



Física Experimental 2



Práctica 6 - Diseño y construcción de un filtro activo

1. Objetivos

- Realizar el diseño completo de un filtro activo basado en amplificadores operacionales, desde su especificación hasta su implementación y la verificación de su desempeño.
- Analizar una topología estándar para filtros activos.
- Realizar el relevamiento experimental de los diagramas de Bode del filtro diseñado, comparándolo con los diagramas teóricos.
- Entender que las especificaciones no definen del todo el circuito a utilizar, por lo que hay que incorporar criterios adicionales para tomar decisiones.

2. Fundamento teórico

En algunos aspectos, esta práctica es similar a la de **Circuitos RLC**, por lo que se sugiere tenerla presente.

2.1. Respuesta en frecuencia

Consideremos un circuito lineal con entrada $v_i(t)$ y respuesta $v_o(t)$. En *régimen sinusoidal*, asumimos que para una entrada sinusoidal pura $v_i(t) = A_i \cos(\omega_0 t + \varphi_i)$, la respectiva salida en régimen es $v_o(t) = A_o \cos(\omega_0 t + \varphi_o)$. El análisis de la respuesta en régimen sinusoidal del circuito puede realizarse mediante el uso de fasores. Para las señales anteriores, definimos los fasores asociados \tilde{V}_i y \tilde{V}_o , números complejos que verifican las identidades:

$$v_i(t) = \text{re} \left[\tilde{V}_i e^{j\omega_0 t} \right] \quad , \quad v_o(t) = \text{re} \left[\tilde{V}_o e^{j\omega_0 t} \right] \quad (1)$$

El cálculo directo nos da $\tilde{V}_i = A_i e^{j\varphi_i}$ y $\tilde{V}_o = A_o e^{j\varphi_o}$. Es usual indicar la dependencia del fasor con la frecuencia de trabajo, por lo que usaremos la

notación $\tilde{V}_i(j\omega_0)$ y $\tilde{V}_o(j\omega_0)$. El cociente entre ambos fasores nos da la relación entrada-salida del circuito para la frecuencia de trabajo ω_0 . Extendiendo el análisis a una frecuencia genérica ω , podemos definir la *función de transferencia* del circuito.

$$H(j\omega) = \frac{\tilde{V}_o(j\omega)}{\tilde{V}_i(j\omega)} \quad (2)$$

denominada también *respuesta en frecuencia*. Combinando la función de transferencia con la definición de fador obtenemos la identidad

$$v_o(t) = A_i \cdot |H(j\omega)| \cdot \cos(\omega t + \varphi_i + \arg(H(j\omega))) \quad (3)$$

La expresión (3) nos dice que para cada frecuencia de trabajo, el módulo de la transferencia brinda la *ganancia* o *atenuación* que introduce el circuito a esa frecuencia, en tanto el argumento de la transferencia nos pauta el retraso o adelanto que presenta la salida respecto de la entrada

2.2. Filtros

La particularidad de un sistema lineal de influir de manera diferente en distintas frecuencias, es lo que se conoce con el nombre de filtrado. Se entiende por *filtro* un circuito lineal que responde de manera selectiva a distintas frecuencias de trabajo, permitiendo hacer un procesamiento de la señal a nivel espectral, es decir, teniendo presente su estructura en frecuencia. Diseñando adecuadamente el circuito, se puede construir un filtro que tenga una forma particular para el módulo y la fase de la transferencia.

Las transferencias asociadas a filtros lineales usualmente se escriben como cocientes de polinomios en la variable ($j\omega$). A modo de ejemplo, si miramos

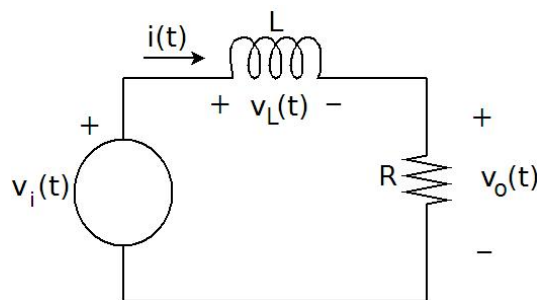


Figura 1: Circuito en régimen sinusoidal

el circuito de la figura 1, vemos que la transferencia en régimen sinusoidal es $H(j\omega) = \frac{R}{R+Lj\omega}$, es decir, el cociente de dos polinomios de primer

orden en $(j\omega)$. Cuando en la construcción de un filtro se utilizan solamente componentes pasivas (resistencias, condensadores y bobinas), decimos que tenemos un filtro pasivo. Cuando incorporamos elementos activos, como por ejemplo amplificadores operacionales que aportan energía al circuito, decimos que tenemos un filtro activo.

