

## TEMA 13: FRACCIONAMIENTO - SUBDIVISIONES

### INTRODUCCIÓN

A menudo se dan situaciones en las cuales es necesario dividir predios. Esta división dependerá en materia legal, en los parámetros urbanísticos que sean aceptados como mínimos para la zona donde se encuentre emplazado el inmueble. Dichos parámetros pueden ser del estilo de frente mínimo, área mínima, entre otros. A su vez, muchas veces se da la situación de requerimientos por parte de los propietarios del inmueble, de la división en materia de valor de mercado del inmueble, valor que también dependerá de parámetros como el frente y el área.

Es por esta razón que a continuación se ilustrarán distintos escenarios de requerimientos para fraccionar un predio.

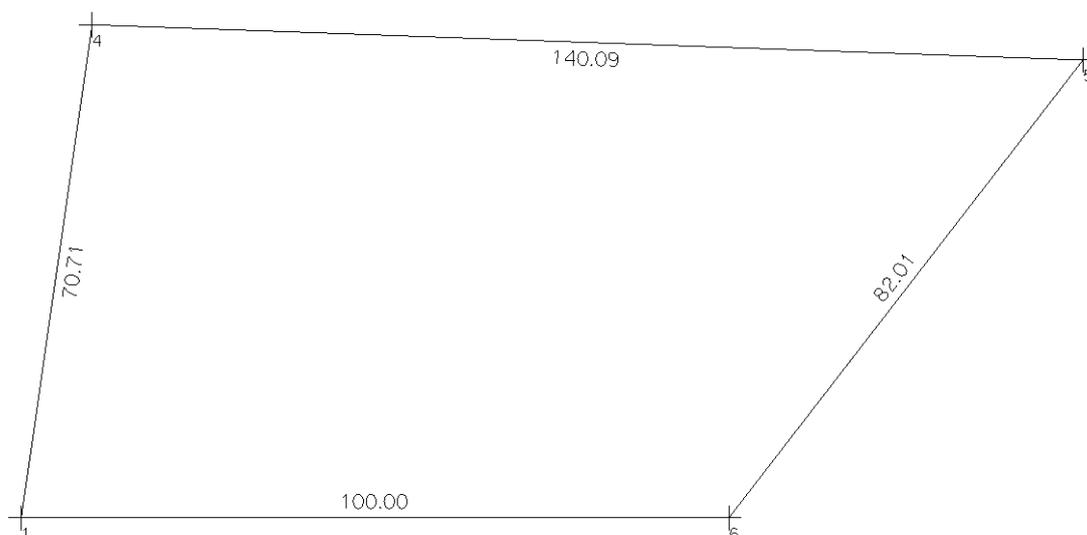
- Predios resultantes con igual frente e igual área.
- Predios resultantes con igual frente, y cuya divisoria es perpendicular al frente.
- Predios resultantes con igual área, y cuya divisoria es perpendicular al frente.

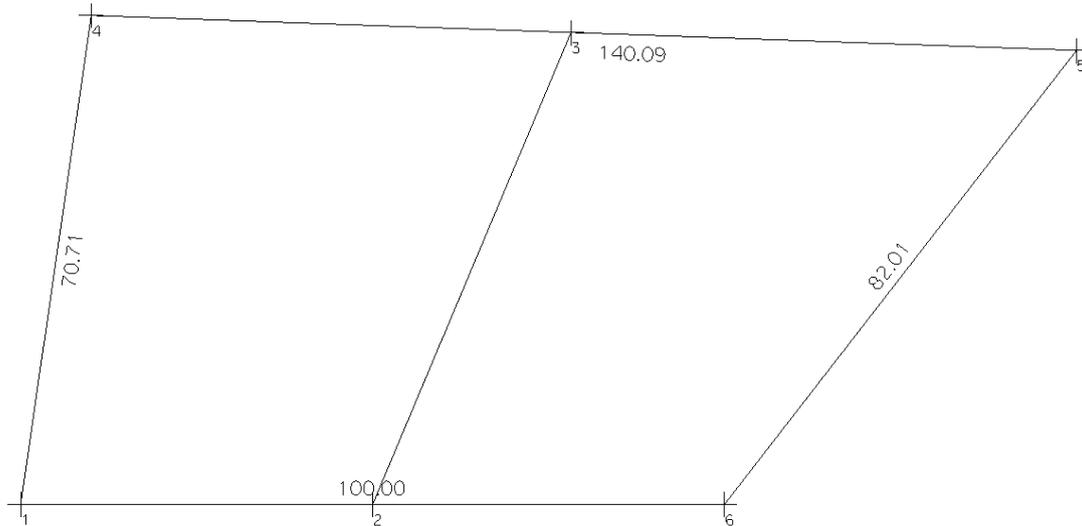
Hoy en día con la herramienta de dibujo asistido por computadora (CAD) se pueden realizar este tipo de trabajos de manera rudimentaria. Lo que se presenta a continuación son desarrollos analíticos para resolver dichos problemas de manera exacta. Los desarrollos fueron realizados por el docente del curso, no siendo la única solución posible para la resolución del problema. Se busca que el estudiante pueda entender como resolver posibles problemáticas que se le enfrenten en la práctica profesional, desde un punto de vista técnico.

