



Física Experimental 2



Práctica 4 - Circuitos RC en régimen permanente

1. Objetivos

- Estudiar el comportamiento en régimen permanente de un circuito RC en serie.
- Caracterizar en frecuencia un circuito RC encontrando sus parámetros característicos.

2. Fundamento teórico

2.1. Circuito RC en Régimen Permanente.

Consideremos el circuito que aparece en la figura 1. En este caso trabajamos con una fuente $v(t)$ sinusoidal. Cuando se trabaja en régimen sinusoidal se asume que:

1. El circuito es alimentado por una fuente sinusoidal de frecuencia f .
2. Los transitorios originados por el encendido de la fuente no influyen en el comportamiento del circuito.

Aplicando las leyes de Kirchoff obtenemos:

$$v(t) - Ri(t) - \frac{q(t)}{C} = 0 \quad (1)$$

En este caso, todas las señales de intensidad de corriente, carga y tensión variarán sinusoidalmente con la misma frecuencia f impuesta por la fuente. Si se alimenta el circuito con una fuente alterna sinusoidal $v(t) = V_o \cos(\omega t)$, donde $\omega = 2\pi f$ y V_o es la amplitud de la señal, la ecuación 1 queda:

$$V_o \cos(\omega t) = Ri(t) + \frac{q(t)}{C} \quad (2)$$

Haciendo un cambio de variable que nos permita trabajar con cantidades complejas podemos escribir esta ecuación diferencial como una ecuación algebraica, considerando para ello las magnitudes complejas:

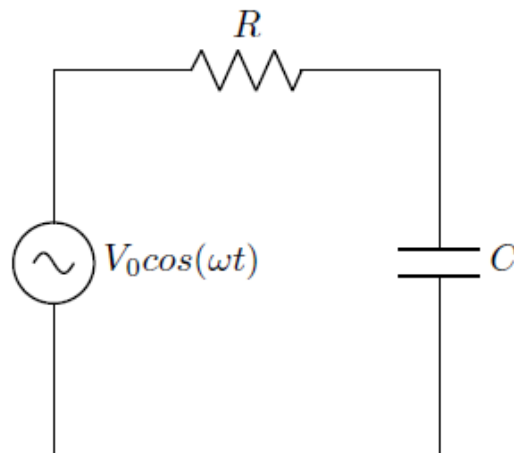


Figura 1: Circuito RC

$$V(t) = V_o e^{j\omega t}, Q(t) = Q_o e^{j\omega t}, I(t) = I_o e^{j\omega t}, \quad (3)$$

donde V_o , Q_o e I_o son complejos cuyos módulos representan las amplitudes de las oscilaciones de las variables reales, y sus fases representan los desfases entre las distintas variables respecto a la fuente. A estas variables complejas se les llama fasores. Los valores verdaderos de las variables físicas $v(t)$, $q(t)$ e $i(t)$ (todas ellas señales sinusoidales) serán las partes reales de $V(t)$, $Q(t)$ e $I(t)$.

Utilizando notación compleja, la relación entre la carga en el capacitor y la corriente se puede reescribir como:

$$I_o e^{j\omega t} = \frac{d(Q_o e^{j\omega t})}{dt} = j\omega Q_o e^{j\omega t} \Rightarrow I_o = j\omega Q_o \quad (4)$$

De esta forma podemos escribir las ecuaciones constitutivas de cada uno de los elementos del circuito RC de la siguiente forma:

$$V_R = R I_o \quad (5)$$

$$V_C = \frac{1}{j\omega C} I_o = -\frac{j}{\omega C} I_o \quad (6)$$

A partir de las ecuaciones 5 y 6 se pueden definir a las reactancias resistiva (X_R) y capacitiva (X_C) como:

$$X_R = R, X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (7)$$

Ejercicio 1 (no hay que entregarlo): Comprobar, utilizando las ecuaciones 5 y 6 que la expresión de la capacidad C viene dada por:

$$C = \frac{T|V_R|}{2\pi R|V_C|} \quad (8)$$

donde $|V_R|$ y $|V_C|$ son las amplitudes de los voltajes en bornes de la resistencia R y el condensador C respectivamente y T es el período de la señal sinusoidal.