2.3. Diagramas de Bode

Es útil representar gráficamente la transferencia de un filtro. Para ello usualmente se recurre a dos gráficas, una para el módulo y otra para la fase. Es importante tener en cuenta que si la transferencia $H(j\omega)$ puede escribirse como un cociente de polinomios en $(j\omega)$, entonces el módulo es par en ω y la fase es impar:

$$|H(j\omega)| = |H(-j\omega)| \quad , \quad \arg H(j\omega) = -\arg H(-j\omega) \quad (4)$$

Para poder tener una idea cualitativa de lo que sucede en diferentes intervalos de frecuencias, representando los mismos de manera equilibrada, se utiliza una escala logarítmica en la frecuencia (usualmente en base 10). Este paso implica *olvidarse* de las frecuencias negativas, teniendo presente la paridad o imparidad vista antes. La ganancia de una transferencia se expresa usualmente en decibeles. La conversión es directa a partir de la expresión

$$|H(j\omega)|_{(db)} = 20 \log (|H(j\omega)|) \quad (5)$$

El uso de decibeles es histórico y está asociado al comienzo de la telefonía, valorando la potencia de una señal de audio en relación a cómo escucha el oído humano.

Resumiendo, los diagramas de Bode constituyen una representación gráfica de la transferencia de un circuito lineal, que consiste en dos gráficas: $|H(j\omega)|$ y $\arg H(j\omega)$ contra $\log(\omega)$. La mayoría de los programas de simulación numérica tienen ya implementadas rutinas de obtención y representación de los diagramas de Bode.

Se sugiere la lectura del Capítulo 8 de [MP19].

2.4. Amplificadores operacionales

Un amplificador operacional es una componente electrónica que consta de cinco terminales: dos patas de *entrada*, denotadas $+$ y $-$, una pata de salida y dos patas de alimentación a las que se conectan fuentes de continua usualmente de valores opuestos, que denotaremos por $\pm V_{cc}$. Sin adentrarnos en sus aspectos constructivos, podemos describirlos por tres parámetros: R_{in} , la *resistencia de entrada* vista entre las patas $+$ y $-$, R_o , la *resistencia*

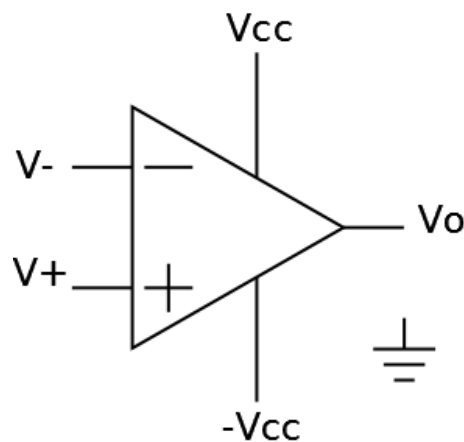


Figura 2: Amplificador operacional

de salida y A la ganancia. Esencialmente, la salida vale $A(V^+ - V^-)$. Una restricción operativa es que la tensión de salida no puede ser mayor que $+V_{cc}$ o menor que $-V_{cc}$. Cuando la salida alcanza alguno de esos valores, permanece en ellos y decimos que el operacional está saturado.

Los operacionales se fabrican para lograr tener R_{in} muy grande, R_o muy pequeña y A muy grande. En esas condiciones, la diferencia de tensión entre las patas $+$ y $-$ debe ser muy pequeña para evitar la saturación. Para lograr esto, el amplificador operacional se trabaja realimentado por su pata $-$, tal como se muestra en la figura 3. Idealmente, supondremos que $R_{in} = +\infty$, $R_o = 0$ y $A = +\infty$ y, por lo tanto, las patas $+$ y $-$ están al mismo potencial, lo que usualmente se denomina *cortocircuito virtual*.

Para complementar esta parte, se sugiere la lectura del Capítulo 6 de [Dorf] ó el capítulo 3 de [Car01].

