TEMA 10: SISTEMAS DE COORDENADAS PLANAS

En esta instancia se abordara el tema de coordenadas planas, lo que conlleva un repaso de conceptos vistos previamente en el curso así como elementos de geometría analítica.

Como repaso se enumeran los siguientes conceptos:

PUNTO TOPOGRÁFICO

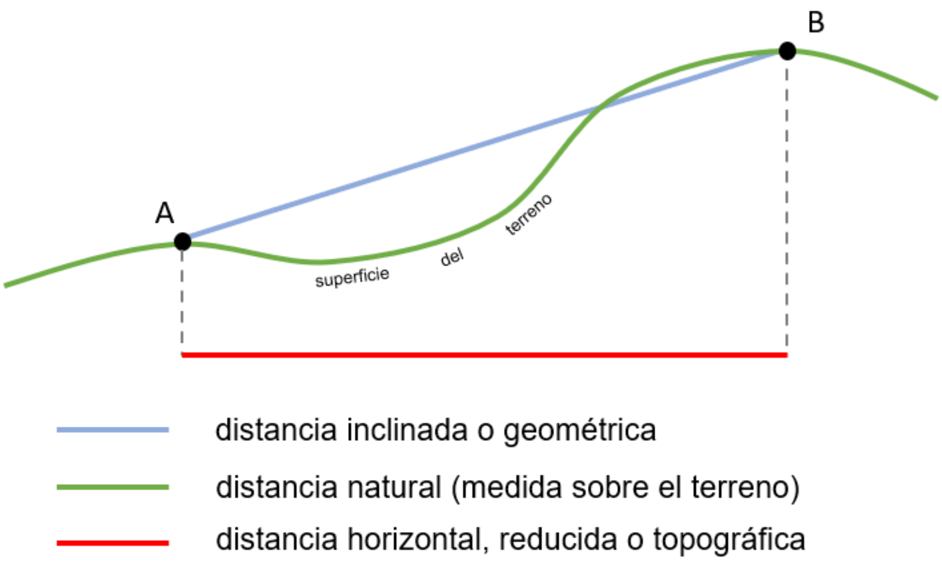
Es la proyección de un punto (ubicado sobre la superficie de la Tierra o no) sobre un plano horizontal.

SUPERFICIE TOPOGRÁFICA

Es la superficie física de la Tierra (considerando todos los accidentes del terreno), proyectada sobre un plano horizontal.

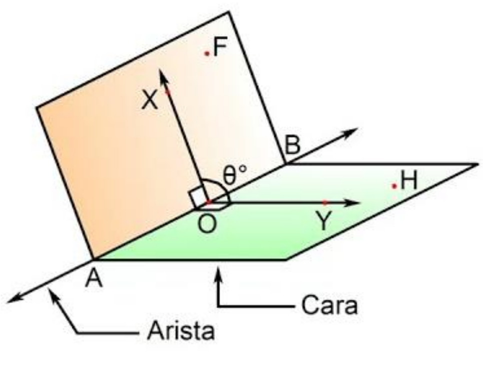
DISTANCIA TOPOGRAFICA

También llamada DISTANCIA HORIZONTAL o REDUCIDA, corresponde a la proyección sobre un plano horizontal del segmento de recta AB, o lo que es lo mismo, a la proyección horizontal del recorrido más corto entre los puntos A y B sobre el terreno.



RECTILINEO DEL DIEDRO

Dado un plano perpendicular a los dos semiplanos que definen el diedro, quedan definidas dos semirrectas que se intersectan en un punto O (coincidente con la intersección de la arista del diedro y el plano perpendicular definido). Dichas semirrectas representan los lados de un ángulo plano y el punto intersección, el vértice de dicho ángulo.

