



## *Métodos Experimentales en Ingeniería*

### **Introducción**

Maria Maza (mazame@unican.es)

## Índice:

- Introducción
- Técnicas complementarias al diseño en Ingeniería Hidráulica
- Definición y objetivos de los modelos físicos
- Conceptos generales de la semejanza hidráulica

# Introducción

## Razones para el modelado físico

1. Facilitar, a través de la observación, la comprensión de fenómenos complejos y la formulación de hipótesis.

### *Ejemplos:*

- *Morfodinámica en la zona de rompientes*
- *Oscilación del agua en un tanque interior de un flotante*
- *Movimientos de las piezas de protección de un dique en talud*
- *Interacción del flujo con soluciones de protección costera novedosas*

## Razones para el modelado físico

2. Desarrollo de formulaciones empíricas en casos de difícil formulación matemática, mediante medidas en modelos a escala de los procesos dominantes.

*Ejemplo: estabilidad de las piezas del manto principal de un dique en talud*

## Razones para el modelado físico

3. Obtención de datos físicos reales en procesos modelados matemáticamente, para su calibrado y validación.

*Ejemplo: cargas del oleaje y movimientos de una estructura flotante*

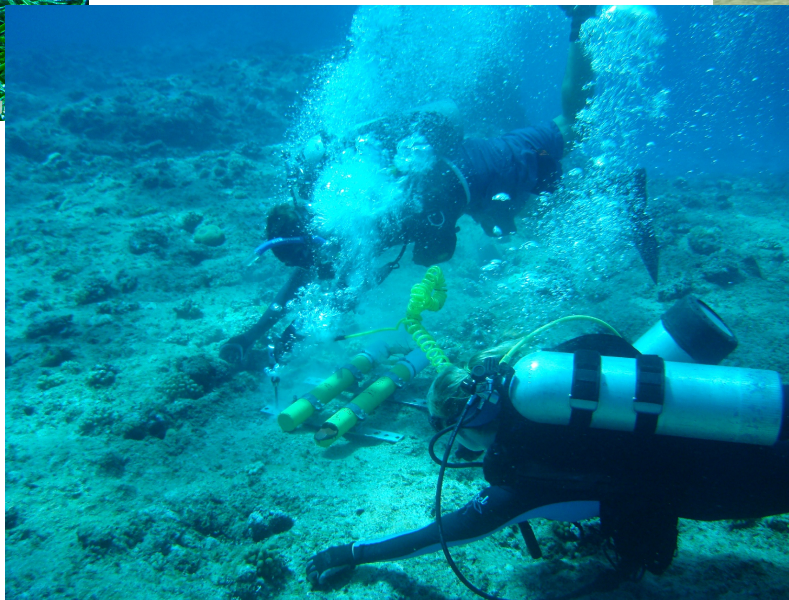
# Técnicas complementarias al diseño en Ingeniería Hidráulica

## Técnicas complementarias al diseño en Ingeniería Hidráulica

- Medidas u observaciones en el campo
- Modelado numérico
- Modelado físico



## Medidas u observaciones en el campo



## Medidas u observaciones en el campo

### Ventajas:

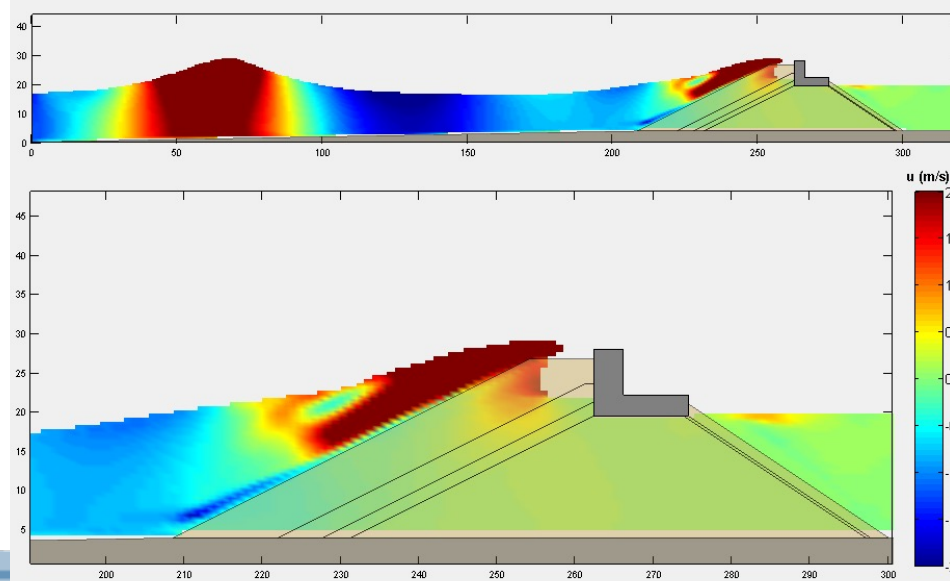
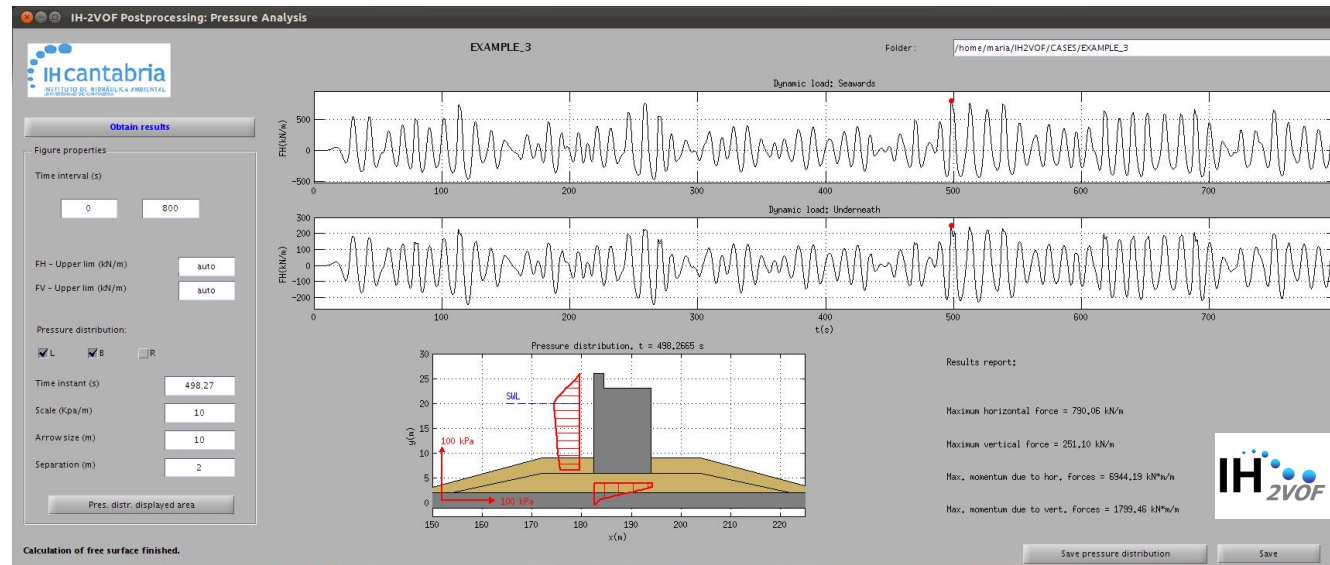
- Representan el proceso real
- Facilitan al investigador el conocimiento del medio
- Bien planificadas y realizadas, facilitan datos de gran calidad