### DIVISIÓN DE UN PREDIO EN 2, CON IGUAL ÁREA E IGUAL FRENTE

Dado un polígono irregular con 4 vértices, se quiere dividir de tal manera que las áreas de las fracciones resultantes sean iguales, al igual que la longitud de su frente.

Las coordenadas de los vértices se obtienen aplicando los métodos topográficos necesarios, mientras que los vértices de la recta divisoria se obtiene mediante cálculos matemáticos.





Las coordenadas del punto 2, se obtienen de manera sencilla, de acuerdo a la expresión siguiente, considerando que  $d$  deberá ser la mitad de su frente:

$$x_2 = x_1 + d \cdot \sin(Az_{16})$$

$$y_2 = y_1 + d \cdot \cos(Az_{16})$$

Las coordenadas del punto 3, se obtendrán a partir de la condición de que los predios resultantes deberán tener igual área, entonces:

$$A = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \cdot (x_1 \cdot y_2 + x_2 \cdot y_3 + x_3 \cdot y_4 + x_4 \cdot y_1 - y_1 \cdot x_2 - y_2 \cdot x_3 - y_3 \cdot x_4 - y_4 \cdot x_1) \quad (1)$$

$$2A = x_1(y_2 - y_4) + y_1(x_4 - x_2) + y_3(x_2 - x_4) + x_3(y_4 - y_2)$$

Reordenando la notación de la expresión anterior:

$$2A + C = \alpha x_3 + \beta y_3 \quad (1)$$

$$y_3 = \frac{y_5 - y_4}{x_5 - x_4} \cdot (x_3 - x_4) + y_4 \rightarrow y_3 = \gamma x_3 - \gamma x_4 + y_4 \quad (2)$$

