

TEMA 11: FORMAS DE REPRESENTACIÓN DEL TERRENO

INTRODUCCIÓN

Tal como fue definida anteriormente, la superficie topográfica es aquella en la cual se representa la tierra considerando todos los accidentes del terreno, esta superficie es, por definición continua.

Para la realización de obras civiles como, por ejemplo, apertura de calles, construcción de edificios, movimiento de suelos, construcción de vías de comunicación, etc. se hace necesario conocer cómo se comporta el terreno en donde se implantará la obra; es decir, como es la superficie topográfica en la zona donde se va a implantar la misma.

Para ello deberá realizarse un levantamiento planialtimétrico, el cual buscará modelar matemáticamente el espacio real (superficie del terreno) dicho modelo será representado de la mejor manera posible a los efectos de su utilización. Es importante destacar que los relevamientos planialtimétricos serán siempre discretos (hasta el momento en topografía clásica) y la superficie topográfica será siempre continua, por lo tanto, habrá que hacer uso de expresiones matemáticas para la representación más fiel posible del territorio.

Podemos definir a un [Modelo Digital \(MD\)](#) como la representación del objeto real mediante una simbolización matemática (geométrica, estadística, etc.) Es una representación numérica de la distribución espacial de una variable cuantitativa y continua.

A su vez, un [Modelo Digital de Terreno \(MDT\)](#) se lo puede definir como un conjunto de datos numéricos que describe la distribución espacial de una característica del territorio, es decir, la variable representada. (por ejemplo, densidad de población, temperatura, altura, valor del terreno, etc.)

Y un [Modelo Digital de Elevación \(MDE\)](#) se puede definir como aquel Modelo Digital de Terreno cuya variable cuantitativa es la altimetría del terreno.

INTERPOLACIÓN

La generación de una superficie continua se efectúa a partir de datos puntuales; la fuente de datos es comúnmente un conjunto de puntos distribuidos regular o irregularmente en el espacio. Estos datos representan muestreos, por lo tanto, no cubren la totalidad del dominio de interés.

La palabra interpolación proviene del latín inter (entre) y polire (pulir, refinar), lo cual significa refinar colocando algo entre otras cosas.

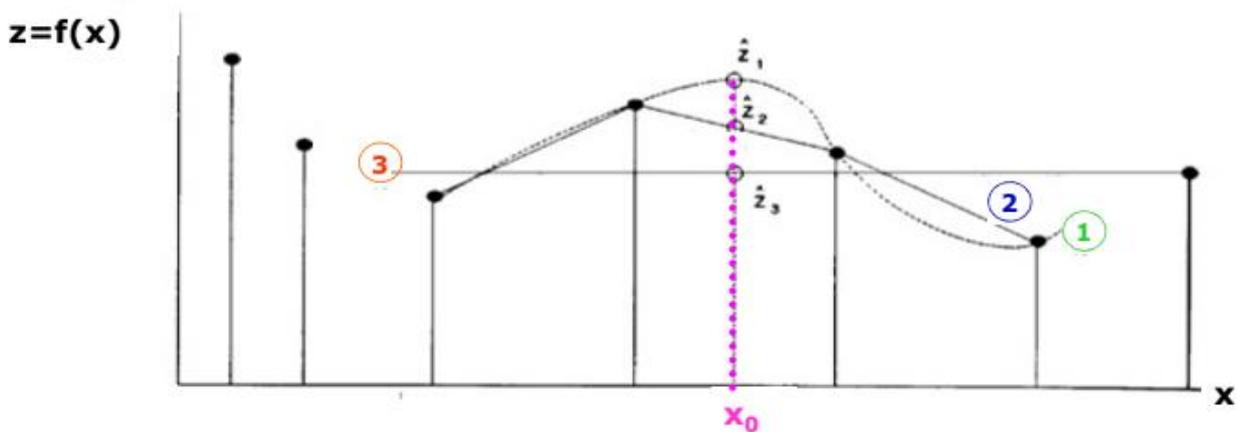
La interpolación tiene utilidad con la necesidad de generar superficies continuas (mapear una variable) a partir de datos puntuales, distribuidos irregularmente en el espacio. Los datos representan muestreos que no cubren la totalidad del dominio de interés.

Tienen especial interés las llamadas líneas de quiebre o "**Breaklines**" las cuales indican que 2 puntos no pueden ser interpolados atravesando dicha línea.

El principio de la interpolación se puede graficar de la siguiente manera; se cuenta con n puntos (x, y) con valores de la variable z en sus posiciones, y se desea estimar el valor z_p para una nueva posición (x_p, y_p) . El problema se centra en poder determinar la función que mejor aproxime a la realidad.

Se requiere calcular la variable z del punto x_0 mediante diferentes esquemas de interpolación:

- $f(x)$ (1) Polinomio de 3er orden
- $f(x)$ (2) Lineal
- $f(x)$ (3) promedio



Curva $f(x)$ 1:

Función polinómica de 3er orden, ajustada por 4 puntos.

Mediante un sistema de ecuaciones se determinan los coeficientes del polinomio de 3er grado, pudiendo obtener así el resultado para cualquier valor de x ingresado.

Se consideran todos los datos (observaciones) de igual peso.

Curva $f(x)$ 2:

Corresponde a una interpolación lineal entre los puntos vecinos a x_0 , solo intervienen dos puntos.

Mediante un sistema de ecuaciones se determinan los coeficientes del polinomio de 1er grado (recta).

Se consideran los pesos de los puntos vecinos con valor 1 mientras que los otros se considerarán con valor 0.

Curva $f(x)$ 3:

Corresponde al promedio entre los cuatro valores, todos considerados con igual peso.

Es semejante a considerar el polinomio de grado cero.

La elección del esquema de interpolación dependerá de asunciones o conocimientos acerca del comportamiento espacial de la variable.