## Medidas u observaciones en el campo

### Inconvenientes:

- Coste elevado
- Falta de control sobre muchas de las variables
- Procesos presentes no observados alteran las observaciones
- Imposible modificación de las condiciones de contorno
- No facilitan a priori la comprensión de los procesos

# Modelos matemático-numéricos



## Modelos matemático-numéricos

### Ventajas:

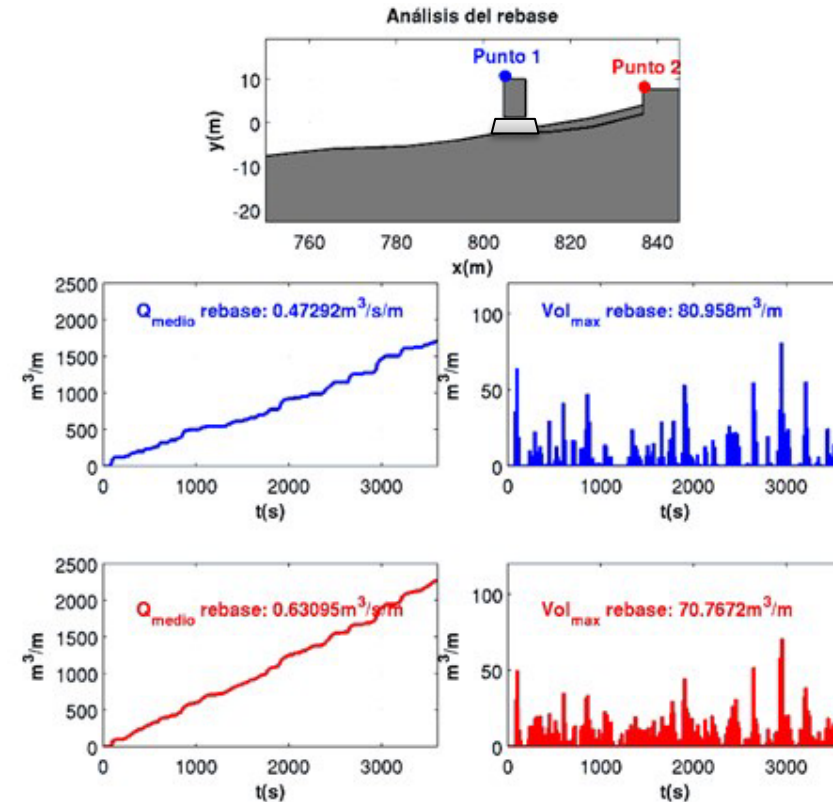
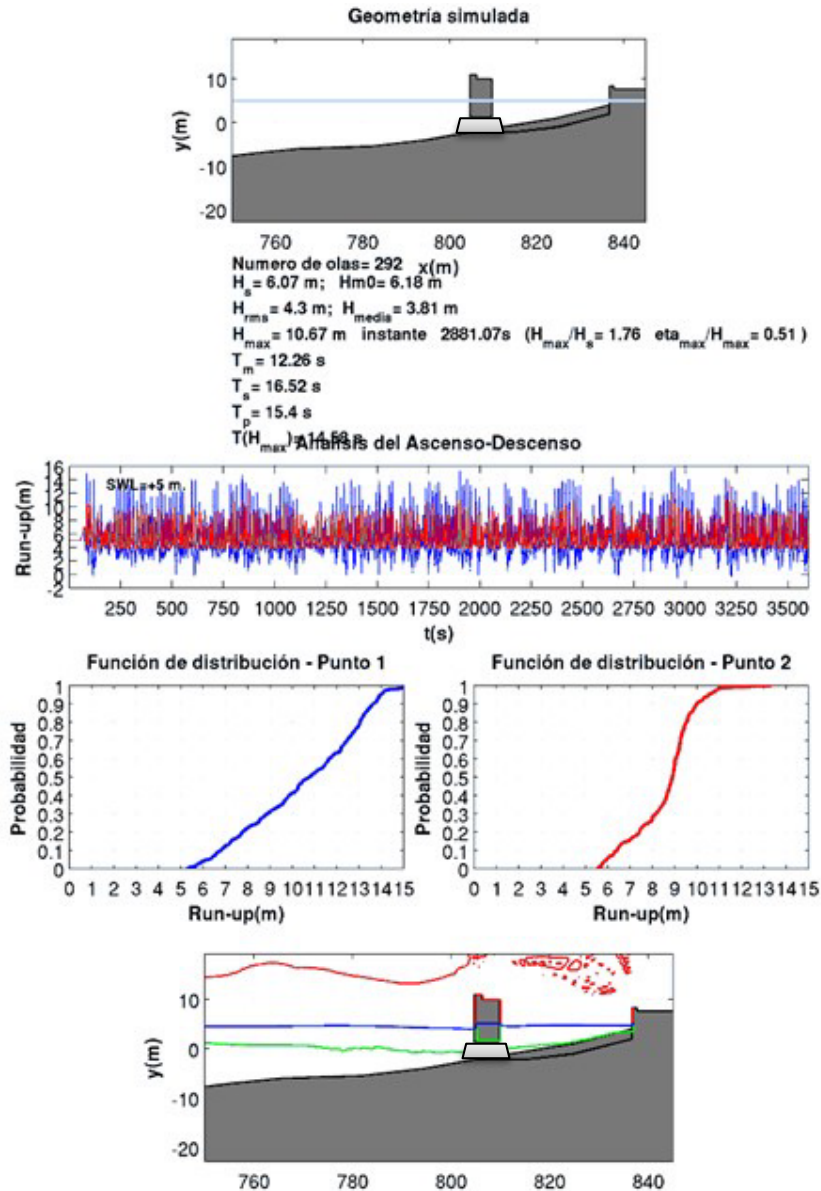
- Coste reducido
- Control completo sobre los procesos analizados
- Fácil modificación de las condiciones de contorno
- Medida de las variables en cualquier punto deseado

## Modelos matemático-numéricos

### Ventajas:

- Facilitan la comprensión de los procesos involucrados
- Con experiencia, facilitan rápidamente información cualitativa
- Son muy productivos en presentación de resultados

# Modelos matemático-numéricos



## Resultados más relevantes

Run-up	Pto 1	Pto 2
Run-up <sub>medio</sub>	10.75 m	8.89 m
Run-up <sub>2%</sub>	14.47 m	10.9 m
Run-up <sub>max</sub>	15.77 m	13.32 m

## Rebase

Rebase	Pto 1	Pto 2
Caudal medio de rebase:	0.47 $m^3/m/s$	0.63 $m^3/m/s$
Evento máximo de rebase:	80.96 $m^3/m$	70.77 $m^3/m$

## Modelos matemático-numéricos

### Inconvenientes:

- Representación aproximada del proceso físico real
- Requieren calibración y validación con datos de laboratorio o campo
- Las condiciones de contorno son aproximadas
- Los resultados dependen del esquema de resolución numérica
- Campo de validez limitado al de las ecuaciones utilizadas