2.5. Diseño de un filtro activo

Considere el circuito de la figura 3, con entrada v_i y salida v_o . Analizaremos el circuito utilizando fasores. Cada componente se reemplaza por su impedancia a la frecuencia de trabajo genérica ω . Entonces las resistencias quedan como están y los condensadores se sustituyen por sus impedancias $\frac{1}{C_i j\omega}$. Denotemos por $\tilde{V}_1(j\omega)$ el fasor asociado a la tensión entre la resistencia R_1 y el condensador C_1 . Escribiendo la ley de Kirchoff en ese nudo, expresando las corrientes en función de las tensiones involucradas,

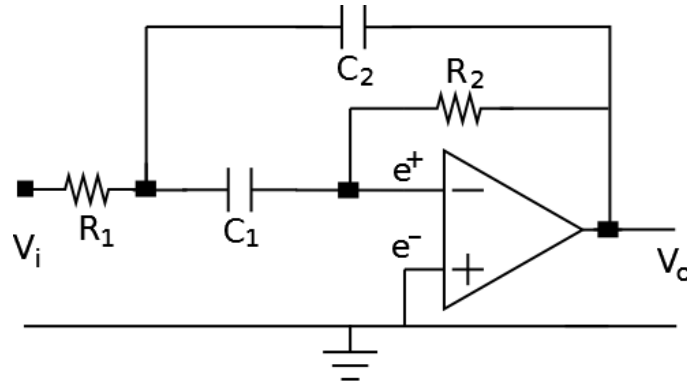


Figura 3: Filtro activo basado en un amplificador operacional.

obtenemos la ecuación

$$\frac{\tilde{V}_i(j\omega) - \tilde{V}_1(j\omega)}{R_1} = \frac{\tilde{V}_1(j\omega) - \tilde{e}^+(j\omega)}{\frac{1}{C_1 j\omega}} + \frac{\tilde{V}_1(j\omega) - \tilde{V}_o(j\omega)}{\frac{1}{C_2 j\omega}} \quad (6)$$

Considerando que por el cortocircuito virtual $\tilde{e}^+ = 0$, tenemos que

$$\frac{\tilde{V}_i(j\omega)}{R_1} = \tilde{V}_1(j\omega) \left[\frac{1}{R_1} + (C_1 + C_2)j\omega \right] - \tilde{V}_o(j\omega)C_2 j\omega \quad (7)$$

que puede re-escribirse así:

$$\tilde{V}_i(j\omega) = \tilde{V}_1(j\omega) [1 + R_1(C_1 + C_2)j\omega] - \tilde{V}_o(j\omega)R_1 C_2 j\omega \quad (8)$$

Mirando el nudo en la pata + del operacional, sabemos que la corriente por el condensador C_1 se va por la resistencia R_2 , de donde

$$\frac{\tilde{V}_1(j\omega) - \tilde{e}^+(j\omega)}{\frac{1}{C_1 j\omega}} = \frac{\tilde{e}^+(j\omega) - \tilde{V}_o(j\omega)}{R_2} \Rightarrow \tilde{V}_1(j\omega) = -\frac{\tilde{V}_o(j\omega)}{R_2 C_1 j\omega} \quad (9)$$

De las ecuaciones anteriores se llega a la transferencia en régimen sinusoidal:

$$H(j\omega) = \frac{-1}{R_1 C_2} \frac{j\omega}{(j\omega)^2 + \left(\frac{C_1 + C_2}{R_2 C_1 C_2} \right) (j\omega) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (10)$$

Imponiendo $\frac{1}{R_1 C_1} = \frac{1}{R_2 C_2} = \omega_0 > 0$, obtenemos

$$H(j\omega) = -\frac{R_2}{R_1} \frac{\omega_0(j\omega)}{(j\omega)^2 + \left(1 + \frac{C_2}{C_1} \right) \omega_0(j\omega) + \omega_0^2} \quad (11)$$

El numerador tiene dos raíces, que pueden ser reales o complejas conjugadas. Eligiendo convenientemente la relación entre C_1 y C_2 , puede imponerse a

$H(j\omega)$ la siguiente forma particular:

$$H(j\omega) = -\frac{R_2}{R_1} \frac{\omega_0(j\omega)}{(j\omega)^2 + \left(\frac{\omega_0}{Q}\right)(j\omega) + \omega_0^2} \quad (12)$$

siendo Q el factor de calidad:

$$Q = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \quad (13)$$

La expresión de la diferencia de fase ϕ entre v_o y v_i es:

$$\phi = \text{atan}\left(\frac{\text{Im}(H(j\omega))}{\text{Re}(H(j\omega))}\right) = \text{atan}\left(\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\omega_0\omega/Q}\right) \quad (14)$$

Nota: como los valores de la función arcotangente están comprendidos entre $\pi/2$ y $-\pi/2$ y el amplificador operacional introduce un desfase de π , al valor de ϕ es necesario sumarle una fase de π , para visualizarla correctamente en una gráfica.