La expresión general para la interpolación de un valor de la variable z en un punto P determinado:

$$Z_P = \sum_{i=1}^n p_i \cdot z_i$$

Siendo:

- p_i : los pesos para las observaciones
- z_i : observaciones realizadas de la variable "z" en el punto "i"
- n : número total de observaciones

Clasificación de métodos de interpolación:

Los métodos de interpolación pueden ser agrupados en métodos determinísticos o no estocásticos y en métodos estocásticos, estadísticos o de interpolación óptima.

Determinísticos (o no estocásticos):

Se ajustan las superficies utilizando una serie puntos de coordenadas (x,y) conocidas (observaciones), mediante la aplicación de funciones matemáticas de diverso grado de complejidad.

Una vez obtenida la formulación de la superficie se puede obtener cualquier valor de la variable z ingresando las coordenadas del punto (x0,y0).

Estocásticos, estadísticos o de interpolación óptima

La interpolación mediante la utilización de métodos estadísticos provee la mejor estimación y una medida de la confiabilidad de dicha estimación.

Ajuste por mínimos cuadrados:

Cuando se dispone de mayor número de puntos dato (m), se puede emplear un polinomio de orden "m", el cual se ajusta por el método de mínimos cuadrados. Este ajuste no es exacto, pero minimiza la suma de los cuadrados de las variaciones.

Interpolación Lineal:

Dada su simplicidad, es un tipo de interpolación muy difundido, es un caso particular de una interpolación polinómica de primer orden por partes, en la cual los nudos coinciden con los puntos dato.

Es un método exacto y no presta atención al comportamiento de la variable entre los puntos dato.

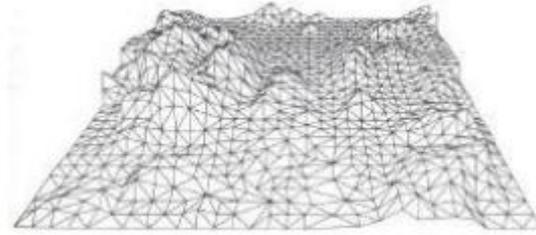
En nuestro caso, cuando los datos de las cotas provienen de un relevamiento planialtimétrico realizado por un Ingeniero Agrimensor con la finalidad de modelar el terreno, podemos asegurar que los puntos relevados son aquellos donde se ubican "extremos" (lomas y bajos) o cambios de curvatura (inflexión). Por tal motivo la metodología de Interpolación Lineal es la más adecuada. Se considerarán estos puntos como vértices de una triangulación TIN, como se verá más adelante.

Triangulación:

Una triangulación de una nube de puntos del plano es una familia maximal de triángulos de interiores disjuntos cuyos vértices son puntos de la nube y en cuyo interior no hay ningún punto de la nube. Puede obtenerse una triangulación añadiendo, mientras sea posible, segmentos rectilíneos que unan puntos de la nube sin atravesar a los segmentos considerados anteriormente.

Dada una nube de puntos (en el plano, que denominamos S) de los que se conoce su altitud o cota, querríamos deducir cual es la altura de un nuevo punto sin necesidad de efectuar nuevas mediciones. El problema se resuelve encontrando una triangulación que tenga a los puntos de S como vértices (Malla o Red TIN), ya que una vez conseguida dicha triangulación, a un punto le podemos suponer con mucha aproximación la altura proporcional de los vértices del triángulo en el que se encuentra, esta es la técnica llamada de interpolación lineal.

La superficie terrestre se puede modelar con una superficie poliédrica de tipo terreno (superficie TIN). Un TIN es una superficie de dos dimensiones en un espacio tridimensional, con la particularidad de que cada línea vertical la intersecta en un punto, si esta intersecta con todos. Es decir, es una función f que asigna una altura $f(p)$ a cada punto p del dominio del terreno. Un terreno se puede visualizar con una perspectiva de dibujo como la de la imagen.



Dada una nube de puntos con coordenadas tridimensionales, habrá un número finito de diferentes triangulaciones; esto implica que la triangulación será la más óptima, aquella que maximice el ángulo mínimo. Esta será la triangulación que se está buscando en este estudio.

Por regla general, interesa que, puntos cuyas proyecciones son puntos próximos, estén conectados por aristas de la superficie poliédrica. Esto da interés al siguiente problema cuya solución es lo que se conoce como la **Triangulación de Delaunay**.

Triangulación de Delaunay

La triangulación debe su nombre al matemático ruso Boris Nicolaevich Delone (posteriormente Delaunay en francés) que fue el primero que hizo uso de las relaciones entre los diagramas de Voronoi y las triangulaciones.

A la hora de la realización de una triangulación a partir de una nube de puntos se pueden plantear dos problemas:

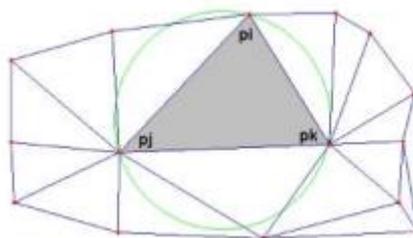
1. Cuántas triangulaciones existen a partir de una misma nube de puntos.
- 2.Cuál de todas las triangulaciones podría denominarse la mejor.

Dada una nube de puntos del plano, hallar una triangulación en la que los puntos próximos estén conectados entre sí por una arista, o sea, en la que los triángulos sean lo más regulares posible.

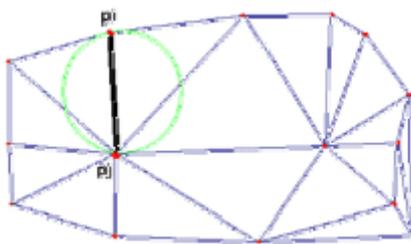
La triangulación es óptima cuando se maximiza el ángulo mínimo de los triángulos.

Sea $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ un conjunto de puntos del plano.

- 1) Tres puntos p_i, p_j, p_k pertenecientes a P son vértices de la misma cara de la Triangulación de Delaunay de P si y solo si el círculo que pasa por los puntos no contiene puntos p_i, p_j, p_k de P en su interior.