## Modelos físicos



## Modelos físicos

### Ventajas:

- En el calibrado de modelos matemáticos, representan el mundo físico real
- Costo intermedio y controlable
- Control de las variables involucradas
- Control de las condiciones de contorno

## Modelos físicos

### Ventajas:

- Relativa facilidad de medida
- Facilitan la comprensión de los procesos
- Facilitan estimaciones cualitativas y, según el proceso, cuantitativas

## Modelos físicos

### Inconvenientes:

- La generación de alternativas puede ser lenta y costosa
- En los modelos a escala, la semejanza hidráulica es siempre parcial
- En modelos a escala, el control de las condiciones de contorno es parcial

## Modelos físicos

### Inconvenientes:

- Dificultad de medida en algunas zonas
- Limitados por la capacidad de medida, hardware y espacio en el laboratorio

# Definición y Objetivos de los Modelos Físicos

## Definición y Objetivos de los MF

- ¿Qué es un modelo físico?
- Necesidad de los modelos físicos
- Modelos físicos y campañas de campo
- Modelos físicos y numéricos
- Objetivos del modelo físico

## ¿Qué es un modelo físico?



Un modelo físico es una representación simplificada a escala de algunos procesos físicos con unas determinadas condiciones de contorno



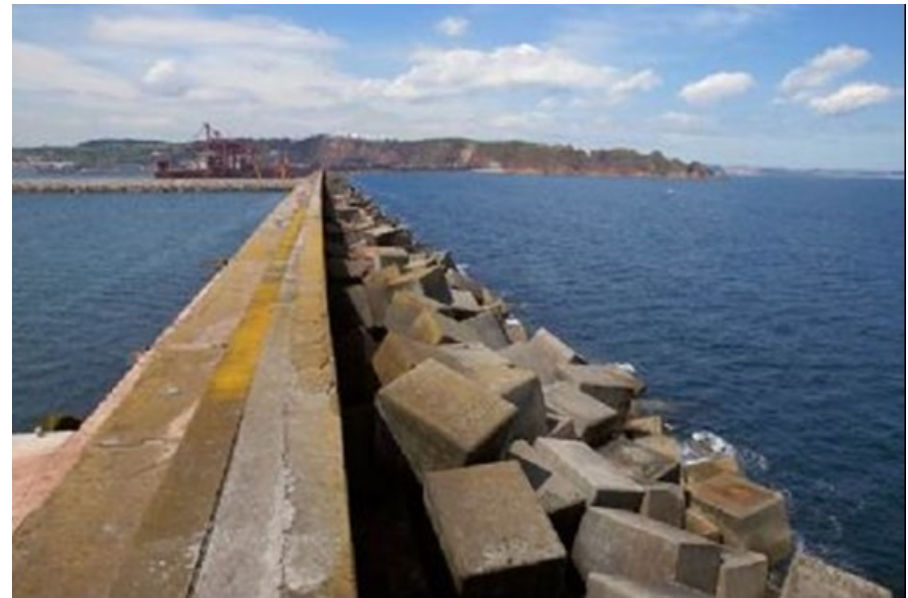
## Necesidad de un modelo físico

Algunos procesos físicos no pueden ser modelados matemáticamente, ya sea por desconocimiento de su física, complejidad de las condiciones de contorno, o falta de capacidad de cálculo. Dichos procesos sólo pueden medirse en el campo o en modelos físicos a escala.



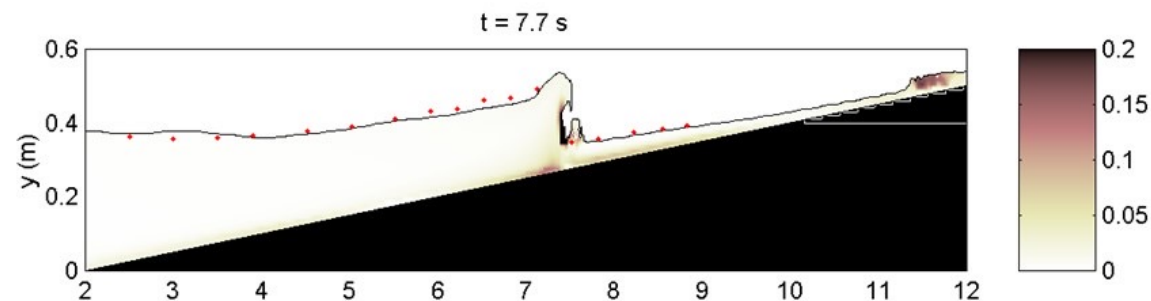
## Modelos Físicos y Campañas de Campo:

Las campañas en el campo y los modelos a diversas escalas facilitan la determinación de los efectos de escala



## Modelos físicos y numéricos:

El modelo físico facilita la calibración y validación de los modelos numéricos



## Objetivos de los modelos físicos

1. Investigación básica: obtención de información cualitativa de fenómenos no descritos o no comprendidos.
2. Calibración/validación: obtención de datos físicos reales para la calibración y/o validación de un modelo matemático - numérico.

## Objetivos de los modelos físicos

3. Diseño: obtención de datos a escala de procesos que no tengan formulación matemática, con el objeto de desarrollar formulaciones empíricas. En este caso, hay que considerar:
  - *Efectos de escala que puedan surgir al extrapolar los resultados al prototipo*
  - *El rango de validez de las relaciones obtenidas*

## Objetivos de los modelos físicos:

1. Investigación básica: Obtención de información cualitativa de fenómenos no descritos o no comprendidos



Ensayos de análisis de la forma en planta playa de Gros o de Zurriola (San Sebastián)

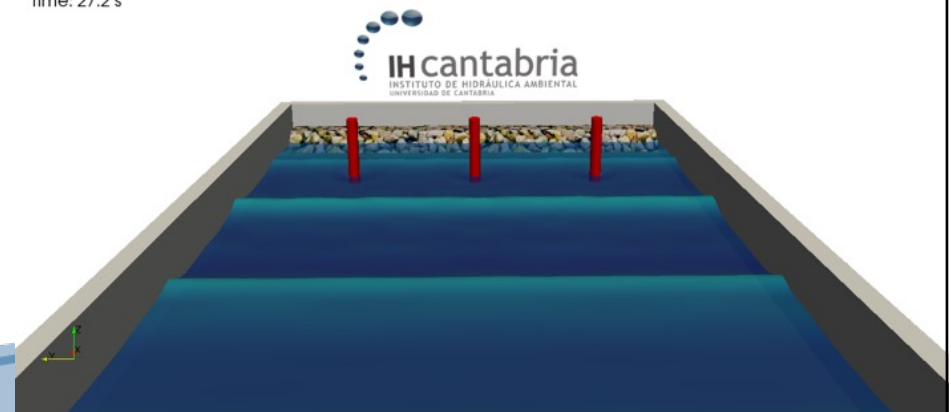
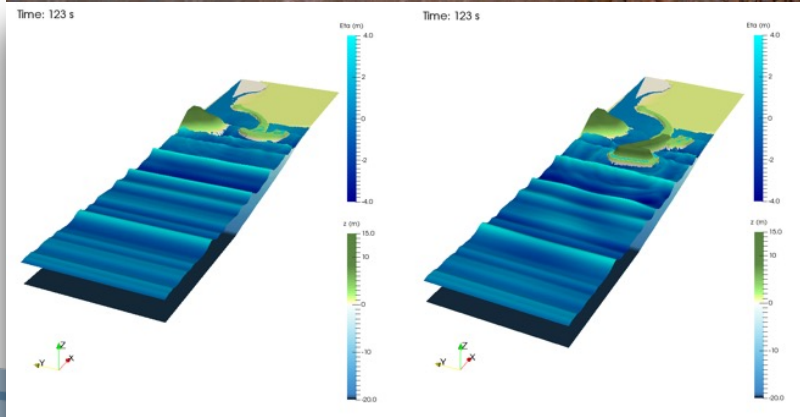
## Objetivos de los modelos físicos:

### 2. Calibración/validación de modelos numéricos.

Ensayos físicos y numéricos



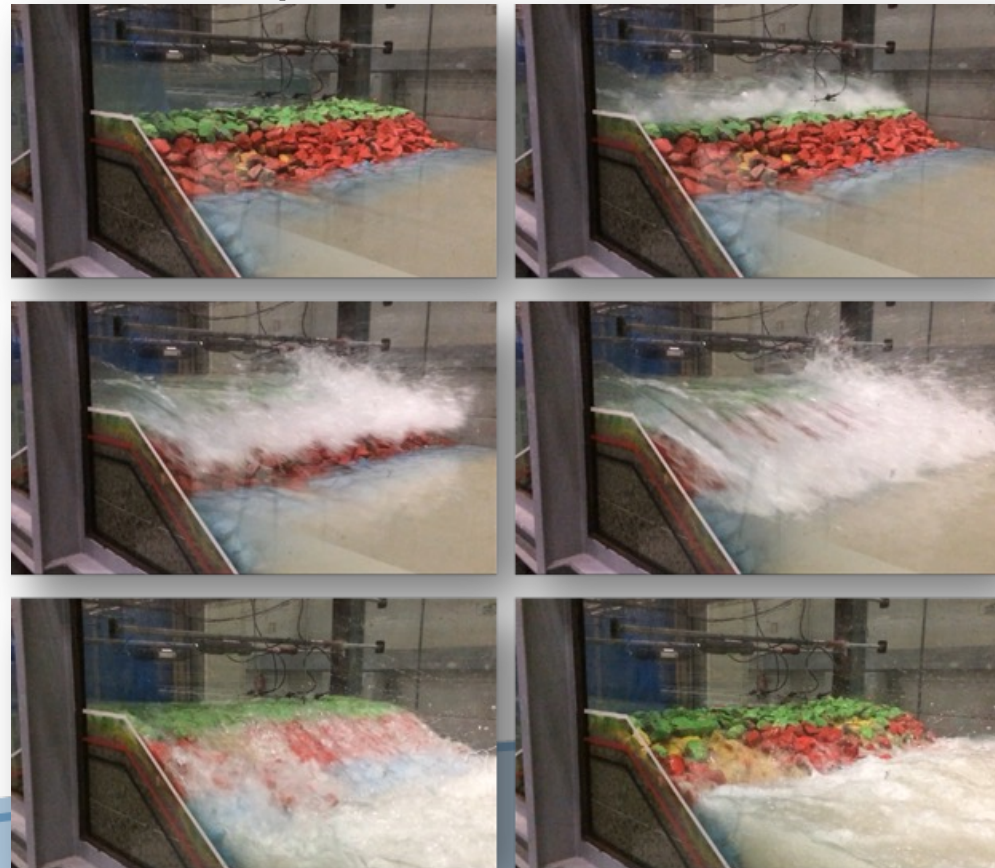
Nouvelle Route du Littoral - Viaduc en mer  
Time: 27.2 s



## Objetivos de los modelos físicos.

3. Diseño: obtención de datos a escala de procesos que no tengan formulación matemática, o la obtención de formulaciones empíricas de dichos procesos.

Ensayos físicos de  
estabilidad de un dique





# Conceptos Generales de la Semejanza Hidráulica

## Conceptos Generales de la Semejanza hidráulica

- Concepto de semejanza hidráulica
- Métodos para obtener la semejanza
- Leyes de semejanza
- Relación de escala
- La segunda ley de Newton y la semejanza hidráulica

## Concepto de semejanza

La semejanza entre un prototipo y un modelo se obtiene cuando todas las relaciones posibles entre las variables geométricas, cinemáticas y dinámicas del modelo y prototipo se mantienen constantes. Estas constantes son las leyes de escala.

Ejemplo:

Hm	Fm
1	3
2	6
3	11

$$N_H = 10$$

Hp	Fp
10	90
20	180
30	330

$$N_F = 30$$

En general, la semejanza se limita al grupo de variables que dominan el proceso a estudiar

## Métodos para la obtención de la semejanza

### 1. Calibración con datos de prototipo

Realizado un modelo a escala geométrica, se modifican las condiciones de contorno o el medio fluido (p.e. rugosidad, viscosidad, tensión superficial) hasta conseguir el comportamiento medido en prototipo.

### 2. Ecuaciones diferenciales

Si las ecuaciones del proceso son conocidas, se obtiene las leyes de semejanza planteando las ecuaciones en forma adimensional.

## Métodos para la obtención de la semejanza

### 3. Análisis dimensional

Se utiliza para obtener un juego de variables adimensionales a partir de las variables del proceso. La semejanza exige que las relaciones prototipo/modelo entre estas variables se mantenga constante. Cuando esto no es posible, se mantiene la relación entre las más relevantes

## Leyes de semejanza

- **Semejanza geométrica:**
  - Existe semejanza geométrica entre dos objetos si la relación entre dos dimensiones cualesquiera de los mismos es constante.
  - La semejanza geométrica es independiente del flujo. En muchos casos, para asegurar otros tipos de semejanza, será necesario distorsionar algunas partes de la geometría (escalas vertical y horizontal diferentes, escala de la rugosidad, porosidad etc.).

## Leyes de semejanza

- **Semejanza cinemática:**

- Existe semejanza cinemática entre dos sistemas si la relación entre las componentes vectoriales de todos los movimientos de ambos sistemas es constante. En otras palabras, las trayectorias de todos los puntos de ambos sistemas son geoméricamente semejantes.

## Leyes de semejanza

- **Semejanza dinámica:**
  - Existe semejanza dinámica entre dos sistemas si las relaciones entre las componentes vectoriales de todas las fuerzas de los dos sistemas es constante.