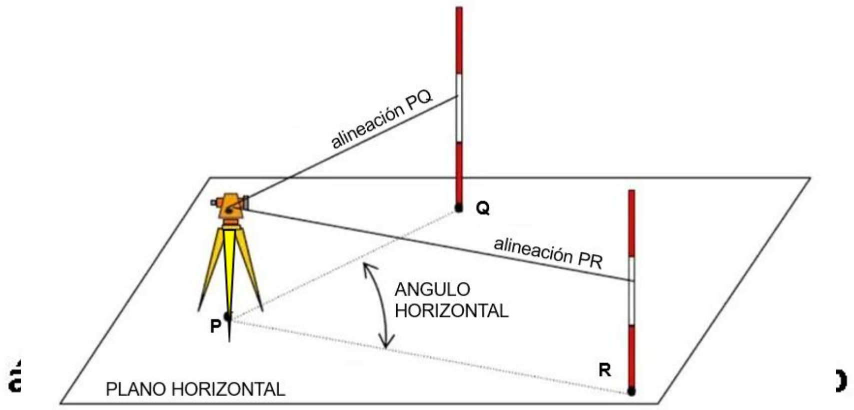


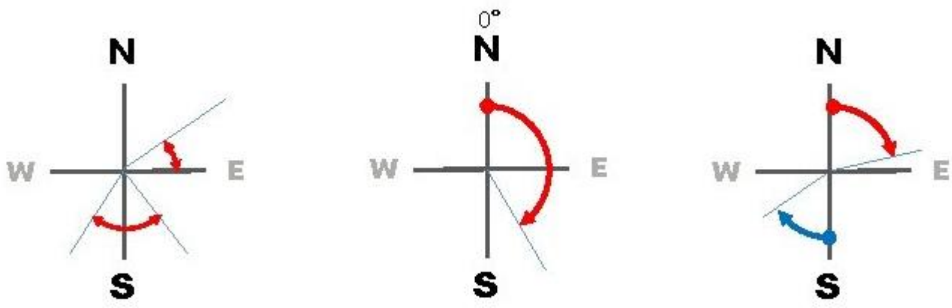
La medida de la magnitud angular entre ambas semirrectas corresponde al valor angular del rectilíneo del diedro.

ANGULO HORIZONTAL:

Es el ángulo diedro entre dos planos verticales que contienen dos direcciones espaciales.

En el dibujo, el ángulo horizontal se define entre las alineaciones PQ y PR.





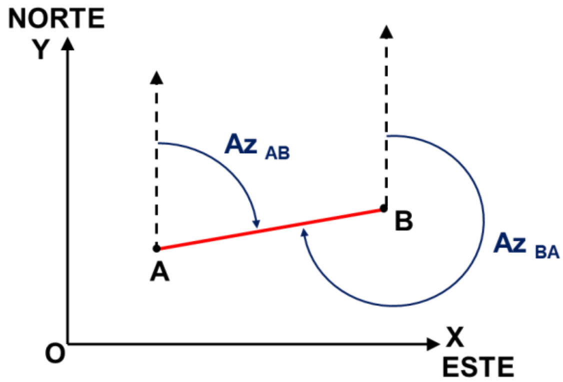
ACIMUT

Se define como el ángulo horizontal medido en sentido horario respecto de una alineación especifica.

En topografía, la alineación específica corresponde a la dirección Norte.

En la imagen, el acimut de la semirrecta AB (con origen en A) se expresa como AzAB y se define como el ángulo horario medido desde la dirección NORTE hasta dicha semirrecta.

El acimut de la semirrecta BA (con origen en B) se expresa como AzBA y se define como el ángulo horario medido desde la dirección NORTE hasta dicha semirrecta.



RUMBO

Se define como el ángulo agudo medido entre una alineación específica y la dirección Norte-Sur.

En la imagen se pueden identificar los rumbos de alineaciones en los diferentes cuadrantes

DIFERENCIA ENTRE ANGULO HORIZONTAL, ACIMUT Y RUMBO

Angulo horizontal: puede medirse a partir de cualquier dirección que se defina como origen.

Acimut: corresponde al ángulo horizontal medido desde la dirección Norte (0°).