- 2) Los puntos p_i, p_j pertenecientes a P forman un lado de la Triangulación de Delaunay de P si y solo si existe un círculo que contiene a p_i, p_j en su circunferencia y no contiene en su interior ningún punto de P .



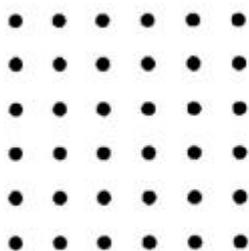
En resumen: Sea P un conjunto de puntos en el plano y T una triangulación de P , T es una triangulación de Delaunay de P si y solo si la circunferencia circunscrita de cualquier triángulo de T no contiene puntos de P .

Esta técnica maximiza el mínimo ángulo de los triángulos; los puntos más próximos entre sí estarán conectados por una arista en la que los triángulos resultantes serán lo más regulares posible.

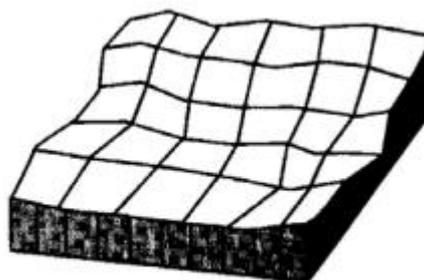
ESTRUCTURA DE DATOS Y MODELO DE SUPERFICIE RELACIONADO

Grilla a intervalos regulares – Modelo bi-lineal

Tiene la ventaja de presentar una forma de relevamiento ordenada, asegurándose que se cubra la zona de interés. En contrapartida, si existen elementos de interés entre los intervalos regulares, no se modelará.



Puntos en Grilla

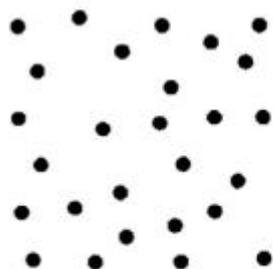


Modelo Bi-lineal

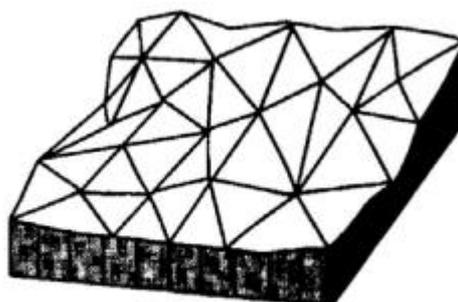
Ejemplos: Nivelación para la construcción de canchas deportivas de pendiente constante, control de base para implantación de estructuras, implantación de tajamares, etc

Puntos aleatorios:

Se relevan los puntos de interés, presenta la desventaja de que no se sigue un orden, por lo que existe la posibilidad de no cubrir toda la zona. Es útil para terrenos escarpados



Puntos al Azar

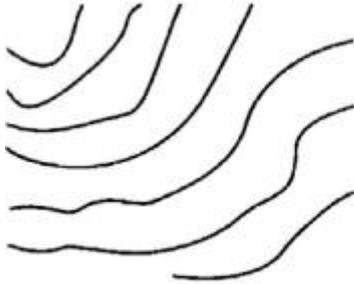


Modelo TIN

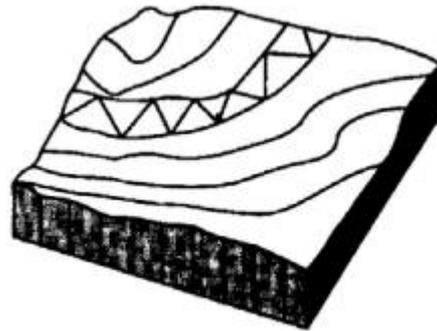
Ejemplos: Relevamiento de niveles específicos para obras de pequeño porte, pozos de exploración para estudio de suelos, etc.

Líneas de contorno (isolineas):

Se relevan los puntos sucesivos en línea, por ejemplo, respetando los bordes superiores e inferiores de un talud, una cantera, o la ribera de un río o arroyo. Tiene la desventaja de que hay que prestar atención al relevamiento y las líneas de nivel. En suelos de poco cambio de pendiente, es inviable.



Líneas de Contorno

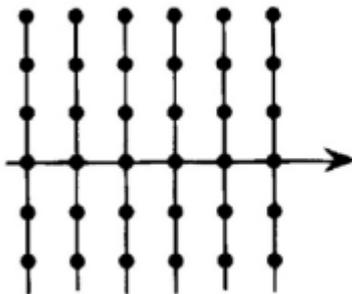


Modelo TIN con Líneas de Contorno

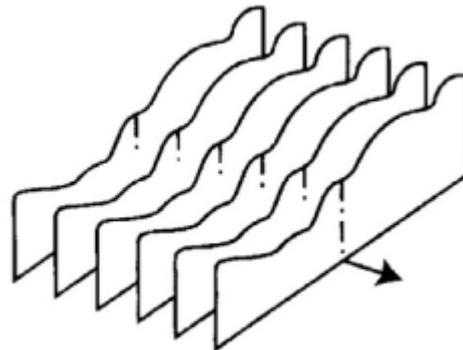
Ejemplo: Canteras, límites naturales, taludes.

Perfiles:

Se releva a partir de líneas rectas o curvas que se interpolan entre ellos.



Perfil



Modelo Bi-Lineal o TIN

Ejemplo: Relevamiento para carreteras, vías férreas, canalizaciones, líneas de alta tensión, etc.

