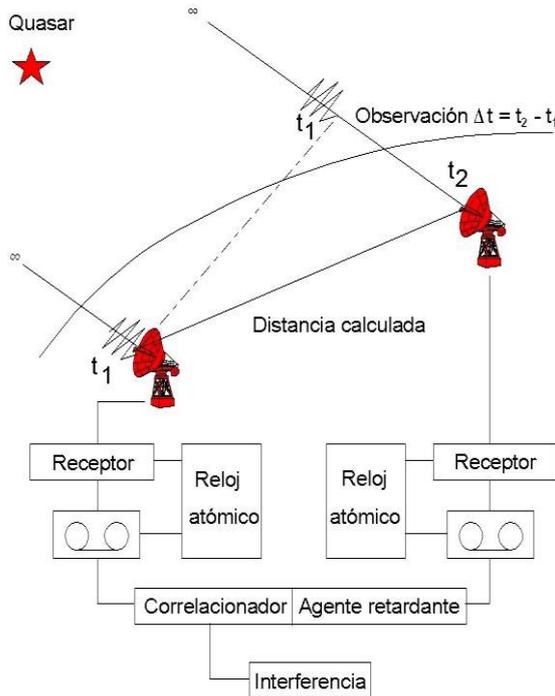


Figura 84: Funcionamiento técnica VLBI

En la siguiente expresión se ve la relación fundamental entre el retardo observado y el vector que media entre las dos estaciones receptoras.

$$\tau(t) = \frac{\bar{B} \cdot \bar{S}}{c} + \Delta\tau(t)$$

Donde:

$\tau(t)$: retardo observado ($t_2 - t_1$),

\bar{B} , línea base,

\bar{S} , dirección a la radiofuente,

c : velocidad de la luz,

$\Delta\tau(t)$: suma de términos correctivos (offset entre relojes, atmósfera, ionósfera, efectos relativistas, etc.).

La vinculación entre los sistemas de referencia terrestre y celeste que esta técnica aporta puede verse si expresamos la ecuación anterior en forma aproximada siguiendo a Melbourne (1980):

$$c \cdot \tau(t) = B_z \cdot \text{sen } \delta + B_e \cdot \text{cos } \delta \cdot \text{cos} (\alpha - \theta - \phi)$$

Donde

$$B_e = (B_x^2 + B_y^2)^{1/2}$$

$$\phi = \text{arccotg}(B_y / B_x)$$

α y δ : ascensión recta y la declinación de la fuente.

θ : tiempo sidéreo de Greenwich a la fecha t

B_x , B_y y B_z : componentes ecuatoriales de la línea de base en un Marco Terrestre.

La calidad de los modelos y observaciones que se utilizan con esta técnica permite en el presente definir direcciones con una exactitud del orden de 0.1 msa, lo que implica estimar las componentes de los vectores entre estaciones con errores subcentimétricos. Las estaciones VLBI que contribuyen a la realización del Sistema de Referencia Terrestre Internacional se encuentran organizadas en el Servicio Internacional de VLBI (IVS) y su distribución puede observarse en la Figura 85. Varios organismos están equipados con material que les permite analizar los datos VLBI.