Rumbo: dicho ángulo tiene como origen el Norte o el Sur y tiene un formato característico.

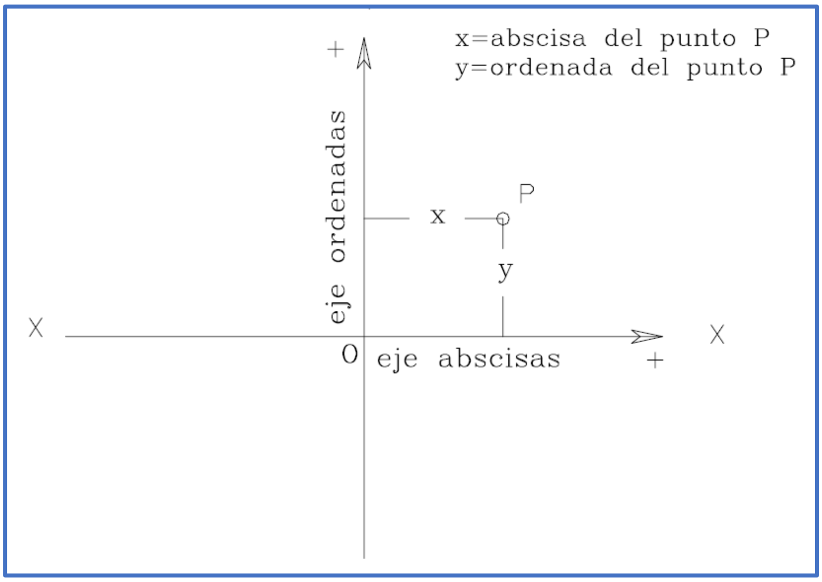
COORDENADAS CARTESIANAS RECTANGULARES

Un sistema de coordenadas rectangulares queda definido por dos rectas que se intersectan formando un ángulo recto, siendo:

ORIGEN DE COORDENADAS (0,0): intersección de ambas rectas

EJE DE LAS ABSISAS: corresponde a la recta OX

EJE DE LAS ORDENADAS: corresponde a la recta OY



El punto P de la figura queda perfectamente determinado mediante dos valores:

- Abscisa del punto P: distancia medida sobre el eje horizontal desde el origen de coordenadas hasta la proyección del punto P sobre el eje OX.
- Ordenada del punto P: distancia medida sobre el eje horizontal desde el origen de coordenadas hasta la proyección del punto P sobre el eje OY.

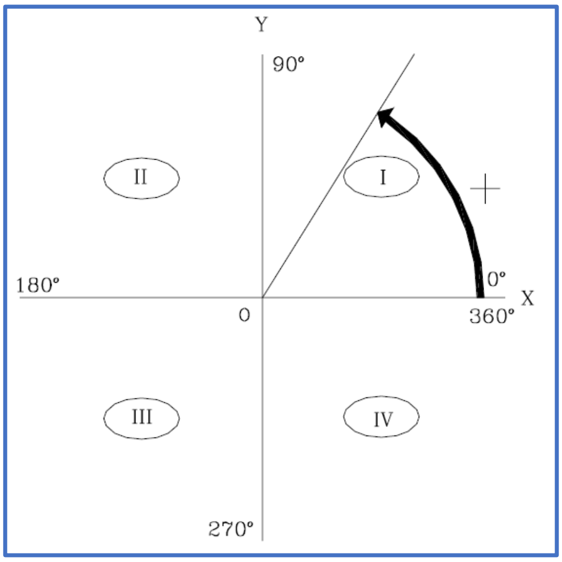
La nomenclatura utilizada para expresar la coordenada de un punto es: **P (X,Y)**