Antes de concurrir a la clase, se pide:

1. Hallar la relación entre C_1 y C_2 para que el circuito tenga un factor de calidad al menos $Q = 0,6$.
2. Una vez que fueron elegidos C_1 y C_2 , seleccionar los valores de R_1 y R_2 para que la frecuencia de resonancia sea cercana a $1kHz$ ($\omega_0 \approx 2\pi \times 1kHz$). Tienen a disposición dos resistencias de $1k\Omega$ y $2,2k\Omega$ y dos condensadores de $150nF$ y $68nF$.
3. Hallar las frecuencias esperadas ω_1 y ω_2 que definen el ancho de la banda pasante. Recuerde la definición:

$$Q = \frac{\omega_0}{(\omega_2 - \omega_1)}$$

siendo ω_1 y ω_2 las frecuencias para las cuales la función de transferencia es igual a menos 3 dB de su valor máximo. Los valores de ω_1 y ω_2 van a depender de R_1 , R_2 , C_1 y C_2 .

3. Materiales

A continuación se muestra el listado de materiales que se utilizarán para la realización de la práctica.

- Fuente de corriente regulable, con control de voltaje.
- Generador de señales.

- Amplificadores operacionales (LM741 y TL071CP).
- Resistencias de $1k\Omega$ y $2,2k\Omega$.
- Condensadores de $68nF$ y $150nF$.
- Osciloscopio.
- Multímetro.
- Sensores de voltaje conectados a tarjetas adquisidoras.

4. Montaje y procedimiento

A continuación se encuentran algunos comentarios y recomendaciones a seguir para la obtención y análisis de los datos experimentales. Debe prestarse especial atención a las consideraciones para trabajar con las fuentes de alimentación así como a las consideraciones de seguridad.

4.1. Amplificador operacional

Los amplificadores operacionales van a ser suministrados durante la práctica al igual que los otros componentes. Físicamente son un chip de 8 patas y tienen la distribución de entradas que se muestra en la figura 4. Hay que tener en cuenta la distribución de las patas para el armado del circuito. En particular los pines 1, 5 y 8 no los tengan en cuenta, ya que no van a afectar durante la práctica.

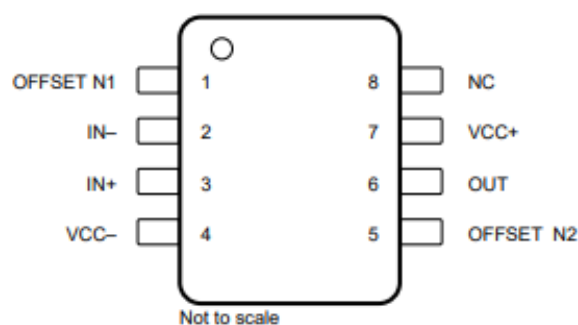


Figura 4: Chip del amplificador operacional.

4.2. Medidas a realizar

Armar en un protoboard el filtro activo diseñado, alimentando el amplificador operacional con $V_{cc} = 15V$. Luego proceder a realizar las siguientes tareas.

1. Elegir una entrada sinusoidal, fijando una frecuencia arbitraria, de una amplitud tal que no sature el operacional.
2. Medir las patas + y - del amplificador operacional, verificando el cortocircuito virtual.
3. Releva la respuesta en frecuencia del circuito, comenzando en $10Hz$ y avanzando hasta $10kHz$. Para cada frecuencia, inyectar una señal sinusoidal en el circuito y analizar la salida. Hallar la ganancia en amplitud y medir el desfase en grados entre la entrada y la salida. Realizar los diagramas de Bode relevados, dibujados de manera concurrente con los diagramas teóricos.
4. Estimar el valor eficaz de la corriente que entrega el operacional para la frecuencia de resonancia del circuito. ¿A dónde va la corriente que sale del operacional? ¿Es correcto decir que la corriente que entrega el operacional es la consumida por la resistencia R_1 ?
5. Estimar experimentalmente el factor de calidad del filtro construido (recordar la práctica de RLC).