## Relación de escala

Es el cociente entre el valor de una variable en el prototipo y de la misma variable en el modelo:

$$N_X = \frac{X_P}{X_M} = \frac{\text{Valor de X en el prototipo}}{\text{Valor de X en el modelo}}$$

Muchas relaciones de escala no pueden ser elegidas independientemente, al ser muchas variables dependientes entre si.

$$N_V = \frac{V_P}{V_M} = \frac{\left(\frac{L}{t}\right)_p}{\left(\frac{L}{t}\right)_m} = \frac{\left(\frac{L_p}{L_m}\right)}{\left(\frac{t_p}{t_m}\right)} = \frac{N_L}{N_t}$$

## La 2ª ley de Newton y la semejanza hidráulica

$$m \frac{d\bar{V}}{dt} = m \left( \frac{\partial u_j}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = \sum_n \bar{F}_n \rightarrow \bar{F}_{il} + \bar{F}_{ic} = \bar{F}_g + \bar{F}_\mu + \bar{F}_\sigma + \bar{F}_e + \bar{F}_{pr} \rightarrow$$

$$\frac{\bar{F}_g}{\bar{F}_{ic}} + \frac{\bar{F}_\mu}{\bar{F}_{ic}} + \frac{\bar{F}_\sigma}{\bar{F}_{ic}} + \frac{\bar{F}_e}{\bar{F}_{ic}} + \frac{\bar{F}_{pr}}{\bar{F}_{ic}} - \frac{\bar{F}_{il}}{\bar{F}_{ic}} = 1$$

il: Inercia local:  $\partial(u,v,w)/\partial t$

ic : Inercia convectiva:  $\partial(u,v,w)/\partial(x,y,z)$

g: Gravedad

$\mu$ : Viscosidad

$\sigma$ : Tensión superficial

e: Elasticidad

pr: Presión

## La 2ª ley de Newton y la semejanza hidráulica

$$1 = \frac{\left( \frac{\bar{F}_g}{\bar{F}_{ic}} + \frac{\bar{F}_\mu}{\bar{F}_{ic}} + \frac{\bar{F}_\sigma}{\bar{F}_{ic}} + \frac{\bar{F}_e}{\bar{F}_{ic}} + \frac{\bar{F}_{pr}}{\bar{F}_{ic}} - \frac{\bar{F}_{il}}{\bar{F}_{ic}} \right)_p}{\left( \frac{\bar{F}_g}{\bar{F}_{ic}} + \frac{\bar{F}_\mu}{\bar{F}_{ic}} + \frac{\bar{F}_\sigma}{\bar{F}_{ic}} + \frac{\bar{F}_e}{\bar{F}_{ic}} + \frac{\bar{F}_{pr}}{\bar{F}_{ic}} - \frac{\bar{F}_{il}}{\bar{F}_{ic}} \right)_m} \left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{\bar{F}_g}{\bar{F}_{ic}} \right)_p = \left( \frac{\bar{F}_g}{\bar{F}_{ic}} \right)_m \rightarrow \text{Criterio de Froude} \\ \left( \frac{\bar{F}_\mu}{\bar{F}_{ic}} \right)_p = \left( \frac{\bar{F}_\mu}{\bar{F}_{ic}} \right)_m \rightarrow \text{Crit. de Reynolds} \\ \left( \frac{\bar{F}_\sigma}{\bar{F}_{ic}} \right)_p = \left( \frac{\bar{F}_\sigma}{\bar{F}_{ic}} \right)_m \rightarrow \text{Criterio de Weber} \\ \left( \frac{\bar{F}_e}{\bar{F}_{ic}} \right)_p = \left( \frac{\bar{F}_e}{\bar{F}_{ic}} \right)_m \rightarrow \text{C. de Cauchy - Mach} \\ \left( \frac{\bar{F}_{pr}}{\bar{F}_{ic}} \right)_p = \left( \frac{\bar{F}_{pr}}{\bar{F}_{ic}} \right)_m \rightarrow \text{Criterio de Euler} \\ \left( \frac{\bar{F}_{il}}{\bar{F}_{ic}} \right)_p = \left( \frac{\bar{F}_{il}}{\bar{F}_{ic}} \right)_m \rightarrow \text{Criterio de Strouhal} \end{array} \right.$$

## Criterio de semejanza de Froude:

$$\bar{F}_i = \text{Masa} \cdot \text{Aceleración} = (\rho L^3)(LT^{-2}) = \rho L^4 T^{-2}$$
$$\bar{F}_g = \text{Masa} \cdot \text{Aceleración de la gravedad} = (\rho L^3)g$$

$$N^{\circ} \text{ de Froude} = \frac{\bar{F}_g}{\bar{F}_i} = \frac{\rho L^3 g}{\rho L^4 T^{-2}} = \frac{gT^2}{L} = \frac{gL}{V^2} = \frac{gT}{V}$$

$$\frac{\left(\frac{\bar{F}_g}{\bar{F}_i}\right)_p}{\left(\frac{\bar{F}_g}{\bar{F}_i}\right)_m} = 1 = \frac{N_g N_T^2}{N_L} = \frac{N_g N_L}{N_V^2} = \frac{N_g N_T}{N_V} = 1$$

Si  $N_g=1$ , el criterio de Froude establece  $N_L = N_T^2$ , o que  $N_T = N_V$

## Criterio de semejanza de Froude. Ejemplo

### Escalas de partida:

Longitud:  $N_L = 50$

Densidad fluido:  $N_\rho = 1.025$  (agua salada/dulce)

Viscosidad fluido:  $N_\mu = 1$  (agua salada/dulce misma temperatura)

Aceleración de la gravedad:  $N_g = 1$

$$N_{Fr} = \frac{N_g N_T^2}{N_L} = \frac{N_g N_L}{N_V^2} = \frac{N_g N_T}{N_V} = 1$$

## Criterio de semejanza de Froude. Ejemplo

Escalas derivadas:

$$N_{Fr} = \frac{N_g N_T^2}{N_L} = \frac{N_g N_L}{N_V^2} = \frac{N_g N_T}{N_V} = 1$$

$$\text{Tiempo: } \frac{N_g N_T^2}{N_L} = 1 \rightarrow N_T = \left( \frac{N_L}{N_g} \right)^{0,5} = 7.07$$

## Criterio de semejanza de Froude. Ejemplo

Escalas derivadas:

$$N_{Fr} = \frac{N_g N_T^2}{N_L} = \frac{N_g N_L}{N_V^2} = \frac{N_g N_T}{N_V} = 1$$

$$\text{Velocidad: } \frac{N_g N_L}{N_V^2} = 1 \rightarrow N_V = (N_g N_L)^{0,5} = 7.07$$

## Criterio de semejanza de Froude. Ejemplo

Escalas derivadas:

$$N_{Fr} = \frac{N_g N_T^2}{N_L} = \frac{N_g N_L}{N_V^2} = \frac{N_g N_T}{N_V} = 1$$

$$\text{Aceleración: } N_A = \frac{N_L}{N_T^2} = \frac{N_L}{\frac{N_L}{N_g}} = N_g = 1$$



## Criterio de semejanza de Froude. Ejemplo

**Escalas derivadas:**

$$N_{Fr} = \frac{N_g N_T^2}{N_L} = \frac{N_g N_L}{N_V^2} = \frac{N_g N_T}{N_V} = 1$$

$$\text{Volumen: } N_{V_0} = N_L^3 = 125000$$

## Criterio de semejanza de Froude. Ejemplo

**Escalas derivadas:**

$$N_{Fr} = \frac{N_g N_T^2}{N_L} = \frac{N_g N_L}{N_V^2} = \frac{N_g N_T}{N_V} = 1$$

$$\text{Masa fluido: } N_m = N_\rho N_{V_0} = N_\rho N_L^3 = 128125$$

## Criterio de semejanza de Froude. Ejemplo

Escalas derivadas:

$$N_{Fr} = \frac{N_g N_T^2}{N_L} = \frac{N_g N_L}{N_V^2} = \frac{N_g N_T}{N_V} = 1$$

$$\text{Fuerza: } N_F = N_m N_A = N_\rho N_L^3 N_g = 128125$$

## Criterio de semejanza de Froude. Ejemplo

**Escalas derivadas:**

$$N_{Fr} = \frac{N_g N_T^2}{N_L} = \frac{N_g N_L}{N_V^2} = \frac{N_g N_T}{N_V} = 1$$

$$\text{Presión: } N_P = \frac{N_F}{N_L^2} = \frac{N_\rho N_L^3 N_g}{N_L^2} = N_\rho N_L N_g = 51.25$$