$$2A + C = \alpha x_3 + \beta(\gamma x_3 - \gamma x_4 + y_4)$$

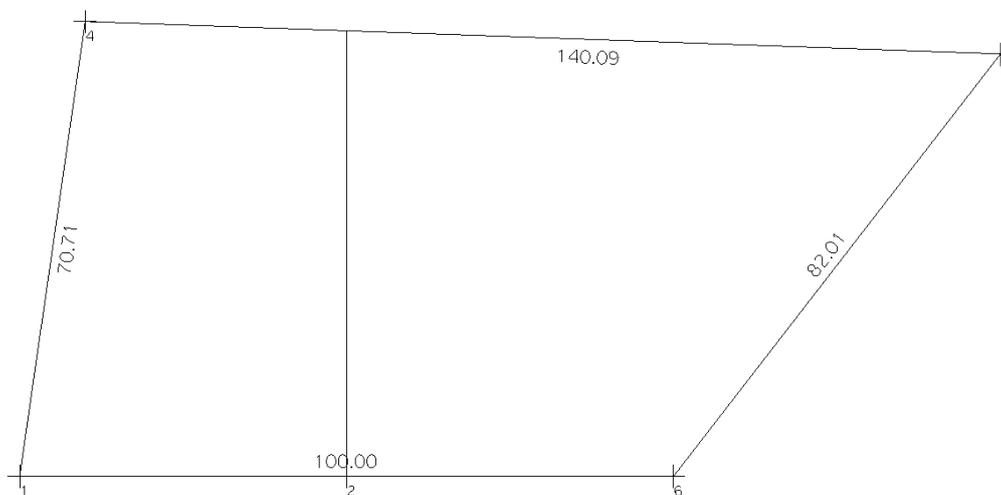
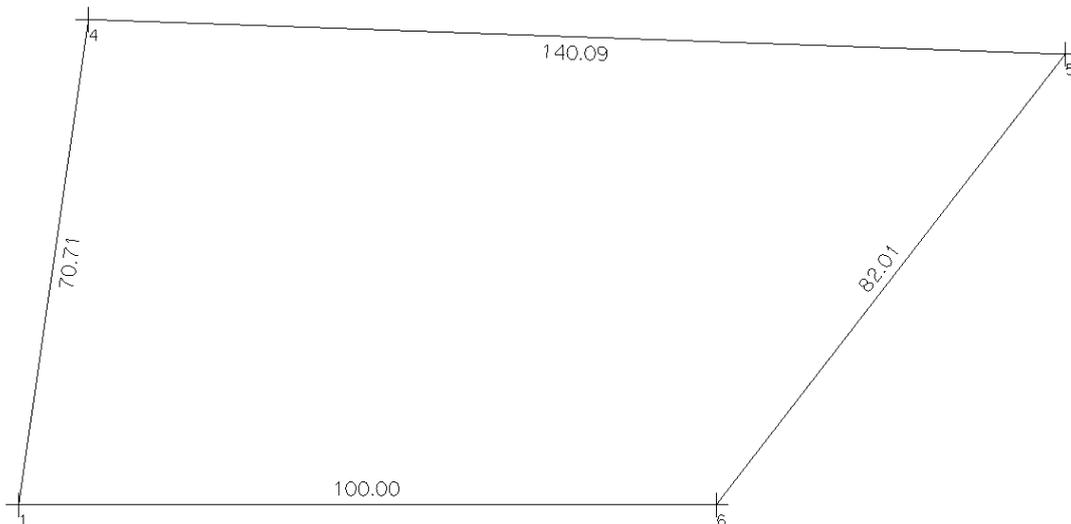
$$2A + C = x_3(\alpha + \beta\gamma) + \beta(y_4 - \gamma x_4)$$

$$\frac{2A + C - \beta(y_4 - \gamma x_4)}{\alpha + \beta\gamma} = x_3 \quad (3)$$

## DIVISIÓN DE UN PREDIO EN 2, CON IGUAL FRENTE, Y SU DIVISORIA ES PERPENDICULAR AL FRENTE

Dado un polígono irregular con 4 vértices, se quiere dividir en 2 predios de tal manera que la longitud de su frente sea el mismo, y la recta divisoria sea perpendicular al frente.

Las coordenadas de los vértices se obtienen aplicando los métodos topográficos necesarios, mientras que los vértices de la recta divisoria se obtiene mediante cálculos matemáticos.



Las coordenadas del punto 2, se obtienen de manera sencilla, de acuerdo a la expresión siguiente, considerando que  $d$  deberá ser la mitad de su frente:

$$x_2 = x_1 + d \cdot \sin(Az_{16})$$

(1)

$$y_2 = y_1 + d \cdot \cos(Az_{16})$$

Las coordenadas del punto 3, se obtendrán a partir de la condición de que la recta que contiene a los puntos 2 y 3, debe de ser perpendicular a la recta que contiene a los puntos 1 y 6  $\overline{1-6 \perp 2-3}$ :

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{y_6 - y_1}{x_6 - x_1} \cdot (x - x_1) + y_1 \\ y &= \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} \cdot (x - x_2) + y_2 \end{aligned} \right\} \text{Rectas perpendiculares}$$

$$\rightarrow m_{16} = -\frac{1}{m_{23}} \rightarrow \frac{y_6 - y_1}{x_6 - x_1} = \frac{x_2 - x_3}{y_3 - y_2} \rightarrow \alpha y_2 - \alpha y_3 + x_2 = x_3 \quad (2)$$

Para simplificar notación:  $\frac{y_6 - y_1}{x_6 - x_1} = \alpha$  y  $\frac{y_5 - y_4}{x_5 - x_4} = \beta$

$$y_3 = \frac{y_5 - y_4}{x_5 - x_4} (x_3 - x_4) + y_4 \rightarrow y_3 = \beta(\alpha y_2 - \alpha y_3 + x_2) - \beta x_4 + y_4$$