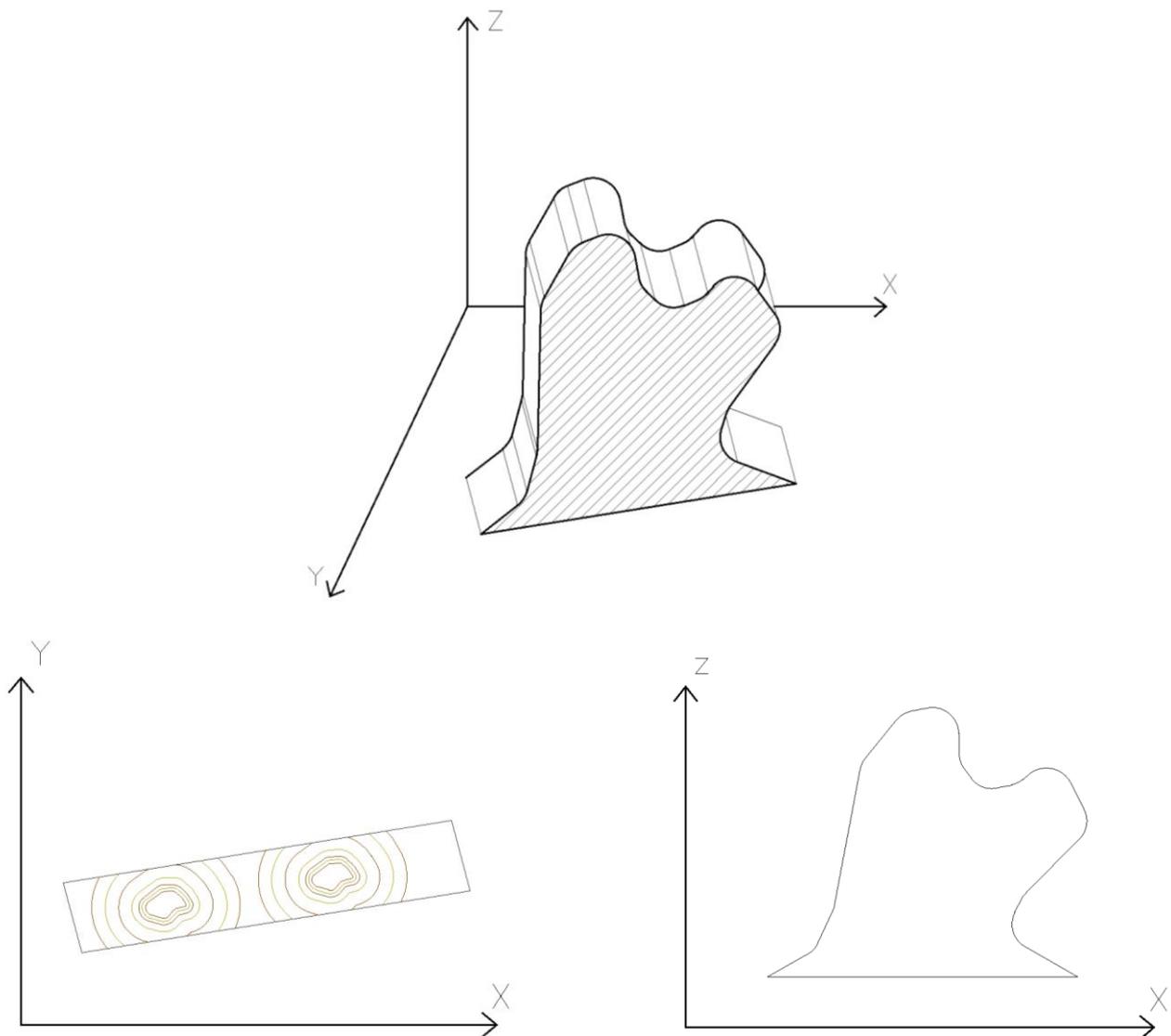
En general, es recomendable utilizar una combinación de estos métodos, por ejemplo, partir de un relevamiento a intervalos regulares, de forma de asegurarse que cubren la zona de interés, e ir relevando a su vez, los puntos fuera de la grilla que pudieran ser relevantes, y, en caso de ser necesario, disminuir o aumentar el intervalo de la grilla (no ser regulares).

REPRESENTACIONES DEL TERRENO EN DOS DIMENSIONES

Como es lógico, un terreno será representado mediante un modelo tridimensional, en el cual se establecen las coordenadas X, Y, Z de cada elemento que se quiere representar. Comúnmente sucede que estando en obra, es necesario contar con los relevamientos topográficos realizados. Hasta el momento, la manera más práctica de contar con estos es mediante planos en formato papel. Por lo cual se hace necesario poder representar el terreno en solo 2 dimensiones.

Para llevar a cabo esta tarea, existen formas de representación del terreno en la que se represente la posición en el plano y se le atribuya la altura como atributo (plano de curvas de nivel), también

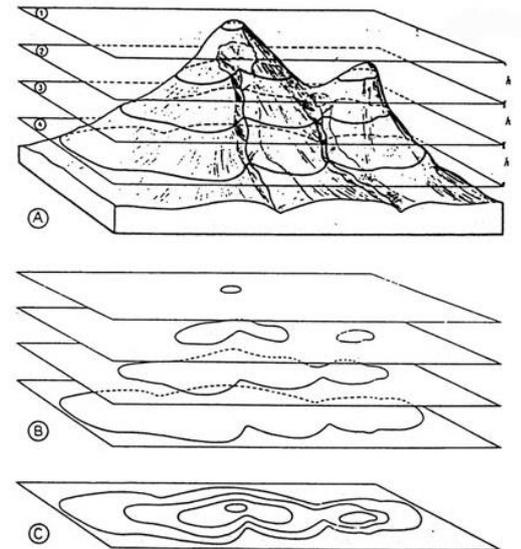
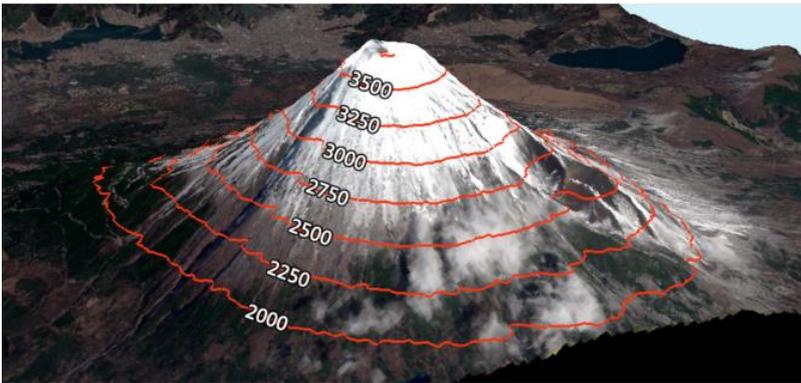
existen formas de representar los elementos en las progresivas de un relevamiento, así como su correspondiente altura (perfil longitudinal) o en las ordenadas (perfil transversal).