Sustituyendo las variables dadas en las ecuaciones 5 y 6 en la ecuación 2 llegamos a la ecuación algebraica

$$V_o e^{j\omega t} = R I_o e^{j\omega t} - \frac{j I_o}{\omega C} e^{j\omega t} \Rightarrow V_o = \left(R - j \frac{1}{\omega C} \right) I_o \quad (9)$$

Despejando para I_o llegamos a:

$$I_o = \frac{V_o}{\left(R - j \frac{1}{\omega C} \right)} = \frac{V_o}{\sqrt{\left(R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2} \right)}} e^{j \arctan\left(\frac{1}{RC\omega}\right)} = |I_o| e^{j\phi} \quad (10)$$

siendo $I_o = \frac{V_o}{\sqrt{\left(R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2} \right)}}$ la amplitud de la oscilación de corriente y $\phi = \arctan\left(\frac{1}{RC\omega}\right)$ el desfase de esta onda respecto a la de la fuente.

A partir del fasor de corriente pueden obtenerse las expresiones para los fasores asociados a la caída de potencial en la resistencia y en el condensador (el cálculo detallado se pide en el ejercicio 2). En la figura 2 pueden observarse los diagramas de fasores asociados a V_R y V_C , en particular se observa cómo V_R se mantiene en fase con I_o , mientras que V_C se retrasa $\frac{\pi}{2}$ respecto a I_o .

A la dependencia de una variable física en función de la frecuencia se le llama respuesta en frecuencia, transferencia, respuesta espectral, etc.

Ejercicio 2 (no hay que entregarlo): A partir del resultado de la ecuación 10 y de las ecuaciones constitutivas de la resistencia y el condensador, ecuaciones 5 y 6:

1. Hallar V_R y V_C .
2. Hallar los módulos $|V_R|$ y $|V_C|$ de esos fasores y sus defasajes ϕ_R y ϕ_C respecto a la fuente.

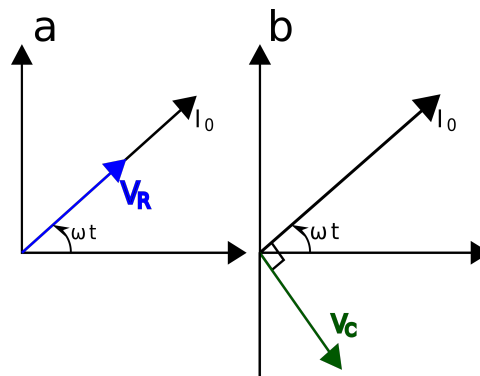


Figura 2: Fasores asociados a la caída de potencial en la resistencia V_R (a) y en el condensador V_C (b). En ambos casos se muestra la relación de ambos respecto al fasor de corriente I_0

- Demuestre que cuando la frecuencia del voltaje de la fuente toma el valor particular:

$$f_C = \frac{1}{2\pi RC} \quad (11)$$

se verifica que:

$$|V_R| = |V_C| = \frac{V_o}{\sqrt{2}} \quad (12)$$

A esta frecuencia le llamaremos frecuencia de corte.

- Calcular los desfases ϕ_R y ϕ_C para esa frecuencia particular.

3. Actividades a realizar

En cada medida que realice es importante ajustar la escala vertical y horizontal del osciloscopio con el fin de minimizar la incertidumbre. Presente los resultados con las unidades correspondientes y la cantidad de cifras significativas correctas.

3.1. Determinación de la frecuencia de corte

En esta parte deberá armar un circuito RC en serie que se alimentará con una señal de voltaje sinusoidal y se visualizará en el osciloscopio el voltaje de la fuente y la diferencia de potencial en las placas del condensador $v_C(t)$. Analice que amplitud para el voltaje de la fuente es más conveniente. Varíe la frecuencia de la fuente (manteniendo su amplitud constante) y observe cómo varían las amplitudes de voltaje en el condensador y en la

resistencia.

Pregunta: ¿Cómo puede observar el voltaje en la resistencia sin tener que cambiar la entrada al osciloscopio?