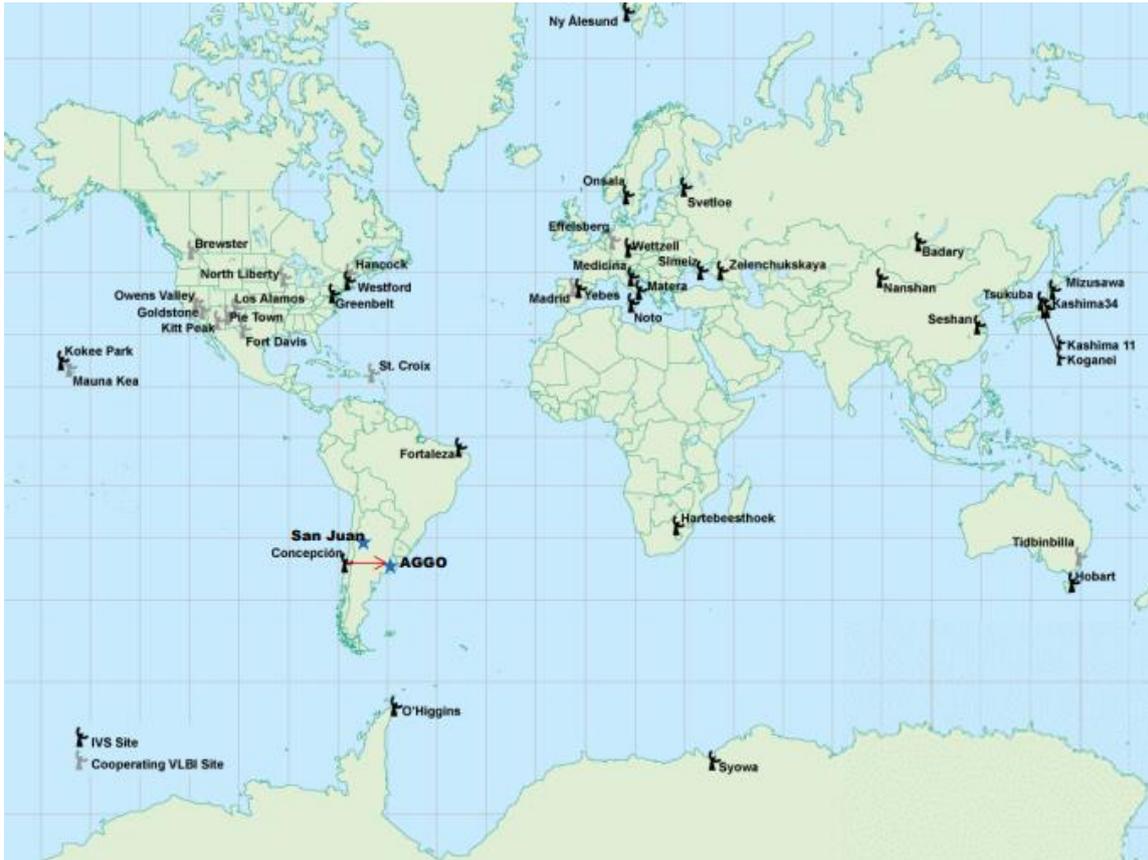


Figura 85: Estaciones de VLBI - Fuente: IVS (<https://ivsc.gsfc.nasa.gov/stations/ns-map.html> - Consulta 06/10/2019)



Figura 86: Estación VLBI en AGGO (La Plata, Argentina)

LLR (Lunar LASER Ranging)

La técnica LLR (Telemetría Láser sobre la Luna) mide el tiempo de ida y vuelta de un pulso LASER²⁹ entre las estaciones de la Tierra a alguno de los cuatro retrorreflectores emplazados en la superficie de la Luna por las misiones Apolo (USA) y Lunakhod (URSS).

La relación de observación que liga la cantidad medida “D” (doble camino), con las coordenadas esféricas terrestres geocéntricas de la estación terrestre (r, B, L), las coordenadas ecuatoriales (α,δ), el ángulo horario del reflector lunar, H y finalmente otros términos relativos al movimiento de rotación de la Tierra, puede escribirse como:

$$D - D_0 = 2\Delta r/D[(\cos B \cos \delta \sin H)\mathcal{A}(UT1 - UTC) - L - \alpha] + \cos B \cos H \partial A + \sin B \partial B + (\cos B \cos H \sin \delta - \sin B \cos \delta)\mathcal{C} + \partial D$$

Donde:

Δ: vector que une los centros de masa de la Luna y la Tierra.

Los términos ∂A, ∂B, ∂C y ∂D indican correcciones a calcular para los valores a priori de los parámetros r, B, Δ y δ respectivamente.

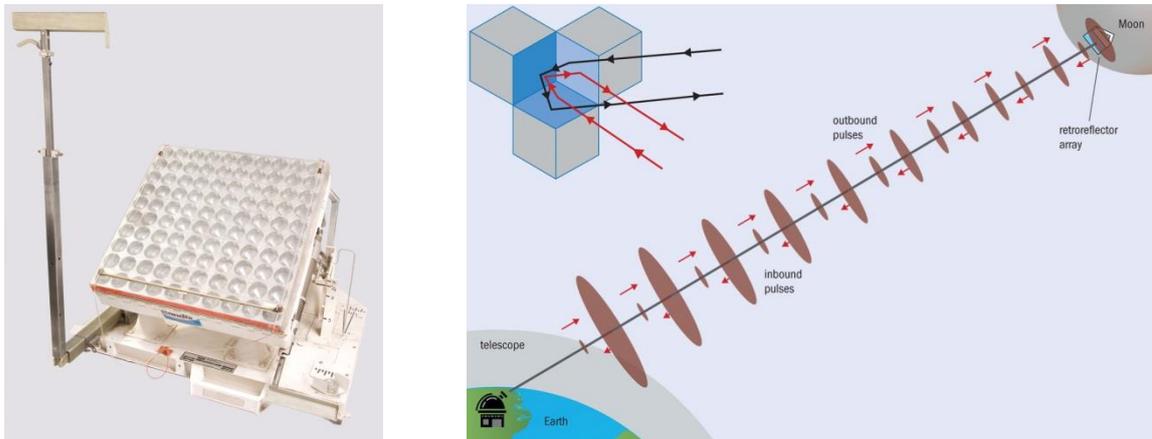


Figura 87: Esquematzación del sistema LLR

Fuente: Physics World (<https://physicsworld.com/a/how-high-the-moon/> - Consulta: 06/10/2019)

La técnica LLR puede materializar el sistema de referencia con errores de varios centímetros. Teniendo en cuenta además que estas soluciones no incluyen las velocidades de las estaciones de observación la convierte en una técnica cuya exactitud se encuentra por debajo de las demás.

²⁹ Acrónimo de Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation (Amplificación de luz por emisión estimulada de radiación)



Figura 88: Estación LLR del Goddard Space Flight Center (NASA)

SLR (Satellite LASER Ranging)

La técnica SLR (Telemetría LASER sobre satélites) es uno de los pilares fundamentales para la materialización del ITRS. Desde sus comienzos hasta el presente, la precisión de las observaciones fue mejorando desde varios metros en sus comienzos a menos que un centímetro actualmente. La contribución de estas técnicas en la realización de sistemas de referencia es de gran importancia, porque permiten la definición de la posición del centro de masa de la Tierra con precisión centimétrica.