Curvas de Nivel

Se define Una curva de nivel o isolinea como el lugar geométrico del terreno cuyos puntos poseen igual cota.

Éstas se obtienen seccionando el terreno mediante superficies horizontales regularmente espaciadas, proyectándose luego ortogonalmente sobre una superficie de referencia.



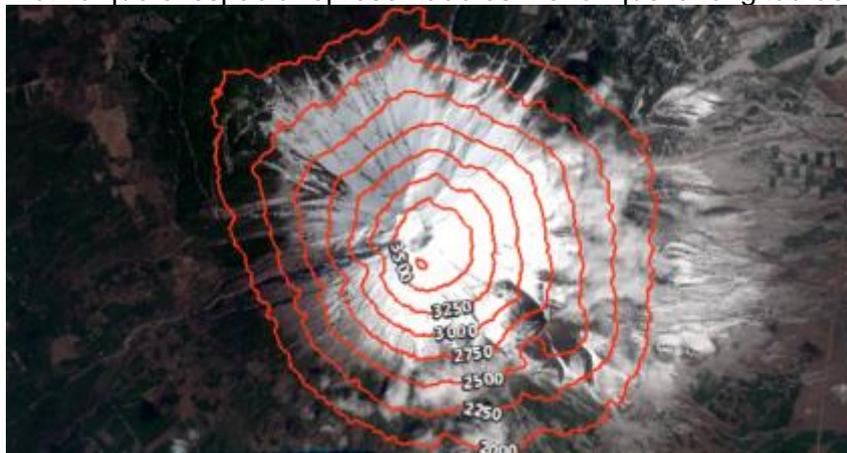
Las trazas de las curvas de nivel dependerán de la topografía del terreno, la que a su vez está fuertemente determinada por la naturaleza física del mismo.

Así podremos encontrarnos con dos grandes grupos:

- a) Curvas de nivel de terreno natural, donde el relieve y la superficie no han sido modificados por obras. En este caso, las curvas de nivel poseen formas irregulares.
- b) Curvas de nivel de terreno modificado. En este caso las curvas tienen formas regulares.

Las curvas de nivel cumplen además con una serie de propiedades:

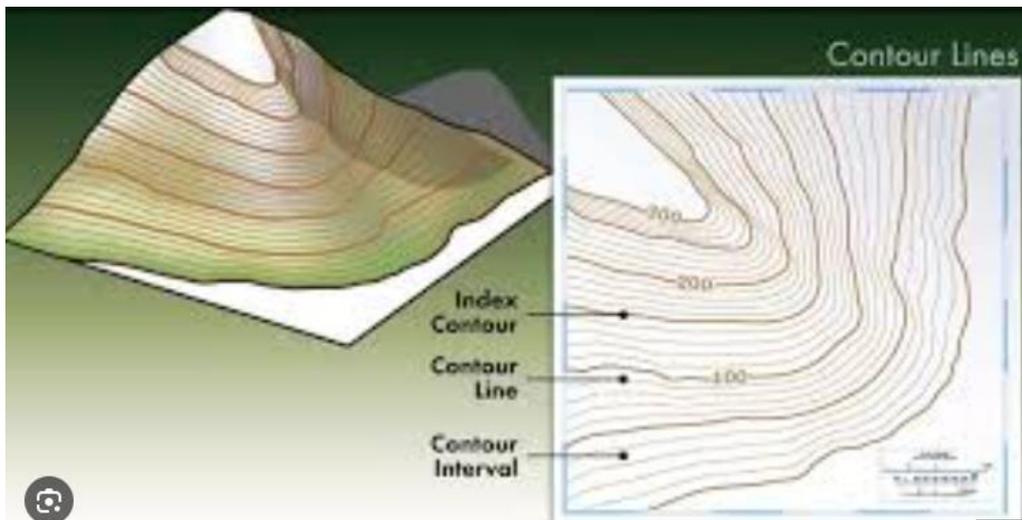
1. Como la Tierra es una superficie continua, todas las curvas de nivel deben cerrarse en sí mismas. Puede suceder que las curvas se presenten como una línea abierta, esta razón se da por el motivo que el espacio representado es menor que la longitud de la curva.



2. No pueden ramificarse o dividirse en dos curvas de igual elevación ni cortarse. Si puede suceder que las curvas se crucen, estos casos son poco frecuentes, pero se pueden ver en cuevas o túneles. Es por esto que los planos de minería subterránea suelen representarse por niveles.
3. El espaciamiento de las curvas de nivel es un indicativo de la pendiente del terreno. Mientras más juntas se encuentran, mayor pendiente tiene la sección (por ejemplo, un acantilado) o viceversa.