Varíe la frecuencia de la fuente hasta encontrar la **frecuencia de corte** (recuerde la relación que se cumple entre las amplitudes de los voltajes para esa frecuencia). Para esa frecuencia:

1. Mida la amplitud del voltaje sobre la resistencia $|V_R|$ para verificar si su valor corresponde al esperado teóricamente.
2. Mida el período de la señal T y calcule el valor de la *frecuencia de corte*.
3. Determine el desfase en grados entre la señal correspondiente al voltaje en el capacitor y en la fuente.

3.2. Curvas de respuesta en frecuencia y determinación experimental del valor de C

1. Releve para diferentes frecuencias $|V_R|$, $|V_C|$ y el desfase ϕ_C entre $|V_C|$ y $|V_0|$.

Criterio de elección de las frecuencias: Se sugiere realizar medidas para por lo menos 10 frecuencias mayores y 10 menores a la frecuencia de corte (entre 0.1 y 10 f_C). Piensen en que región de frecuencias es importante tomar mas medidas.

2. Grafique $|V_R|$, $|V_C|$ y Φ_C en función de la frecuencia.
3. A partir de las medidas de respuesta en frecuencia discuta con su grupo y encuentre una forma de determinar el valor de C con su incertidumbre.

4. Pauta para el análisis de los resultados y para la elaboración del informe

A continuación encontrarán una pauta general para el informe de la práctica de circuitos RC que sigue el mismo formato que los informes anteriores del curso. Por lo tanto se busca que el énfasis esté en la parte del armado de la experiencia y la realización de las medidas, así como del análisis de resultados. Por lo tanto no se pedirá una sección específica de objetivos ni de fundamento teórico, sino una introducción donde se describa el objetivo de la experiencia, que leyes físicas, modelo físico e hipótesis están involucradas.

- **Formato general - 1 punto:** Incluye: organización, contenido general del reporte, redacción y ortografía. Las graficas deben estar correctamente presentadas, con pie de figura y citadas en el texto.
- **Introducción - 1 punto:** Se describen brevemente los objetivos. Deben explicarse únicamente los conceptos y ecuaciones más importantes que sean necesarias para el desarrollo de la práctica. Mencionar que hipótesis se realizan, rango de validez de las aproximaciones, etc.
- **Metodología 1.5 puntos** Bien explicada, con esquema del dispositivo (pueden colocar fotos si aporta información relevante) y consideraciones a tener en cuenta durante la práctica. Es importante relacionar con las hipótesis del modelo teórico, así como dar los detalles importantes relativos a como se deben armar el dispositivo y tomar las medidas para cumplir con estas hipótesis. Indicar claramente las magnitudes medidas y su correspondiente incertidumbre.
- **Análisis de datos A - Frecuencia de corte y parámetros asociados - 1.5 puntos** Se evaluará: Obtención correcta de la frecuencia de corte. Explicar que se cumple en esa condición y cómo la obtuvieron. Comparar con valores esperados teóricamente.
- **Análisis de Datos B - Medidas y obtención de respuesta en frecuencia - 2.5 puntos** Se espera que estén presentes: Gráficas de $|V_C|$, $|V_R|$ y desfase en función de la frecuencia . Identificar el valor teórico de la frecuencia de corte f_C en las gráficas. Presentar una gráfica donde se muestren superpuestos los datos experimentales de $|V_C|$ en función de la frecuencia, con barras de incertidumbre y la curva teórica para la misma magnitud. De igual forma, las gráficas de $|V_R|$ y del desfase ϕ_C entre el potencial del condensador y la fuente.
- **Análisis de datos C- Cálculo de capacitancia - 1.5 puntos** Cálculo de capacitancia a partir de los valores obtenidos de la respuesta en frecuencia, comparando con valor sugerido por el fabricante. Incertidumbres.
- **Conclusiones - 1 punto** Detalladas y explicadas, ligadas a los objetivos de la práctica y vinculando con el modelo y las hipótesis realizadas.
- Anexo con las tablas con los datos experimentales relevados, incluyendo sus incertidumbres y unidades.