Un telescopio SLR es un instrumento que combina un dispositivo oscilador que produce pulsos ultracortos de luz láser para emitirlos hacia satélites provistos de espejos retrorreflectores, y un telescopio astronómico normal que tiene la misión de coleccionar la luz láser que rebota en dichos espejos. El SLR es una técnica de alta precisión y complejidad. La electrónica involucrada en la creación del pulso láser, el cual debe ser perfectamente uniforme y estable, exige grandes esfuerzos tecnológicos y económicos. La detección del pulso de retorno proveniente de los espejos del satélite es también una delicada tarea, por cuanto implica recibir a veces solo unos pocos fotones. Por provenir de mediciones de distancia, las soluciones de SLR tienen un gran peso en la materialización de la escala del sistema de referencia.

La constelación de satélites observables es variable; todos los años terminan algunas misiones y se incorporan otras nuevas, pero aproximadamente consta de 30 a 40 satélites. Las estaciones SLR operan como parte de una red global organizadas en el International Laser Ranging Service (ILRS), a servicio de la IAG (International Association of Geodesy – Asociación Internacional de Geodesia).

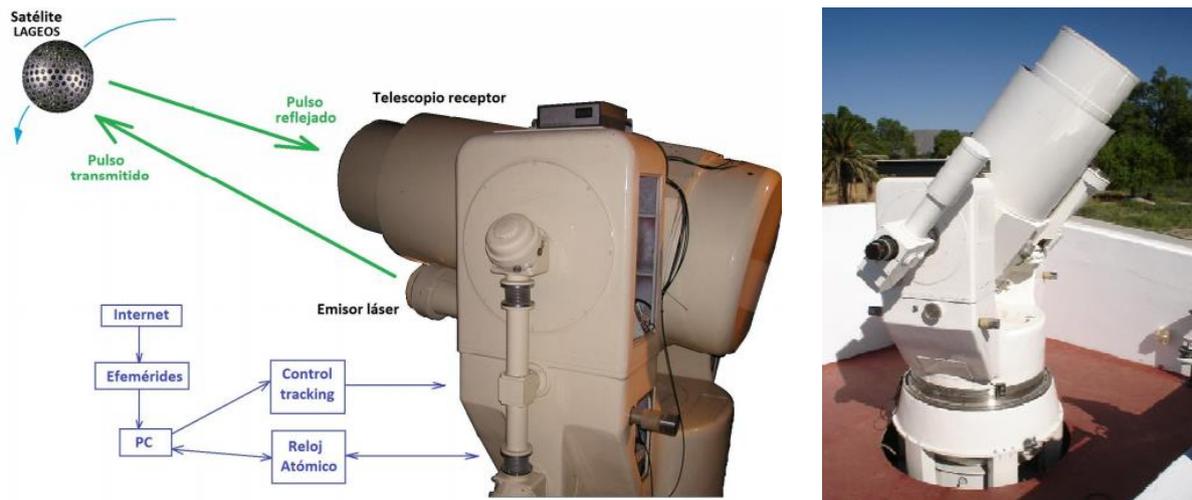


Figura 90: Esquema de funcionamiento del telescopio SLR ubicado en el Observatorio Astronómico Félix Aguilar (OFA), San Juan, Argentina

La altura orbital del satélite sobre la superficie terrestre es el tiempo que dura la observación. Como los satélites bajos, a 400 km o 500 km de altura tienen pasajes rápidos, su observación demora sólo algunos minutos; mientras que, para los satélites altos, a casi 30000 km, la observación puede sumar un par de horas.

Como los satélites están afectados de una gran cantidad de fuerzas perturbadoras, tales como la gravedad terrestre, gravedad de otros cuerpos del sistema solar, frotamiento atmosférico, presión de radiación, etc, la técnica SLR es actualmente la práctica disponible más exacta para determinar la posición geocéntrica de un satélite artificial de la Tierra. La determinación de órbitas se realiza a partir de observaciones desde estaciones terrestres, donde las coordenadas están en un marco ligado a la Tierra. Esto implica que es necesario conocer los movimientos de la Tierra en el espacio con gran exactitud. Del ajuste de las observaciones se obtienen los parámetros orbitales del satélite, correcciones a los modelos de rotación terrestre y también algunos coeficientes del modelo de fuerzas cuyos valores no son conocidos a priori, con suficiente exactitud.

Las investigaciones que el sistema SLR es capaz de realizar o colaborar son muy variadas. Décadas de datos SLR han proporcionado el modelo de referencia del campo de gravedad, proporcionando la base para estudiar variaciones gravitatorias temporales debido a la redistribución de masas. Los valores con SLR del LAGEOS han proporcionado la medida más exacta del Centro de Masas de la Tierra y confirmado que la constante gravitatoria no cambia con el tiempo. También provee un marco de referencia para estudios glaciales, nivel

del mar, cambio del volumen de la masa de hielo y determinaciones en la redistribución temporal de la masa de la Tierra sólida, de los océanos y de la atmósfera.

El SLR contribuye al monitoreo del cambio del nivel del mar de dos maneras: primero proporcionando los datos para la determinación de órbitas, asegurando exactitud en el conocimiento orbital radial del altímetro y, segundo, mejorando el modelo que permite conocer los cambios de altura del mar en mm./año. Las determinaciones del SLR en la rotación y orientación de la Tierra revelan cambios en la distribución de masas e intercambio de movimiento angular en la totalidad del globo.

Dentro de un marco de referencia geocéntrico, el SLR proporciona al mm./año las medidas del movimiento de cada estación. Combinado modelos de gravedad y de los cambios en rotación de Tierra, pueden derivarse investigaciones relacionadas con los procesos internos y del movimiento del polo. Las velocidades entre las estaciones de SLR pertenecientes a las distintas regiones ayudan a estudiar el desplazamiento de las placas tectónicas y el paleomagnetismo. Además de todo lo anterior, el SLR puede realizar estudios en Meteorología, en Física, en el Transporte y Mantenimiento del Tiempo, en Electrónica, etc.