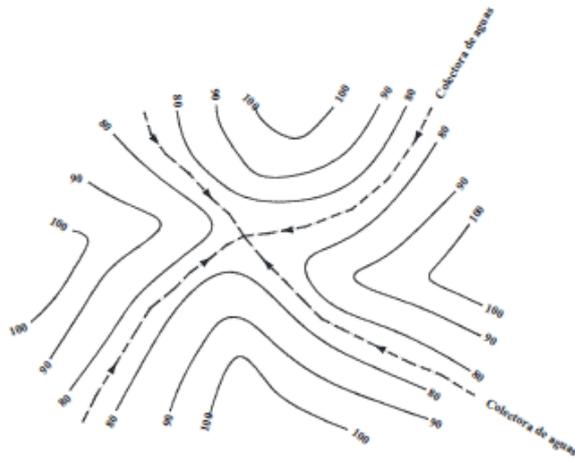


4. Las curvas de nivel son perpendiculares a la dirección de máxima pendiente del terreno.

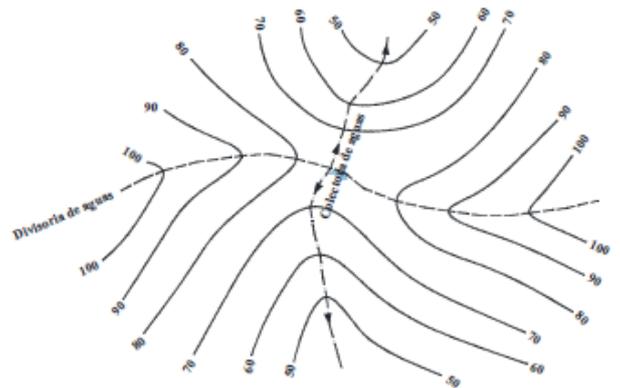


5. Una serie de curvas cerradas, concéntricas, que crecen en elevación indican promontorios o cimas.
6. Las curvas que forman un circuito cerrado que decrecen en elevación indican depresiones del terreno.
7. Las curvas uniformes sin cambios bruscos y espaciadas indican la presencia de terrenos con pendientes graduales.
8. Aquellas curvas irregulares y generalmente concentradas muestran terrenos escarpados o accidentados.
9. En los valles se tienen generalmente curvas con formas de "V" y en las cimas con formas de "U".
10. Las "V" que forman las curvas cuando cruzan una corriente apuntan siempre aguas arriba.

Las curvas por si solas pueden representas formas variadas, el sentido dependerá de la altura asociada a cada isolinea.



SILLA DOBLE



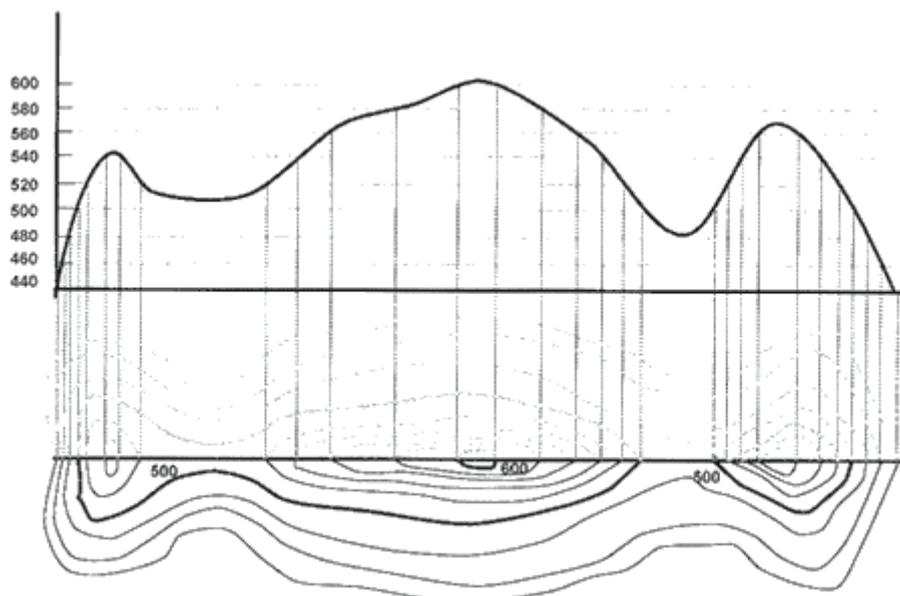
SILLA DE MONTAR

Perfiles

1 - Perfiles longitudinales

Podemos definir un perfil como la intersección de una superficie vertical con el terreno. Cuando la dirección de la superficie vertical es coincidente con la dirección principal del relevamiento, se le suele llamar perfil longitudinal.