## Criterio de semejanza de Froude. Ejemplo

Escalas derivadas:

$$N_{Fr} = \frac{N_g N_T^2}{N_L} = \frac{N_g N_L}{N_V^2} = \frac{N_g N_T}{N_V} = 1$$

$$\text{Energía: } N_E = N_F N_L = N_\rho N_L^3 N_g N_L = N_\rho N_L^4 N_g = 6406250$$

## Criterio de semejanza de Froude. Ejemplo

**Escalas derivadas:**

$$N_{Fr} = \frac{N_g N_T^2}{N_L} = \frac{N_g N_L}{N_V^2} = \frac{N_g N_T}{N_V} = 1$$

$$\text{Potencia: } N_W = \frac{N_E}{N_T} = \frac{N_\rho N_L^4 N_g}{\left(\frac{N_L}{N_g}\right)^{0.5}} = N_\rho N_L^{3.5} N_g^{1.5} = 905981$$

## Criterio de semejanza de Froude. Ejemplo

Escalas derivadas:

$$N_{Fr} = \frac{N_g N_T^2}{N_L} = \frac{N_g N_L}{N_V^2} = \frac{N_g N_T}{N_V} = 1$$

$$\text{Caudal: } N_Q = \frac{N_{V0}}{N_T} = \frac{N_L^3}{\left(\frac{N_L}{N_g}\right)^{0.5}} = N_L^{2.5} N_g^{0.5} = 17678$$

## Criterio de semejanza de Froude. Ejemplo

Escalas derivadas:

$$N_{Fr} = \frac{N_g N_T^2}{N_L} = \frac{N_g N_L}{N_V^2} = \frac{N_g N_T}{N_V} = 1$$

$$\text{Reynolds: } N_{Re} = \frac{N_\rho N_L N_V}{N_\mu} = \frac{N_\rho N_L (N_g N_L)^{0.5}}{N_\mu} = N_\rho N_g^{0.5} N_L^{1.5} N_\mu^{-1} = 362.4$$



## Criterio de semejanza de Froude. Ejemplo

$$N_{Fr} = \frac{N_g N_T}{N_V} = 1$$

Escalas derivadas para una escala  $N_L = 50$  y  $N_\rho = 1.025$

Magnitud	Escala
Velocidad	$N_V = 7.07$ (velocidad 7.07 veces menor en el modelo)
Tiempo	$N_T = 7.07$ (tiempo 7.07 veces menor en el modelo)
Aceleración	$N_a = 1$ (aceleración igual en modelo y prototipo)
Masa	$N_m = 128125$ (masa 128125 veces menor en el modelo)
Fuerza	$N_F = 128125$ (fuerzas 128125 veces menor en el modelo)
Presión	$N_p = 51.25$ (presiones 51.25 veces menor en el modelo)
Caudal	$N_q = 17678$ (caudales 17678 veces menor en el modelo)

## Criterio de semejanza de Reynolds:

$\bar{F}_\mu = \text{Coeficiente de viscosidad dinámica} \cdot \text{gradiente de velocidades} \cdot \text{área}$

$$R_e = \frac{F_\mu}{F_{ic}} = \frac{\mu \frac{V}{L} L^2}{\rho L^4 T^{-2}} = \frac{\mu V L}{\rho L^4 T^{-2}} = \frac{\mu V L}{\rho L^2 V^2} = \frac{\mu}{\rho L V}$$

El número de Reynolds se expresa habitualmente como el inverso:

$$R_e = \frac{\rho L V}{\mu}, N_{R_e} = \frac{N_\rho N_L N_V}{N_\mu}$$

Un modelo con semejanza de Reynolds deberá cumplir:

$$N_{R_e} = \frac{N_\rho N_L N_V}{N_\mu} = 1$$

## Criterio de semejanza de Reynolds:

$$N_{Re} = \frac{N_{\rho} N_L N_V}{N_{\mu}} = 1$$

Si se utiliza el mismo fluido en el modelo y en el prototipo, el criterio de escala de Reynolds establece que  $N_L = N_V^{-1}$ . Queda claro que no se puede realizar un modelo de un prototipo con agua en ambos que cumpla a la vez los criterios de Froude (donde, hemos visto que  $N_L = N_V^2$ ) y de Reynolds.

## Criterio de semejanza de Reynolds:

$$N_{Re} = \frac{N_\rho N_L N_V}{N_\mu} = 1$$

## Escalas derivadas

Magnitud	Escala
Velocidad	$N_V = N_\mu / (N_\rho N_L)$
Tiempo	$N_T = N_L / N_V = N_L / [N_\mu / (N_\rho N_L)] = N_\rho N_L^2 / N_\mu$
Aceleración	$N_a = N_V / N_T = [N_\mu / (N_\rho N_L)] / (N_\rho N_L^2 / N_\mu) = N_\mu^2 / (N_\rho^2 N_L^3)$
Masa	$N_m = N_\rho N_L^3$
Fuerza	$N_F = N_m N_a = N_\rho N_L^3 N_\mu^2 / (N_\rho^2 N_L^3) = N_\mu^2 / N_\rho$
Presión	$N_p = N_F / N_L^2 = (N_\mu^2 / N_\rho) / N_L^2 = N_\mu^2 / (N_\rho N_L^2)$
Caudal	$N_q = N_V N_L^2 = [N_\mu / (N_\rho N_L)] N_L^2 = N_\mu N_L / N_\rho$

## Ejemplo de escalas en el criterio de semejanza de Reynolds:

$$N_{Re} = \frac{N_\rho N_L N_V}{N_\mu} = 1$$

Escalas derivadas para una escala  $N_L = 50$  y mismo fluido en modelo y prototipo.

Magnitud	Escala
Velocidad	$N_V = N_\mu / (N_\rho N_L) = 0,02$ (velocidad 50 veces mayor en el modelo)
Tiempo	$N_T = N_\rho N_L^2 / N_\mu = 2500$ (tiempo 2500 veces menor en el modelo)
Aceleración	$N_a = N_\mu^2 / (N_\rho^2 N_L^3) = 8 \cdot 10^{-6}$ (Aceleración 125000 veces mayor en el modelo)
Masa	$N_m = N_\rho N_L^3 = 125000$ (masa 125000 veces menor en el modelo)
Fuerza	$N_F = N_\mu^2 / N_\rho = 1$ (fuerza igual en modelo y prototipo)
Presión	$N_p = N_\mu^2 / (N_\rho N_L^2) = 2500$ (presión 2500 veces menor en el modelo)
Caudal	$N_q = N_\mu N_L / N_\rho = 50$ (Caudal 50 veces menor en el modelo)