GNSS (Global Navigation Satellite Systems)

Las técnicas de posicionamiento satelital GNSS (Sistemas Satelitales de Posicionamiento Global) es un sistema de navegación satelital que permite la adquisición rápida de información de posiciones y de velocidades tridimensionales. Estos sistemas permiten determinar las coordenadas geodésicas y la altitud de un sitio dado (punto central de la antena receptora de la señal) como resultado de la recepción simultánea de señales provenientes de varios satélites, para fines de navegación, transporte, hidrográficos, agrícolas, investigación científica y muchas otras actividades. Dicha información puede ser obtenida en cualquier parte del globo terrestre, las veinticuatro horas del día y bajo cualquier condición climática.

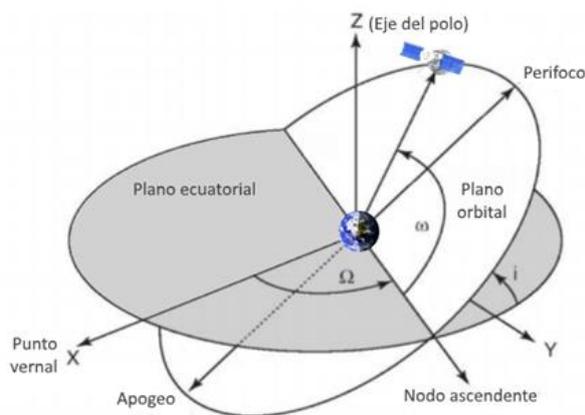
El sistema está controlado por estaciones de rastreo que observan los satélites y permiten el cálculo y predicción de sus órbitas y correcciones a los estados de sus relojes. Estos son luego transmitidos a los satélites para que a su vez las puedan enviar a los usuarios como efemérides transmitidas. Los usuarios reciben las posiciones y correcciones de reloj de los satélites y además pueden medir pseudo distancias a varios de ellos a la vez, lo que les permite calcular su propia localización.

La observación es un retardo como en SLR, pero en este caso es de camino simple, por lo que se involucran la escala de tiempo del reloj del satélite y la del reloj de la estación receptora.

El modelado de las fuerzas sobre el satélite es muy parecido al que se utiliza para SLR, adecuándolo a las características de los satélites GNSS tales como la gran altitud de su órbita y la complejidad de la geometría de su superficie.

El bajo costo relativo de los receptores respecto de las demás técnicas y el gran número de aplicaciones que se sirven de GNSS han contribuido a que en menos de una década se desarrollara una red mundial de estaciones de rastreo integradas en el Servicio Internacional de GPS (IGS). Esta organización, patrocinada por la Asociación Internacional de Geodesia (IAG), produce órbitas GNSS precisas, parámetros de rotación terrestre, coordenadas y velocidades de las estaciones de rastreo con exactitudes del orden de las que se obtienen con las demás técnicas descritas en esta sección. El servicio prestado por el IGS (International GNSS Service) contribuye en forma decisiva a la disponibilidad actual del posicionamiento con GPS de exactitud centimétrica.

Así como la Tierra orbita siguiendo la figura de una elipse, con uno de los focos posicionados en el Sol, lo mismo ocurre con la órbita de los satélites GNSS: orbitan siguiendo una elipse y la Tierra no está en el centro, sino en un foco.



La Figura 91 muestra los parámetros orbitales, donde:

i : Inclinación de la órbita

Ω : ascensión recta del nodo ascendente

ω : distancia angular del nodo al perifoco (punto más cercano del sistema Tierra-satélite)

Figura 91: Órbitas satelitales

GNSS abarca varias técnicas de posicionamiento satelital, la más conocida y difundida de ellas es la estadounidense Global Positioning System (GPS); pero actualmente existen tanto de forma combinada como aislada otras técnicas disponibles tales como GLObal NAVigation Satellite System (GLONASS) de Rusia, el sistema europeo GALILEO. Otros sistemas de navegación satelital que están en proceso de desarrollo son el Beidou, Compass o BeiDou/Compass Navigation Test System (BNTS) de la República Popular China, el Quasi-Zenith Satellite System (QZSS) de Japón y el Indian Regional Navigation Satellite System (IRNSS) de India.

La contribución del GPS en la realización de sistemas de referencia puede considerarse en dos partes:

- En la definición de su propio sistema de referencia, mediante la instalación de antenas GNSS fijas sobre puntos bien distribuidos de la superficie terrestre, formando una red mundial que sirva de base al marco de referencia propio de esta técnica (Ej: Red de la Cooperación Internacional de GPS, CIGNET, actualmente red de estaciones del Servicio Internacional GPS para Geodinámica, IGS).
- Además, el GNSS da la posibilidad de posicionamiento geodésico ultra-preciso, lo cual puede servir para la vinculación entre puntos de distintos marcos de referencia, vinculación de redes regionales a la red permanente, etc. Además, abre grandes posibilidades de interconectar distintos sistemas de referencia.