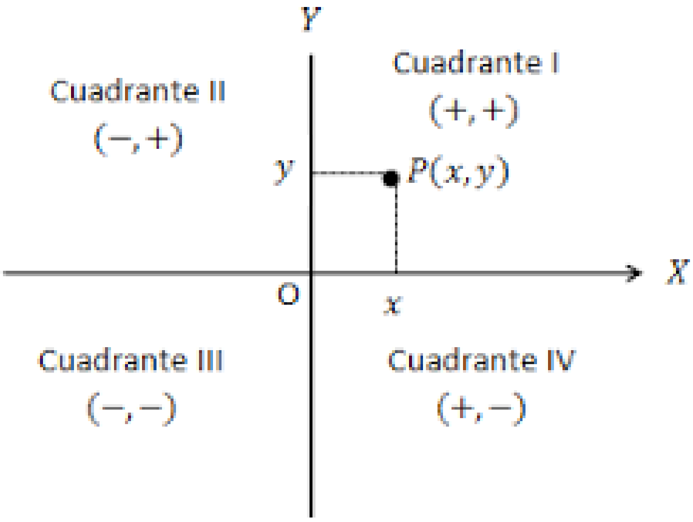
En TOPOGRAFIA, las coordenadas se denominan ESTE-NORTE coincidiendo el eje de las abscisas con la dirección ESTE-OESTE y el eje de las ordenadas con la dirección NORTE-SUR.

La nomenclatura utilizada para expresar la coordenada de un punto es: **P (E,N)**

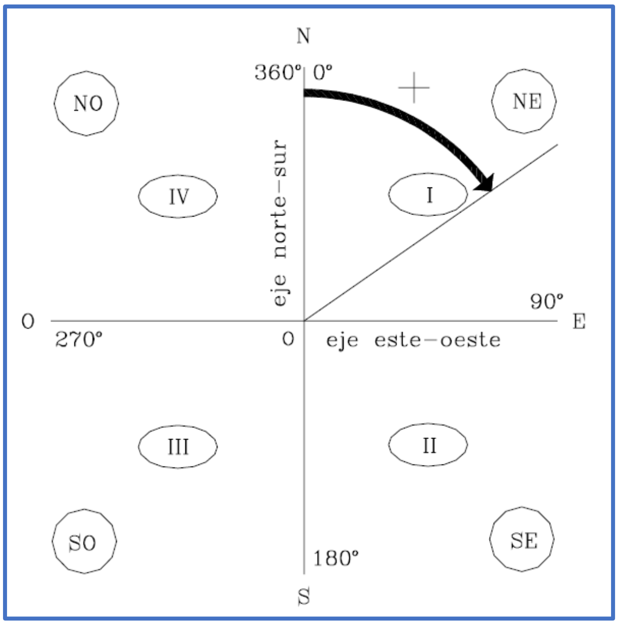
CUADRANTES Y SENTIDO DE ROTACION:

Los cuadrantes definidos en trigonometría plana o geometría analítica se representan en la figura adjunta, siendo el sentido de la rotación antihorario y el origen angular coincide con la dirección OX.



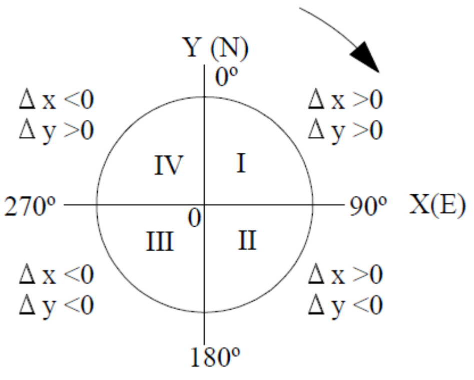


Para el caso de coordenadas cartesianas en el marco de la Topografía, el sentido positivo de la rotación es el sentido horario, el origen angular coincide con la dirección NORTE y los cuadrantes son los representados en la figura adjunta.