4.3. Consideraciones de seguridad

En esta práctica debe trabajarse con valores relativamente altos de corriente (hasta $1A$). Para usar de referencia, corrientes continuas de $0,2A$ son suficientes para causar la muerte si la misma es conducida por el corazón de una persona (valores aún más bajos son suficientes en el caso de la corriente alterna). Sin embargo, el valor que es necesario conocer para establecer el riesgo de shock eléctrico es el **voltaje** que se aplica sobre el cuerpo humano.

A modo de ejemplo, la resistencia de un cuerpo humano entre sus extremidades (en condiciones normales de humedad de la piel) es del orden de $1k\Omega$. Esto implica (usando la Ley de Ohm) que para establecer $0,1A$ de corriente es necesario un voltaje del orden de $100V$ entre las manos de una persona. En condiciones de gran humedad la resistencia del cuerpo se reduce drásticamente y también el voltaje necesario para causar daño físico sobre las personas [Gab95].

Para evitar posibles accidentes, las fuentes del laboratorio cuentan con un regulador de voltaje que acota el voltaje máximo que puede imponer la fuente entre sus bornes. A efectos de trabajar con la mayor seguridad en el laboratorio, se recomienda asegurarse de **nunca trabajar por encima de 4V**.

5. Pauta para el análisis de los resultados y para la elaboración del informe

- **Formato general - 1 punto:** Incluye: organización, contenido general del reporte, redacción y ortografía. Las graficas deben estar correctamente presentadas, con pie de figura y citadas en el texto.
- **Introducción - 1 punto:** Se describen brevemente los objetivos. Deben explicarse únicamente los conceptos y ecuaciones más importantes que sean necesarias para el desarrollo de la práctica. Mencionar que hipótesis se realizan, rango de validez de las aproximaciones, etc..
- **Metodología 1.5 puntos** Bien explicada, con esquema del dispositivo (pueden colocar fotos si aporta información relevante) y consideraciones a tener en cuenta durante la práctica. Es importante relacionar con las hipótesis del modelo teórico, así como dar los detalles importantes relativos a como se deben armar el dispositivo y tomar las medidas para cumplir con estas hipótesis. Indicar claramente las magnitudes medidas y su correspondiente incertidumbre.
- **Relevamiento de la respuesta en frecuencia del circuito - 3.5 puntos.**
Las graficas (diagramas de Bode) de ganancia y fase deben incluir junto a los datos experimentales la curva teórica esperada. Poner tabla de datos.
- **Tratamiento de datos - estimación del valor eficaz de la corriente que entrega el operacional - 1 punto.**
Para alguna de las frecuencias anteriores, estimar el valor eficaz de la corriente que entrega el operacional. Contestar: a dónde va la corriente que sale del operacional?
- **Factor de calidad del filtro construido - 1 punto**
Estimar el factor de calidad del filtro construido a partir de los resultados experimentales.
- **Conclusiones - 1 punto** Detalladas y explicadas, ligadas a los objetivos de la práctica y vinculando con el modelo y las hipótesis realizadas.

- Anexo con las tablas con los datos experimentales relevados, incluyendo sus incertidumbres y unidades.

Referencias

- [MP19] P. Monzón, J. Piquinela - *Sistemas lineales en régimen permanente*, texto de la asignatura “Teoría de circuitos”. 2019.
- [Dorf] R. Dorf - *Circuitos eléctricos*, Alfaomega, 1993.
- [Car01] A.B. Carlson - *Circuitos*, Thomson Learning, 2001.
- [Nil05] J. Nilsson, S. Riedel - *Circuitos eléctricos*, Prentice-Hall, 2005.
- [Gab95] L. Pérez Gabarda - *Corriente Eléctrica: Efectos Al Atravesar El Organismo Humano*. INSHT, Ministerio de Trabajo y Asuntos Sociales, España.
- [Gas00] J. Gastineau, K. Appel, C. Bakken, R. Sorensen, D. Vernier - *Physics With Computers*. Segunda edición 1998, tercera impresión 2000. Experimento 29.
- [Res93] R. Resnick, D. Halliday, K. S. Krane - *Física Vol. 2*. Tercera edición 1993, cuarta reimpresión 1996. Páginas 211 a 220, 255 a 258.