## Criterio de semejanza de Reynolds:

Aplicable a flujos sin superficie libre

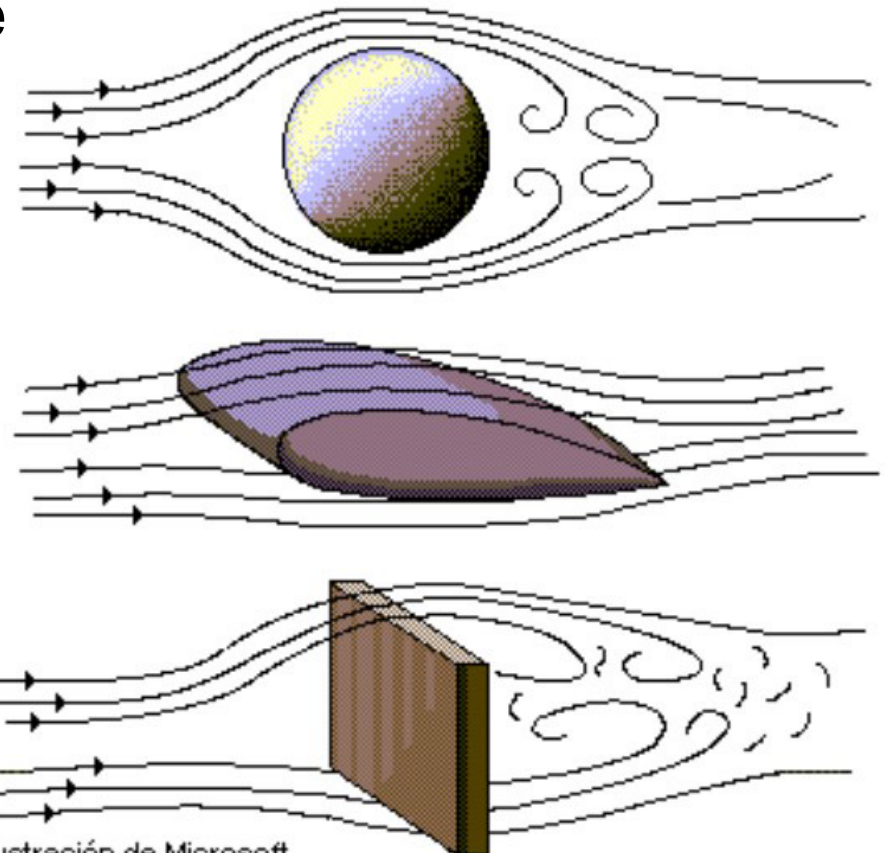
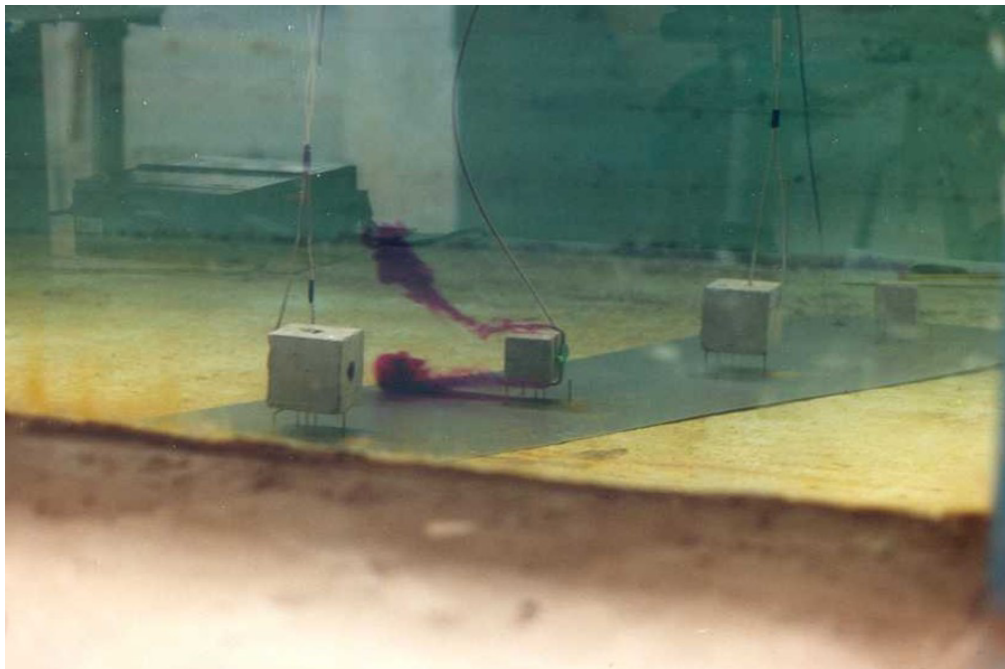


Ilustración de Microsoft

## Criterio de semejanza de Reynolds:

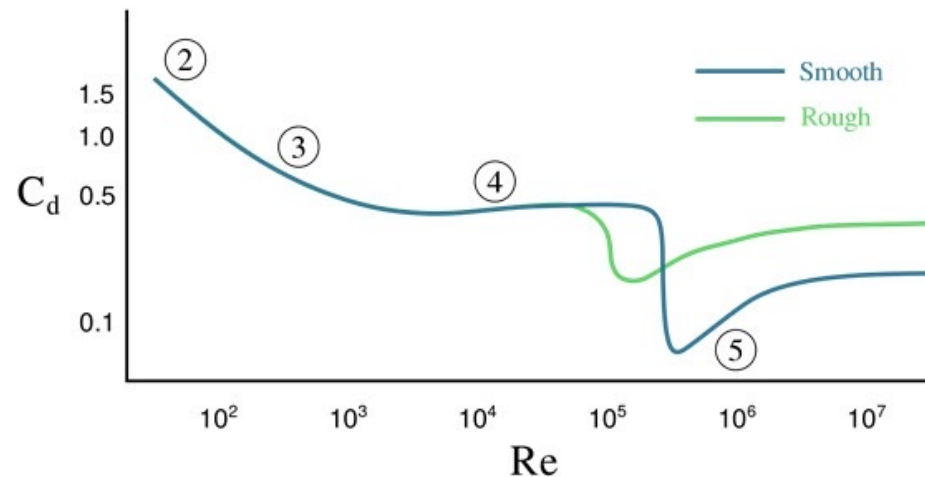
- Fuerzas del flujo sobre estructuras:

$$F[V^2, dV/dt, \text{Geometría}, C_d(\text{Re}), C_i(\text{Re})]$$

- Fuerzas fricción en superficie o en el interior de medios porosos:

$$F[V^2, dV/dt, \text{Geometría}, C_f(\text{Re}), C_a(\text{Re})]$$

## Criterio de semejanza de Reynolds:



Si el flujo es turbulento en el modelo y en el prototipo:

Los coeficientes no dependen del nº de Reynolds y el modelado de las fuerzas del flujo puede realizarse manteniendo el nº de Froude



## Criterio de semejanza de Reynolds:

Asegurar flujo turbulento es una condición muy difícil de cumplir en medios porosos de material fino. En ese caso, si la transmisión en el medio poroso es importante, será necesario distorsionar la geometría.

El flujo en las proximidades de las superficies está controlado por la evolución de la capa límite. Dicha evolución depende del  $n^{\circ}$  de Reynolds. La semejanza dinámica en estas zonas no puede hacerse correctamente sólo con el criterio de Froude.