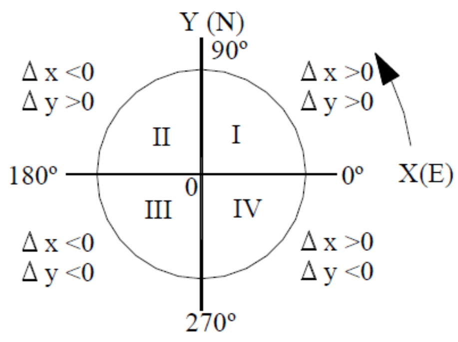


CUADRANTE	NOMBRE		SIGNOS
I	Norte – Este	NE	+ +
II	Sur - Este	SE	- +
III	Sur - Oeste	SO	- -
IV	Norte – Oeste	NO	+ -

CÍRCULO TOPOGRÁFICO



CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO



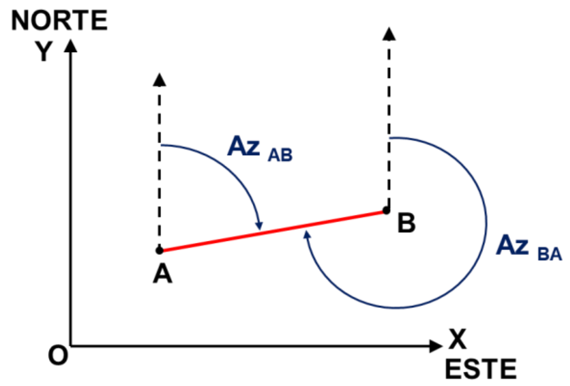
ACIMUT TOPOGRAFICO

- Nomenclatura: acimut de una dirección AB se expresa como A_Z (AB)

Como se vio anteriormente, el ACIMUT de una dirección representa el ángulo comprendido entre el eje OY o dirección NORTE, medido en sentido horario hasta la dirección referida.

- El acimut de una dirección varía entre 0° y 360°:

$$\boxed{0° \leq Az < 360°}$$



- El contra acimut corresponde al valor:

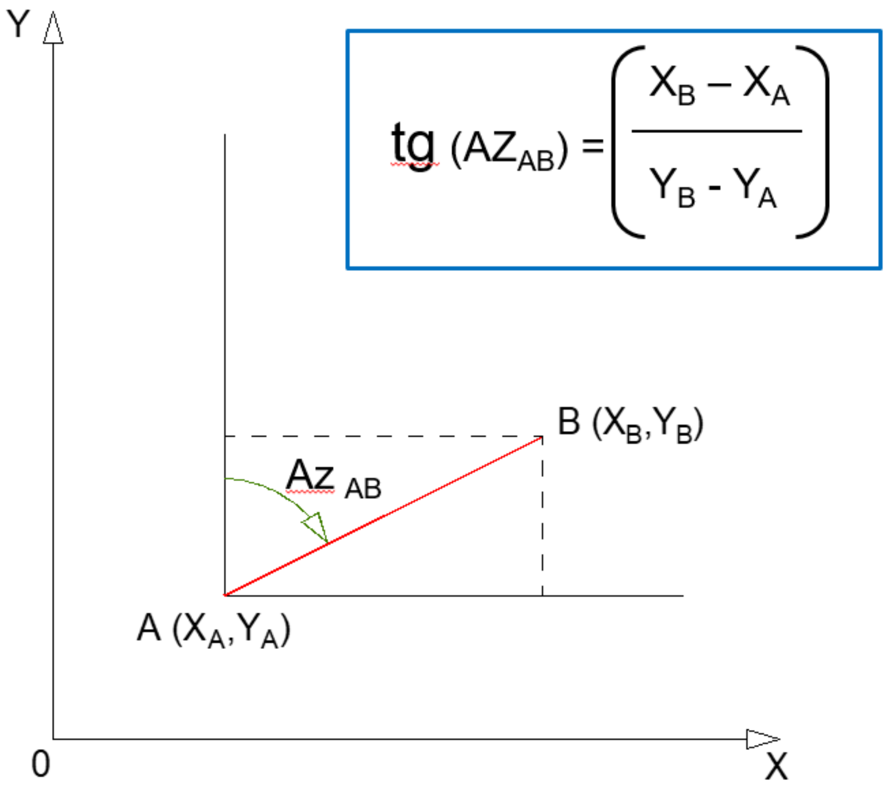
$$\boxed{Az + 180°}$$

AZ (AB) ≠ AZ (BA)