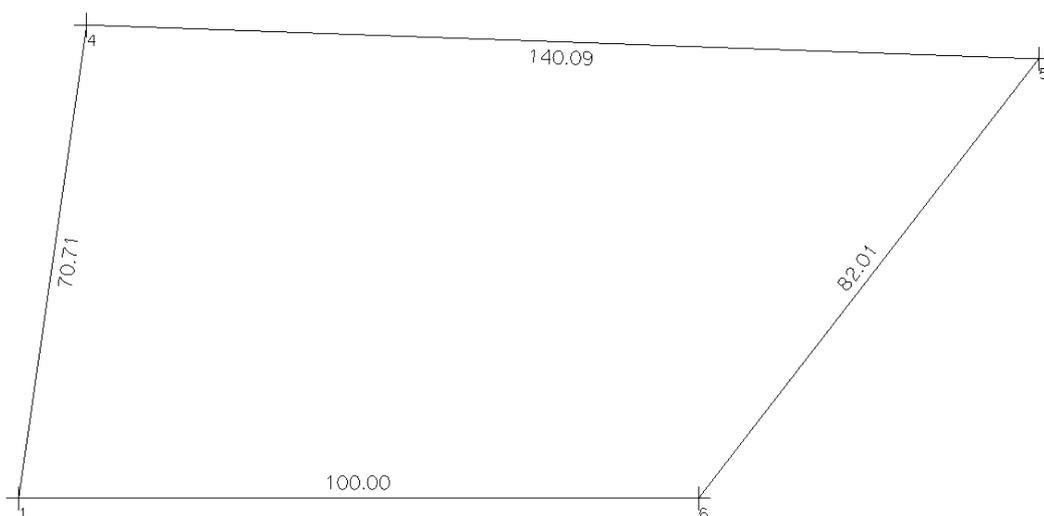
$$y_3(1 + \beta\alpha) = \beta(\alpha y_2 + x_2 - x_4) + y_4$$

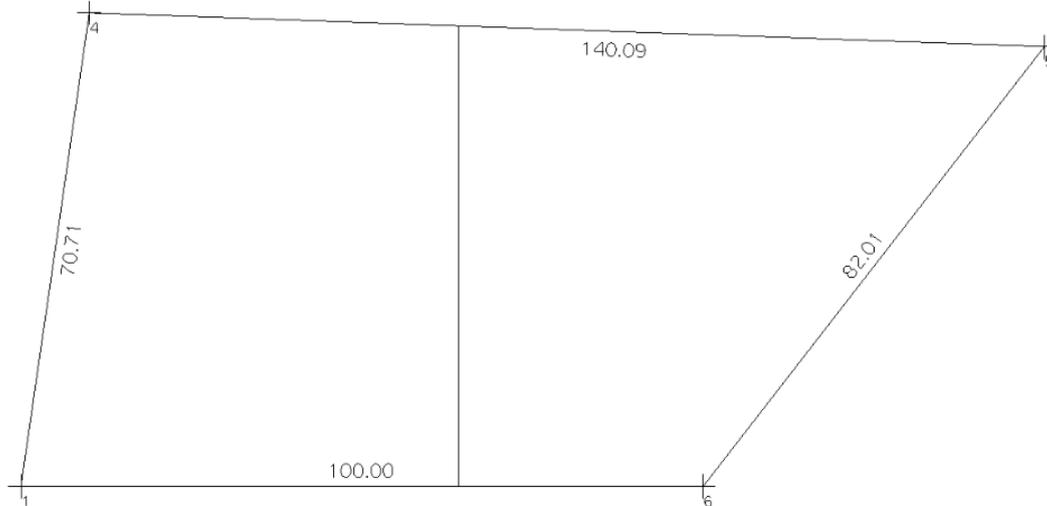
$$y_3 = \frac{\beta(\alpha y_2 + x_2 - x_4) + y_4}{1 + \beta\alpha} \quad (3)$$

### DIVISIÓN DE UN PREDIO EN 2, CON IGUAL ÁREA, Y SU DIVISORIA ES PERPENDICULAR AL FRENTE

Dado un polígono irregular con 4 vértices, se quiere dividir en 2 predios de tal manera que tengan la misma área, y la recta divisoria sea perpendicular al frente.

Las coordenadas de los vértices se obtienen aplicando los métodos topográficos necesarios, mientras que los vértices de la recta divisoria se obtiene mediante cálculos matemáticos.