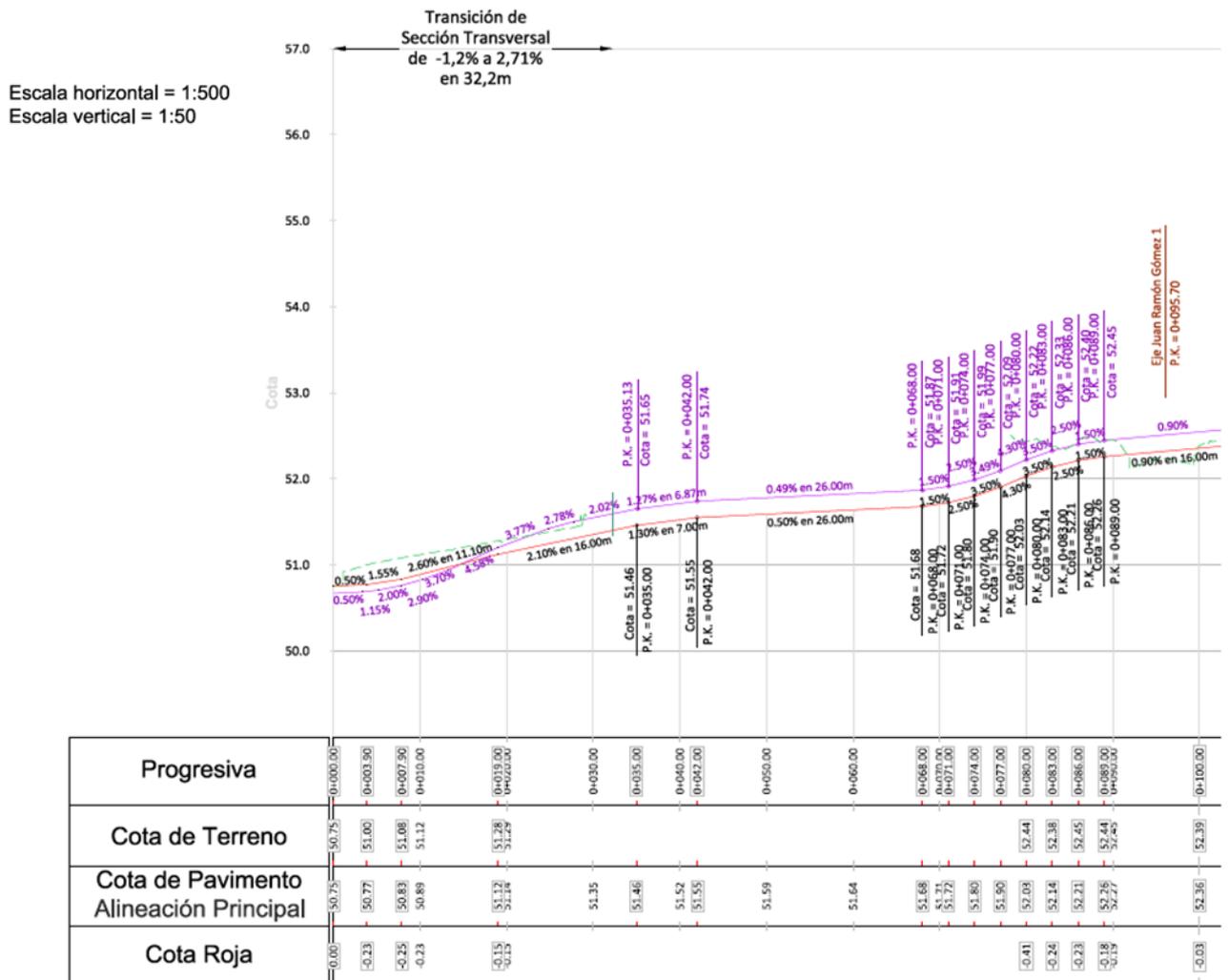
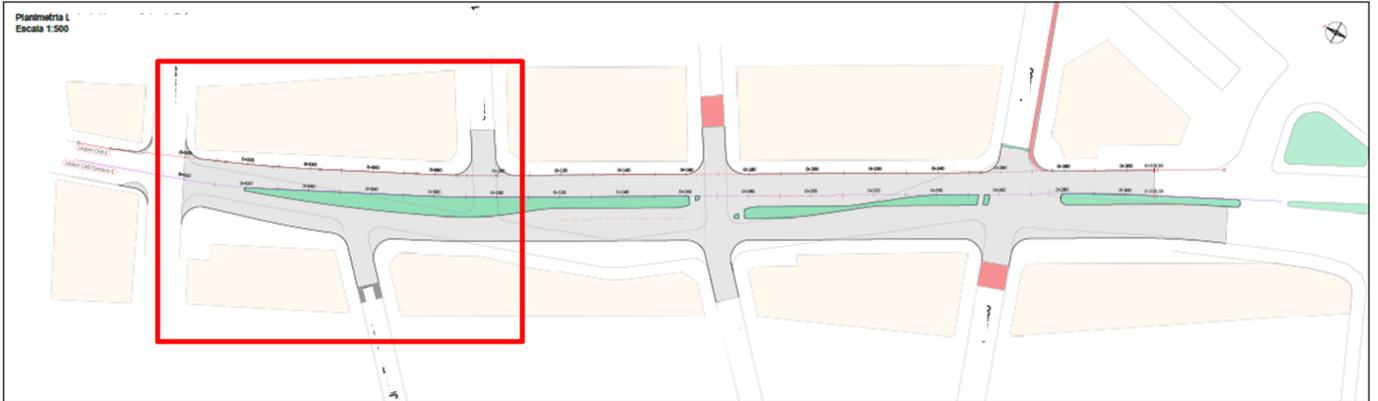
Esto determinará una traza, que es la forma del terreno a lo largo de la alineación definida por dicho plano vertical.



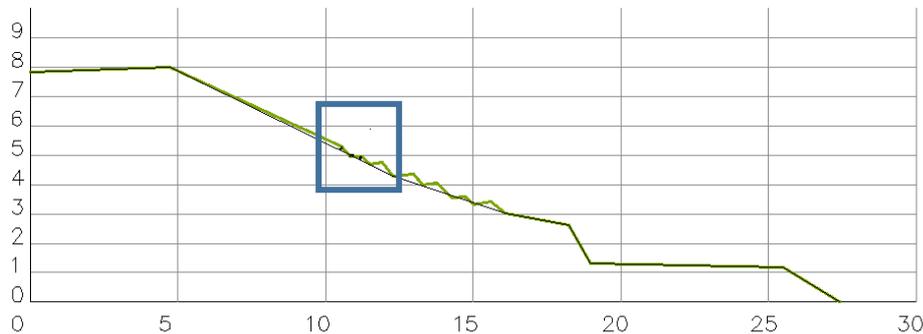
Esta representación es la que se emplea en aquellas obras que poseen un gran desarrollo en una dirección como es el caso de proyectos de rutas, vías férreas, líneas de alta tensión, tuberías de agua, canales para riego, etc., donde se hace necesario conocer cómo se comporta altimétricamente el terreno.

En los perfiles longitudinales se debe indicar (como mínimo):

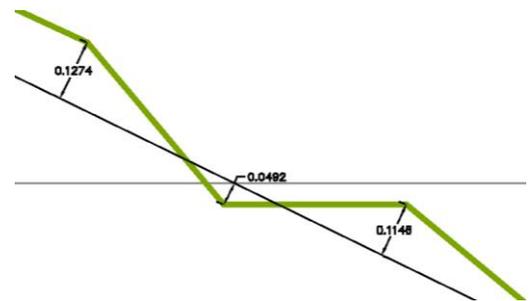
- Origen de progresivas
- Progresivas acumuladas
- Cota de Terreno
- Cota de proyecto (si lo hay)
- Escala Horizontal
- Escala Vertical



Es importante, a los efectos del relevamiento topográfico conocer previamente el alcance y escala a la cual se necesita la representación del terreno, ya que la determinación de la cantidad de puntos discretos, así como su metodología de relevamiento puede llegar a variar de acuerdo a los requerimientos del solicitante.