$$\boxed{AZ\ (AB) = 180° + AZ\ (BA)}$$

DISCUSION:

$$\operatorname{tg}(AZ_{AB}) = \left(\frac{X_B - X_A}{Y_B - Y_A}\right)$$



$\Delta y > 0 \longrightarrow Az = \operatorname{Arctg}\left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right) \left(+\ 360° \text{ si } \Delta x < 0\right)$

$\Delta y < 0 \longrightarrow Az = 180° + \operatorname{Arctg}\left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)$

$\Delta y = 0 \longrightarrow$ si $\Delta x > 0$ el Az vale 90°

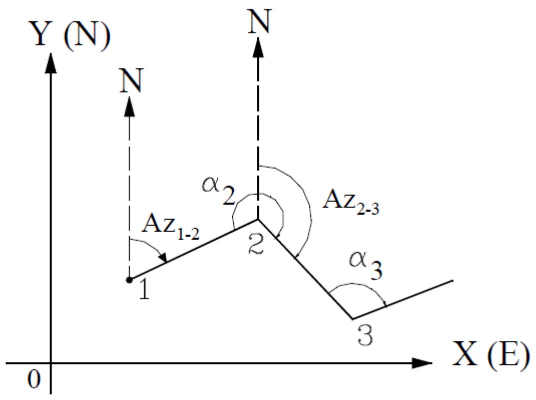
$ \longrightarrow$ si $\Delta x < 0$ el Az vale 270°

$\Delta x = 0 \longrightarrow$ el Az vale 0° o 180°

$$Az_{23} = Az_{12} + \alpha_2 \pm 180^\circ$$

GENERALIZANDO

$$\boxed{Az_{i \to i+1} = Az_{i-1 \to i} + \alpha_i \pm 180^\circ}$$

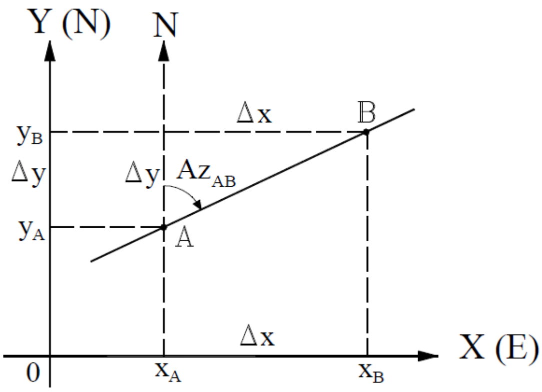


CALCULO DE COORDENADAS

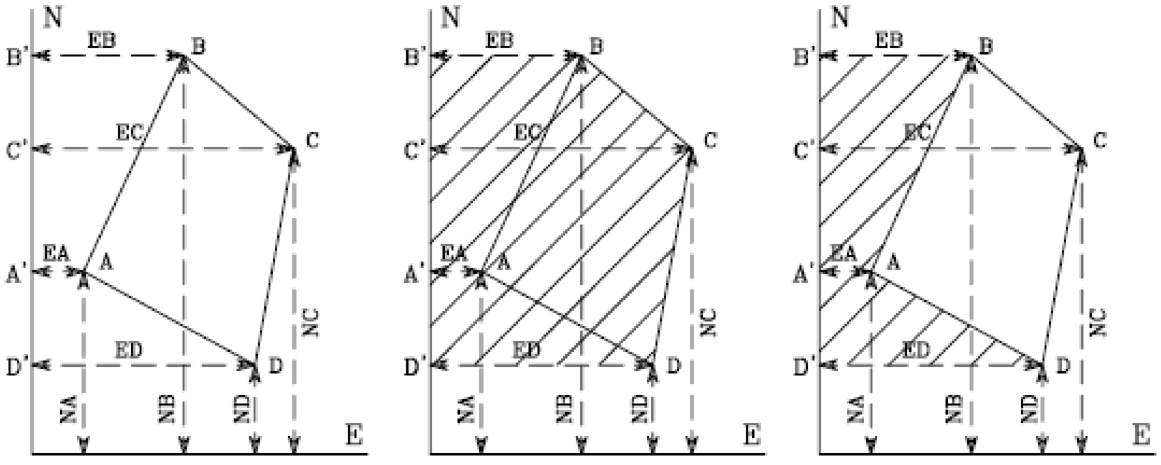
$$Az_{AB} = Arc\,\mathrm{tg}\left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)$$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x_{AB} = D_{AB} * \mathrm{sen}\, Az_{AB} \\ \Delta y_{AB} = D_{AB} * \cos Az_{AB} \end{array}\right\} \textbf{PROYECCIONES}$$