DORIS (Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite)

El Sistema de Orbitografía por Radioposicionamiento Doppler Integrado por Satélite consta de un segmento espacial conformado por receptores montados a bordo de varios satélites artificiales. Estos reciben señales de una red que consta de balizas instaladas sobre la superficie terrestre, opuesto al sistema GNSS donde las estaciones terrestres reciben información desde los satélites. Las estaciones de tierra emiten señales en dos frecuencias: $V_1 = 2036.25$ Mhz para la medición precisa del efecto Doppler y $V_2 = 401.25$ Mhz para la corrección del retardo por efecto de la ionosfera. A medida que el satélite se mueve hacia la baliza emisora, la frecuencia de la señal recibida es más alta que la emitida, y menor cuando éste se aleja. El receptor en el espacio mide el efecto Doppler sufrido por las señales de las balizas a causa del movimiento relativo emisor-receptor, calcula una solución de navegación para la posición del satélite con una exactitud métrica y envía todos los datos a la estación de control de Toulouse, Francia, donde se calculan órbitas precisas para los satélites, coordenadas para las balizas emisoras, parámetros de rotación terrestre, y otros productos.

Por su concepción, el sistema DORIS tiene un funcionamiento muy centralizado. Los receptores y emisores tienen características muy uniformes y la red de rastreo tiene una distribución muy homogénea, como se muestra en la Figura 92. Desde fines de 1995, las soluciones DORIS constituyen un aporte relevante a la materialización del ITRS.

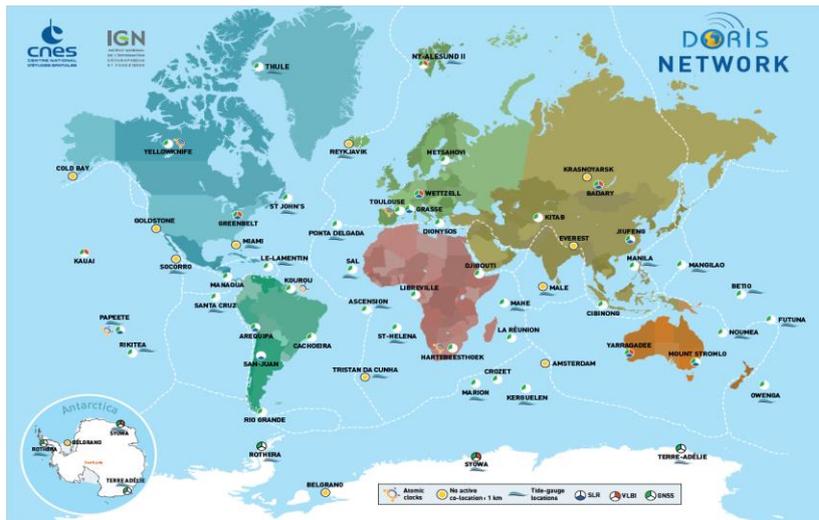


Figura 92: Distribución de receptores DORIS –

Fuente IDS (<https://ids-doris.org/doris-system/tracking-network/maps.html> - Consulta 06/10/2019)

Geodesia Satelital en Argentina

AGGO - Observatorio Argentino-Alemán de Geodesia

Ubicado en ciudad de La Plata (provincia de Buenos Aires), el Observatorio Argentino-Alemán de Geodesia (AGGO por sus siglas en inglés) surge de una iniciativa conjunta del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET) de la Argentina y de la Agencia Federal de Cartografía y Geodesia (Bundesamt für Kartographie und Geodäsie - BKG) de Alemania. Mediante ese esfuerzo mancomunado, ambos países hacen propia la recomendación promulgada por las Naciones Unidas en 2015, instando a las naciones a aunar esfuerzos para mejorar el Marco de Referencia Geodésico Global (GGRF).

AGGO es uno de los observatorios geodésicos más completos del mundo y su ubicación estratégica en el Hemisferio Sur lo convierte en una pieza clave del Sistema Geodésico de Observación Global (GGOS) de la Asociación Internacional de Geodesia (IAG). En la escala global, AGGO contribuye al Marco de Referencia Terrestre Internacional (ITRF), en las escalas regional y nacional, hace lo propio con el Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas (SIRGAS) y con las Posiciones Geodésicas Argentinas (POSGAR).

AGGO tiene la misión de medir con altísima confiabilidad, registrar a largo plazo y poner a disposición de la comunidad científica internacional, una variedad de señales geodésicas necesarias para entender los procesos de deformación de la tierra sólida, de la superficie de los océanos y de los grandes campos de hielo; las variaciones espaciales y temporales del campo de gravedad del Planeta; las irregularidades de la rotación de la Tierra en el espacio; la

forma en que el agua cicla entre la atmósfera, los ríos, los mares y la biomasa; y otra variedad de procesos geodinámicos y de cambio global que afectan al 'Sistema Tierra'. Esto lo logra gracias a su instrumental, conformado por antenas GNSS, radiotelescopio VLBI, telescopio SLR, gravímetros, relojes atómicos y sensores meteorológicos.



Figura 93: Predio del observatorio Geodésico Argentino-Alemán - AGGO.