## Criterio de semejanza de Weber

$\bar{F}_\sigma = \text{Coeficiente de tensión superficial} \cdot \text{distancia} = \sigma L$

$$W = \frac{\bar{F}_i}{\bar{F}_\sigma} = \frac{\rho L^2 V^2}{\sigma L} = \frac{\rho L V^2}{\sigma}$$

$$\left(\frac{\bar{F}_i}{\bar{F}_\sigma}\right)_p = \left(\frac{\bar{F}_i}{\bar{F}_\sigma}\right)_m \rightarrow \frac{N_\rho N_L N_V^2}{N_\sigma} = 1$$

Si se utiliza el mismo fluido en el modelo y en el prototipo, el criterio de escala de Weber establece  $N_L = N_V^{-2}$ . Queda claro que no se puede realizar un modelo de un prototipo en agua que cumpla a la vez los criterios de Froude y de Weber o de Reynolds y de Weber.

## Criterio de semejanza de Weber

Las fuerzas de tensión superficial en agua sólo son importantes cuando la curvatura de la superficie libre es muy elevada.

- El criterio de Weber deberá ser tenido en cuenta en:
  - El estudio de la generación de oleaje (ondas capilares)
  - El estudio de los inicios de la rotura del oleaje.
  - Estudios de rebase del oleaje con viento (por el arrastre de gotas)
  - El estudio de la formación de espumas y gotas en el proceso de rotura.

## Criterio de semejanza de Weber

Las propiedades de la mezcla de agua y aire dependen de la tensión superficial.

En un modelo reducido con flujo escalado con Froude, la mezcla agua-aire es mucho menor en el modelo que en el prototipo.

La densidad de la mezcla en el modelo es mayor que en el prototipo.

Como las cargas aumentan con la densidad, el modelo realizado sin la escala de Weber (i.e. con Froude) produce resultados de cargas mayores que la realidad.

## Criterio de semejanza de Weber



## Criterio de semejanza de Cauchy o Mach

$$\bar{F}_e = \text{Módulo de elasticidad} \cdot \text{Área} = EL^2$$

$$\text{Cauchy} = \frac{\bar{F}_i}{\bar{F}_e} = \frac{\rho L^2 V^2}{EL^2} = \frac{\rho V^2}{E}$$

$$\left(\frac{\bar{F}_i}{\bar{F}_e}\right)_p = \left(\frac{\bar{F}_i}{\bar{F}_e}\right)_m \rightarrow \frac{N_\rho N_V^2}{N_E} = 1$$

Nº de Mach =  $V/c$  y la velocidad del sonido es  $c = \sqrt{E/\rho}$  ( $E = \rho c^2$ )

$$\text{Mach}^2 = \text{Cauchy}$$

Si se utiliza el mismo fluido en el modelo y en el prototipo, el criterio de escala de Cauchy establece que  $N_V=1$ . Esto implica que no se puede cumplir a la vez los criterios de Froude y de Mach o de Reynolds y de Mach.

## Criterio de semejanza de Cauchy o Mach

El número de Cauchy es importante cuando las presiones son tan elevadas que la deformación elástica del agua afecta a las fuerzas. Con las presiones características de las obras marítimas la deformación del agua es despreciable.

Cuando el agua contiene gran cantidad de aire, el módulo de elasticidad del agua disminuye considerablemente y las fuerzas de impacto producidas por la rotura del oleaje sobre estructuras deben ser modeladas con el  $n^{\circ}$  de Mach.

## Criterio de semejanza de Cauchy o Mach

Como el contenido de aire en el agua depende de la tensión superficial, el modelado correcto de las fuerzas de impacto con aire involucrado implica un correcto escalado con los criterios de Froude, Weber y Mach.

Este escalado no puede realizarse correctamente salvo a escala de prototipo o en laboratorios de gran escala.



## Criterio de semejanza de Cauchy o Mach



## Criterio de semejanza de Strouhal

Este criterio relaciona las fuerzas de inercia convectiva con las de inercia local.

$$S_t = \frac{F_{il}}{F_{ic}}$$

$$F_{ic} = \frac{V^2}{L}; F_{il} = \frac{V}{t} \rightarrow \frac{F_{il}}{F_{ic}} = \frac{L}{Vt} \rightarrow \text{Número de Strouhal}$$

$$\left( \frac{\bar{F}_{il}}{\bar{F}_{ic}} \right)_p = \left( \frac{\bar{F}_{il}}{\bar{F}_{ic}} \right)_m \rightarrow \frac{N_L}{N_V N_t} = 1 \rightarrow N_L = N_V N_t$$

## Criterio de semejanza de Strouhal

$$S_t = \frac{F_{il}}{F_{ic}} = \frac{L}{Vt} \rightarrow \text{Número de Strouhal}$$

El n° the Strouhal tiene importancia en flujos no estacionarios oscilatorios donde el periodo de la oscilación viene dado por la variable t.

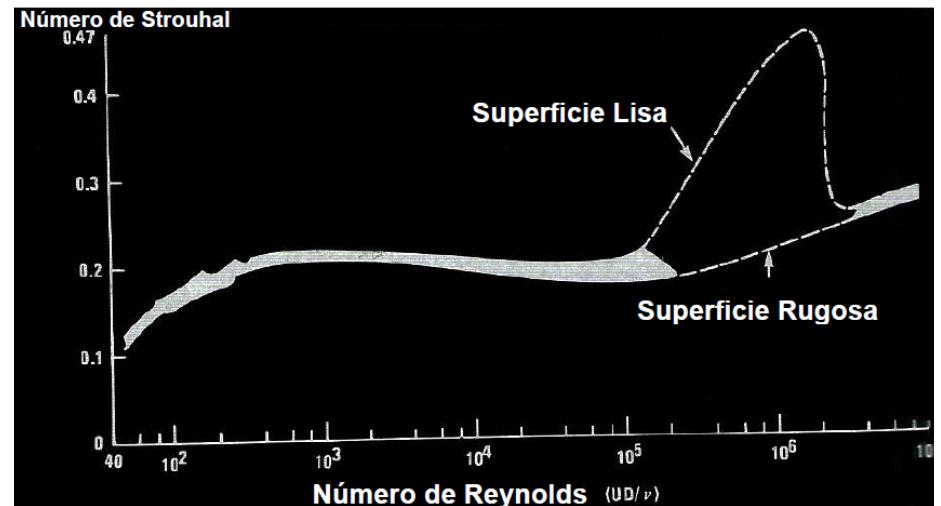
Un ejemplo de estos flujos son las estelas tras objetos sumergidos en el flujo. La frecuencia de salida de vórtices (1/t) viene controlada por el n° de Strouhal y un correcto escalado de la frecuencia requerirá que el n° de Strouhal sea igual en modelo y prototipo.

## Criterio de semejanza de Strouhal

En la formación de vórtices alrededor de un objeto cilíndrico de dimensión perpendicular al flujo  $D$ , sometido al flujo de velocidad  $V_\infty$ , el  $n^\circ$  de Strouhal controla la frecuencia de dichos vórtices,  $f_s$ . Es frecuente expresar en este caso el  $n^\circ$  de Strouhal mediante la expresión:

$$S_t = \frac{f_s D}{V_\infty}$$

Como la salida de vórtices es un efecto de capa límite, el  $n^\circ$  de Strouhal depende del número de Reynolds del cilindro ( $VD/\nu$ )



¿Preguntas?