En la imagen se ilustra (en verde) el terreno natural y el perfil del relevamiento (en negro). Existen diferencias menores a 0,15m. Si el requerimiento es realizar un relevamiento que represente los cambios cada 1m de altura, esta diferencia no será apreciable, si fuera cada 0,3m de altura, será necesario relevar estos cambios.



Se establece como ley empírica para el relevamiento, en el cual se deben relevar todos aquellos puntos que denoten un cambio de altura de $1/3$ de la variación a representar en el modelo. A modo de ejemplo, si se requiere un relevamiento con curvas de nivel cada 1m, se deberán relevar aquellos puntos que denoten un cambio de altura de 0,33m.

2 – Perfiles transversales

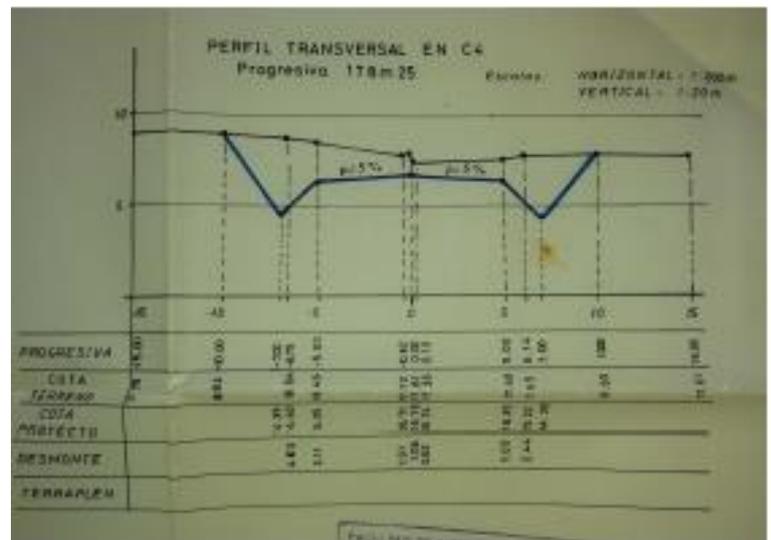
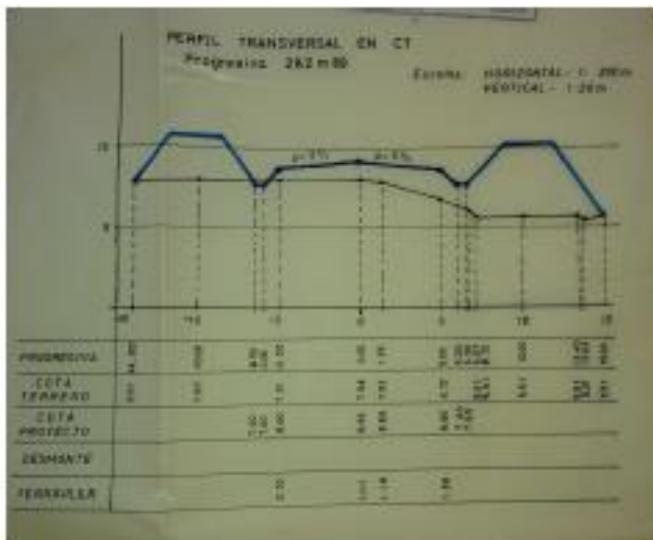
Podemos definir un perfil transversal como la intersección de una superficie vertical, y perpendicular a la traza, con el terreno.

Para ciertas obras de ingeniería, como las mencionadas anteriormente, también se hace necesario conocer cómo es la conformación del terreno a ambos lados del eje, por lo que, a determinada distancia, y cuando las condiciones del terreno así lo requieran, deberán levantarse perfiles normales al eje.

Esto permitirá obtener un modelo del terreno en toda la faja, mediante el cual podrán dibujarse las curvas de nivel, u obtener las áreas de las secciones transversales para efectuar el cálculo de los volúmenes necesarios para los movimientos de suelos de la obra.

En los relevamientos tradicionales, como regla empírica, cuando la pendiente entre las secciones es constante, se relevar cada 25 metros en rectas y 12,5 metros en curvas. En cada cambio de pendiente es necesario relevar un perfil transversal.

Teniendo relevado un perfil longitudinal y los distintos perfiles transversales, se podrá generar un modelo del terreno, mediante un relevamiento discreto.



Ejemplos de perfiles transversales con proyecto (en azul)

BIBLIOGRAFÍA

- Ojeda Manrique Juan Carlos; La Representación de Cuevas y Grutas, Metodología para la generación de un Modelo Tridimensional, Tesis Doctoral, Univesidad Politécnica de Madrid, 2002.
- Ing. Agr. Héctor A. Salgado, Interpolación, Setiembre 2005.
- La triangulación de Delaunay aplicada a los Modelos digitales de terreno, Priego de los Santos José Enrique, Porres de la Haza Maria Joaquina, Universidad Politécnica de Valencia.
- Chueca Pazos, Manuel; Herráez Boquera José y Berné Valero José Luis: tratado de topografía 1- redes topográficas y locales. microgeodesia. editorial parainfo s.a. o dossat sa. Madrid.
- Chueca Pazos, Manuel; Herráez Boquera José y Berné Valero José Luis: tratado de topografía 2- métodos topográficos. editorial parainfo s.a. o dossat sa. Madrid.
- Jordan, W.: tratado general de topografía (ed. gilli). Dominguez Garcia Tejero, Francisco. topografía general y aplicada. (ed. dossat. Buenos Aires. 1984)