Primero, se establece una relación entre el frente (recta 1-6) y la divisoria (recta 2-3), sabiendo que deben de ser perpendiculares:

$$\boxed{1-6 \perp 2-3}:$$

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{y_6 - y_1}{x_6 - x_1} \cdot (x - x_1) + y_1 \\ y &= \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} \cdot (x - x_2) + y_2 \\ y &= \frac{y_5 - y_4}{x_5 - x_4} \cdot (x - x_4) + y_4 \end{aligned} \right\} \frac{y_6 - y_1}{x_6 - x_1} = \frac{x_2 - x_3}{y_3 - y_2}$$

Sabiendo que el área de uno de los predio (1,2,3,4) debe de ser la mitad de el predio original, se conoce su área:

$$A = \frac{1}{2} \cdot (x_1 \cdot y_2 + x_2 \cdot y_3 + x_3 \cdot y_4 + x_4 \cdot y_1 - y_1 \cdot x_2 - y_2 \cdot x_3 - y_3 \cdot x_4 - y_4 \cdot x_1)$$

Por otro lado, se sabe que el punto 2, debe de pertenecer a la recta 1-6 y que el punto 3, debe de pertenecer a la recta 5-4:

$$y_2 = \frac{y_6 - y_1}{x_6 - x_1} \cdot (x_2 - x_1) + y_1 \rightarrow y_2 = \alpha_1 \cdot x_2 + y_1 - \alpha_1 \cdot x_1$$

$$y_3 = \frac{y_5 - y_4}{x_5 - x_4} \cdot (x_3 - x_4) + y_4 \rightarrow y_3 = \alpha_2 \cdot x_3 + y_4 - \alpha_2 \cdot x_4$$

Y, teniendo en cuenta la relación de perpendicularidad:

$$\frac{y_6 - y_1}{x_6 - x_1} = \frac{x_2 - x_3}{y_3 - y_2} \rightarrow \alpha_1 = \frac{x_2 - x_3}{\alpha_2 \cdot x_3 + y_4 - \alpha_2 \cdot x_4 - (\alpha_1 \cdot x_2 + y_1 - \alpha_1 \cdot x_1)}$$

$$\rightarrow \alpha_1 \cdot \alpha_2 x_3 + \alpha_1 y_4 - \alpha_1 \alpha_2 x_4 - \alpha_1^2 x_2 - \alpha_1 y_1 + \alpha_1^2 x_1 = x_2 - x_3$$

$$x_2 = \frac{x_3 \cdot (1 + \alpha_1 \alpha_2) + \alpha_1 y_4 - \alpha_1 \alpha_2 x_4 + \alpha_1^2 x_1}{1 + \alpha_1^2}$$

$$y_2 = \alpha_1 \cdot \left[ \frac{x_3 \cdot (1 + \alpha_1 \alpha_2) + \alpha_1 y_4 - \alpha_1 \alpha_2 x_4 + \alpha_1^2 x_1}{1 + \alpha_1^2} \right] + y_1 - \alpha_1 \cdot x_1$$

$$x_2 = k_1 \cdot x_3 + k_2$$

$$y_2 = k_3 x_3 + k_4$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot (x_1 \cdot y_2 + x_2 \cdot y_3 + x_3 \cdot y_4 + x_4 \cdot y_1 - y_1 \cdot x_2 - y_2 \cdot x_3 - y_3 \cdot x_4 - y_4 \cdot x_1)$$

$$2A = x_1 \cdot [k_3 x_3 + k_4] + y_3 [k_1 \cdot x_3 + k_2] + x_3 \cdot y_4 + x_4 \cdot y_1 - y_1 \cdot [k_1 \cdot x_3 + k_2] - x_3 [k_3 x_3 + k_4] - y_3 \cdot x_4 - y_4 \cdot x_1$$

$$0 = (\alpha_2 k_1 - k_3) x_3^2 + (y_4 (k_1 + 1) - x_4 \alpha_2 (1 + k_1) + x_1 k_3 + \alpha_2 k_2 - y_1 k_1 - k_4) x_3 + y_4 (k_2 - x_4 - x_1) + y_1 (x_4 - k_2) + x_1 k_4 - \alpha_2 x_4 k_2 + \alpha_2 x_4^2 - 2A$$

## BIBLIOGRAFÍA

- Resoluciones del docente Martin Wainstein. Curso de Topografía 1 – Año 2021.