ULR: <http://www.aggo-conicet.gob.ar/>

AGGO representa a Argentina en 6 Servicios Internacionales:

- IERS, International Earth Rotation and Reference System Service
- IVS, International VLBI Service for Geodesy and Astrometry
- ILRS, International Laser Ranging Service
- IGS, International GNSS Service
- BIPM-UT, Universal Time Service
- IGFS, International Gravity Field Service

OAFA – Observatorio Astronómico Félix Aguilar

El Observatorio Astronómico “Félix Aguilar” (OAFA) –fundado el 28 de septiembre de 1953– es una de las más antiguas unidades de investigación de la Universidad Nacional de San Juan (UNSJ). El OAFA tiene a su cargo, por convenio con las universidades de Yale y Columbia, la Estación Astronómica de Altura “Dr. Carlos U. Cesco” ubicada en El Leoncito, Departamento Calingasta, a 2348 metros de altura sobre el nivel del mar. El lugar fue especialmente elegido en la década del '60, cuando importantes observatorios de Estados Unidos buscaban un sitio límpido desde el cual realizar estudios astrométricos en el

hemisferio sur. La estación fue inaugurada en 1964. El instrumento principal de la Estación Cesco es el Telescopio Astrográfico Doble, único instrumento en su tipo en el hemisferio sur, con el cual -entre otros trabajos de gran importancia- se tomaron fotografías del cometa Halley, durante el pasaje de 1986.

Desde 1992 la Estación Cesco del Oafa cuenta con un telescopio Astrolabio Fotoeléctrico, de fabricación china. Fue diseñado para realizar catálogos estelares, es decir que está capacitado para crear un listado de estrellas con sus respectivas coordenadas. También funciona allí el Círculo Meridiano Automático, único instrumento en su tipo en el país y uno de los pocos totalmente automático que funciona a nivel internacional. Los Círculos Meridianos son un tipo muy especial de telescopio que tienen la particularidad de desplazarse en la dirección norte sur, es decir, a lo largo del meridiano (de ahí su nombre) del lugar. Por la forma de moverse, los Círculos Meridianos son instrumentos muy precisos. El Oafa posee además un Área Solar, creada a partir de convenios con el Instituto Max Planck de Alemania y el Instituto de Astronomía y Física del Espacio de Argentina. Sus observaciones permiten el estudio de fenómenos solares transitorios.

Dentro de su instrumental para la aplicación de técnicas geodésicas, Oafa posee un Telescopio Láser Satelital de origen chino, desde principios de 2006. Esta novedosa tecnología llegó a la provincia gracias a la firma de un convenio de cooperación internacional entre la Universidad Nacional de San Juan y la Academia China de Ciencias. Este telescopio permite la realización de la técnica SLR.

También cuenta con una estación GPS Oafa y una baliza DORIS recientemente instalada (a octubre de 2019). Actualmente, el observatorio está preparando la instalación de un radiotelescopio VLBI. Esto permitirá, en un futuro no muy lejano, poseer todas las técnicas geodésicas modernas actualmente utilizables.

Anexo 1: Trigonometría esférica

Propiedades de los triángulos esféricos

1. Cualquier lado de un triángulo esférico es menor que una semicircunferencia ($< 180^\circ$).
2. Cada lado del triángulo esférico es menor que la suma de los otros dos y mayor que el módulo de su diferencia.

$$|a - b| < c < a + b$$

3. La suma de los lados de un triángulo esférico es menor que cuatro rectos.

$$a + b + c < 360^\circ$$

La expresión $360^\circ - (a + b + c)$ se llama *defecto esférico*.

4. En un triángulo, esférico a mayor lado se opone mayor ángulo. Y recíprocamente.

$$a > b \leftrightarrow A > B$$

5. En un triángulo esférico, a lados iguales se oponen ángulos iguales. Y recíprocamente.

$$a = b \leftrightarrow A = B$$

6. La suma de los ángulos de un triángulo esférico es mayor que dos rectos y menor que seis rectos.

$$180^\circ < A + B + C < 540^\circ$$

La expresión $A + B + C - 180^\circ$ se llama *exceso esférico* (ϵ).

Relaciones entre los lados y los ángulos de un triángulo esférico

Teorema del seno

“En un triángulo esférico, los senos de los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos.”

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

Esta relación permite calcular un lado o un ángulo, conocido su ángulo o lado opuesto, y otro par de elementos opuestos. La dificultad estriba en calcular el tercer ángulo pues aquí no hay relación constante entre los ángulos de un triángulo. Hay que buscar una nueva fórmula que ligue elementos no opuestos.

Teorema del coseno

“En todo triángulo esférico, el coseno de un lado es igual al producto de los cosenos de los otros dos lados, más el producto de los senos de dichos lados por el coseno del ángulo comprendido.”

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

$$\cos b = \cos a \cos c + \sin a \sin c \cos B$$

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C$$

Las fórmulas anteriores relacionan tres lados con un ángulo. Para relacionar tres ángulos y un lado:

$$\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a$$

$$\cos B = -\cos A \cos C + \sin A \sin C \cos b$$

$$\cos C = -\cos A \cos B + \sin A \sin B \cos c$$

Teorema de los cinco elementos

Relación entre tres lados y dos ángulos:

$$\sin a \cos B = \sin c \cos b - \sin b \cos c \cos A$$

$$\sin a \cos C = \sin b \cos c - \sin c \cos b \cos A$$

$$\sin b \cos A = \sin c \cos a - \sin a \cos c \cos B$$

$$\sin b \cos C = \sin a \cos c - \sin c \cos a \cos B$$

$$\sin c \cos A = \sin b \cos a - \sin a \cos b \cos C$$

$$\sin c \cos B = \sin a \cos b - \sin b \cos a \cos C$$

Relación entre tres ángulos y dos lados:

$$\sin A \cos b = \sin C \cos B + \sin B \cos C \cos a$$

$$\sin A \cos c = \sin B \cos C + \sin C \cos B \cos a$$

$$\sin B \cos a = \sin C \cos A + \sin A \cos C \cos b$$

$$\sin B \cos c = \sin A \cos C + \sin C \cos A \cos b$$

$$\sin C \cos a = \sin B \cos A + \sin A \cos B \cos c$$

$$\sin C \cos b = \sin A \cos B + \sin B \cos A \cos c$$

Anexo 2: Calendarios

Calendario Lunar

El período más importante es la *Lunación* o *Período Sinódico*, desde Luna llena hasta la próxima Luna llena, que toma 29.530589 días; mientras que el *Período Sidéreo* es respecto a una estrella fija de la esfera celeste y dura 27.321662 días. También la Luna posee otros períodos como el *Anomalístico* de 27.554550 días, de perigeo a perigeo, que es importante para el estudio de las mareas. El período *Tropical* es de 27.321582 días, de equinoccio a equinoccio, diferenciándose del período sidéreo por el movimiento de precesión del equinoccio que lo disminuye en $50''.2$ de arco. Por último, puede nombrarse el período *Dracónico*, de nodo a nodo, que toma 27.212221 días.

Si se usan 12 meses lunares o lunaciones se suman 354.36 días y si se usan 13 meses se tendrá 383.89 días. Es decir, que un calendario formado por 12 o 13 meses lunares estará muy por debajo o muy por encima del año real. El calendario lunar creado por los babilonios consiste en años de 12 meses de 29 y 30 días alternados y, de vez en cuando, intercalar uno de 13 meses de manera tal que cada 8 años se cumplan 99 lunaciones.

Un ciclo famoso en la predicción de eclipses es el llamado *Ciclo de Saros*, que es un período de tiempo al cabo del cual la configuración “Sol – Tierra – Luna” vuelve a ocupar la misma posición (ocurre cada 18 años y 11.3 días = 6585.321 días), por lo que los eclipses de Sol y de Luna se repiten aproximadamente cada 223 lunaciones. En un mismo año puede haber varios eclipses de Sol y de Luna que pertenecen a distintos ciclos o “familias” de Saros. El calendario lunar hoy día casi no se emplea, salvo en los países musulmanes y en China donde solo se lo conserva como antigua tradición.

En algunos países, el uso más famoso del calendario lunar se centra en la determinación de las fechas de la pascua de resurrección y carnaval. El llamado “Domingo de resurrección”, corresponde al primer domingo luego de la primera luna llena del equinoccio de primavera (para el Hemisferio Norte, otoño para el Hemisferio Sur). 40 días antes del Domingo de resurrección (período llamado “Cuaresma”), es el “Miércoles de cenizas”, y por lo tanto, los Carnavales se desarrollan el fin de semana previo. Esto se entiende desde la antigüedad y para las regiones bajo los reglamentos de la Iglesia Católica. Durante la cuaresma, los fieles se preparaban para recibir la pascua realizando ayunos y no ingiriendo carnes. Los carnavales servían entonces, para expresar desenfreno y bullicio, ya que luego lo tendrían prohibido y penado hasta el fin de la pascua.

Calendario Egipcio

El calendario solar tiene su origen en Egipto. Consiste en 12 meses de 30 días que suman 360 días y a fin de año se le agregan 5 días extras. Este calendario tiene un error de 0.242190 días por año acumulativos. Pero para los egipcios esto no era problema ya que ellos basaban sus actividades en la época de inundación del río Nilo, para la siembra del arroz.

Calendario Juliano

Julio César, en el año 46 a.C., consultó a su astrónomo Sosígenes quien dedujo el error del calendario egipcio y sugirió la incorporación de 1 día más, de manera tal de tener 3 años de 365 días y 1 año de 366 días. Esto promediaba un año de 365.25 días, una mejor aproximación al año real (año trópico de 365.242190 días) que la que ofrecía el calendario egipcio. Además, la idea de Sosígenes fue repartir los 5 días adicionales de los egipcios en otros meses, formando meses de 30 y 31 días. La inserción de los días extras se venía haciendo 6 días antes del primero de marzo, o sea el 23 de febrero. En esa época el calendario comenzaba el 1° de Marzo (en latín CALENDAS MARTIAS, principio de marzo) y de ahí el origen de la palabra “Bisiesto” (en latín BIS SEXTUS, 6 días antes). Para el nuevo calendario Juliano, se le sacó un día al último mes Febrero para agregarlo al mes Julio, en honor a Julio César después de su muerte. Para el año 8 a.C. se le sacó otro día a Febrero para agregárselo a Agosto en honor a Augusto, quien no podía ser menos que Julio César. Quedó entonces como año bisiesto a aquél año que se le agrega 1 día extra a Febrero y cuya cifra es divisible por cuatro. Pero todavía hay un problema con el calendario Juliano. Si se realiza la resta: 365.25 (año juliano) – 365.242190 (año trópico), arroja un error de 11 minutos por año adelantándose. Así, en un siglo se acumula un error de 0.78 días y en un milenio alcanza 7.8 días.

Calendario Gregoriano

Por el año 1582 d.C. existía un desfase acumulado muy grande entre la realidad de las estaciones y el calendario Juliano. El Papa Gregorio XIII sobre la base de los cálculos efectuados por los astrónomos Luis Lilio y Cristóbal Clavius, reformó el calendario con las siguientes modificaciones:

Si el año es divisible por 4, entonces “Si” es bisiesto (Ej. año 2016).