$$\begin{cases} x_B = x_A + \Delta x_{AB} = x_A + D_{AB} * \mathrm{sen}\, Az_{AB} \\ y_B = y_A + \Delta y_{AB} = y_A + D_{AB} * \cos Az_{AB} \end{cases}$$



CALCULO DEL AREA DE UN POLIGONO UTILIZANDO SUS COORDENADAS



a. b. AREA1 C. AREA2

$$Area_{ABCD} = Area_1 - Area_2$$

$$Area_1 = Area_{B'BCC'} + Area_{C'CDD'}$$

$$Area_{B'BCC'} = \frac{1}{2}(E_C + E_B) \times (N_B - N_C)$$

$$Area_{C'CDD'} = \frac{1}{2}(E_C + E_D) \times (N_C - N_D)$$

$$Area_1 = \frac{1}{2}[(E_B + E_C) \times (N_B - N_C) + (E_C + E_D) \times (N_C - N_D)]$$

$$Area_2 = Area_{B'BAA'} + Area_{A'ADD'}$$

$$Area_{B'BAA'} = \frac{1}{2}(E_B + E_A) \times (N_B - N_A)$$

$$Area_{A'ADD'} = \frac{1}{2}(E_A + E_D) \times (N_A - N_D)$$

$$Area_2 = \frac{1}{2}[(E_B + E_A) \times (N_B - N_A) + (E_A + E_D) \times (N_A - N_D)]$$

$$Area_{ABCD} = Area_1 - Area_2$$

$$Area_1 = \frac{1}{2}[(E_B + E_C) \times (N_B - N_C) + (E_C + E_D) \times (N_C - N_D)]$$

-

$$Area_2 = \frac{1}{2}[(E_B + E_A) \times (N_B - N_A) + (E_A + E_D) \times (N_A - N_D)]$$

$$Area_{\square} = \frac{1}{2}[[(E_B + E_C) \times (N_B - N_C) + (E_C + E_D) \times (N_C - N_D)] - ((E_B + E_A) \times (N_B - N_A) + (E_A + E_D) \times (N_A - N_D))]$$

$$Area_{\square} = \frac{1}{2}[N_A(E_B - E_D) + N_B(E_C - E_A) + N_C(E_D - E_B) + N_D(E_A - E_C)]$$

$$\boxed{\text{area} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{i=n} N_i(E_{i+1} - E_{i-1})}$$

BIBLIOGRAFÍA

- Tratado de topografía, Teoría de errores e instrumentación – Manuel Chueca Pazos, José Herráez Boquera, José Luis Berné Valero – Paraninfo, ISBN 84-283-2308-9.
- Topografía – Paul R. Wolf, Charles D. Ghilani – Alfaomega, Marcombo, 14ª edición, 2018.
- Topografía Plana – Universidad de los Andes, Facultad de Ingeniería, Departamento de Vías – Leonardo Casanova Matera – Mérida 2002.