Si el año es divisible por 100, entonces “No” es bisiesto (Ej. año 2100)

Si el año es divisible por 400, entonces “Si” es bisiesto (Ej año 2000).

Gregorio XIII dispuso que al día 4 de Octubre de 1582 le siguiera el día 15 de Octubre, para corregir el desfase de diez días entre el año astronómico y el civil adoptado. Además, estableció que el nuevo calendario tomase como unidad de medida la duración del año trópico (determinado con la precisión de aquella época). Gradualmente los diferentes países del mundo fueron adoptando este calendario, siendo hoy día el almanaque de uso oficial en casi todo el globo. Este tiene entonces un año de 365.2425 días, acumulando un error de 1 día cada 3300 años.

No todos los pueblos poseen el mismo calendario. Los mismos varían de acuerdo al punto de partida que su cultura toma para contar el paso de los años y del astro involucrado (Sol o Luna):

- El hebreo es una combinación del Sol y la Luna (se denomina lunisolar).
- El chino también es lunisolar, aunque solo lo emplean para sus festividades tradicionales, por cuanto sus actividades normales son manejadas con el calendario gregoriano.
- El musulmán es lunar, con un ciclo de 30 años dividido en 19 años de 354 días y 11 años de 355 días.
- El persa es solar, comienza en marzo con seis meses de 31 días, los cinco meses siguientes de 30 días y el último con 29 o 30 días según sea bisiesto o no.

Bibliografía

- Achutegui Rodriguez, J.J. (2000): *Aportación de las correcciones astronómicas a la precisión de la situación*. Departamento de Ciencia y Técnica de la Navegación y de la construcción Naval. Universidad de Cantabria.
- Barrera Bassols, Narciso y Palma Ruiz, Angelina (2012). *Geografía*. Secretaría de Educación de Veracruz. México. ISBN 970-670-148-6
- Barrero Ripoll, Manuel; Casado Fuente, María Luisa; Castejon Solanas, María de los Ángeles; Lorente, Luis Sebastián (2008): *Trigonometría esférica, fundamentos*. Impreso en E.T.S.I. en Topografía, Geodesia y Cartografía. Universidad Politécnica de Madrid. España. I.S.B.N.: 84-96244-13-x
- Benitez Aguado, Emilio; García Asenjo Villamayor Luis. *Sistemas de referencia. Laboratorio de Geodesia*. Gerencia Territorial Valenciana. Valencia, España.
- Berrocoso, J.M.; Ramirez, M.E.; Enriquez Salamanca, J. M.; Pérez Peña, A. (2003): *Notas y apuntes de trigonometría esférica y astronomía de posición*. Laboratorio de Astronomía y Geodesia. Departamento de Matemática. Facultad de Ciencias. Universidad de Cádiz.
- Boucher C., Z. Altamimi, P. Sillard, The 1997 International Terrestrial Reference Frame (ITRF97), IERS Paris, Technical Note No.27, 1999.
- Drewes, H., Sánchez, L. (2002). *Sistemas de referencia en Geodesia*. DGFI.
- Furones, Ángel Martín (2011). *Sistema y marco de referencia terrestre. Sistemas de coordenadas*. Departamento de Ingeniería Cartográfica, Geodesia y Fotogrametría Universidad Politécnica de Valencia, España.
- Green, R. (1977): *Textbook on Spherical Astronomy*, Cambridge University Press, Cambridge. United Kingdom.
- Hernandez López, David. *Astronomía de posición I*. Departamento de Ingeniería Cartográfica, Geodesia y Fotogrametría. Escuela Técnica Superior de Ingeniería Geodésica, Cartográfica y Topográfica
- Mackern M. Virginia (2003). *Materialización de un sistema de referencia geocéntrico de alta precisión mediante GPS*. <http://cplat.fcaglp.unlp.edu.ar/>
- Mackern M. Virginia (2015). *Geodesia II (apuntes de clase)*. Facultad de Ingeniería. Universidad Juan Agustín Maza. Mendoza, Argentina.

- National Oceanic and Atmospheric Administration (1977): *Basic Geodesy*. National Ocean Survey, U.S. Department of Commerce. United States.
- Neuman, Karina (2013). *Geodesia II (Apuntes de clase)*. Departamento de Ingeniería. Universidad Nacional del Sur. Bahía Blanca.
- Podestá, Ricardo Cesar (2017). *Astronomía de posición (apuntes de clase)*. Departamento de Astronomía y Geofísica. Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Universidad Nacional de San Juan
- Saavedra Achurra, M. *Geodesia Geométrica*.
- Serway, R. *Física para Ciencias e Ingeniería*. Tomo II. 5ta edición. 2002
- Sevilla de Lerma, Miguel J. *Introducción histórica a la geodesia*. Instituto de Astronomía y Geodesia. Facultad de Ciencias Matemáticas. Universidad Complutense de Madrid.
- Straaler, Alan (1975). *Elementos de Geografía física*. Wiley, New York.
- Tipler, P. (1993). *Física*. Universidad de Oakland. 3ra edición.
- Torge, W. (2001): *Geodesy*. Third Edition. Walter De Gruyter, Berlín.
- Usandivaras, J.C., A. Mesa (2004). *Tópicos de Geociencias. Un volumen de estudios Sismológicos, Geodésicos y Geológicos en homenaje al Ing. Fernando Séptimo Volponi*. Vol 1, Ed.EFU .ISBN N° 950-605-340-5. San Juan.