G es un arbol es conexo y acicliico (no tien ciclos)

Decimos que $v \in V$ es una hoja si sale una sola arista de v

G es arbol $\Rightarrow |E| = |V| - 1$

EJ1 $|E_1| = 17$ $\quad |V_2| = 2|V_1|$, $\quad |V_1| = |E_1| + 1 = 18$ $\Big\}$ $|V_2| = 36 \rightarrow |E_2| = |V_2| - 1 = 35$

EJ2 7 arboles, $|E| = 40$ $\Big\}$ $|E_1| = |V_1| - 1$, $|E_2| = |V_2| - 1$, $\vdots$, $|E_7| = |V_7| - 1$

$|E| = |V| - 7$

$|V| = |E| + 7 = 47$

$|E| = |V| - K$

cantidad de componentes conexas = arboles

$|V| = 62$, $|E| = 51$ $\quad |E| = |V| - K \Rightarrow K = |V| - |E| = 11$ arboles

EJ3 $gr(v)$ = cantidad de vertices adyacentes $\quad P_n$

hojas = vertices con grado 1 $\Rightarrow$

el camino es el grafo que contiene dos hojas

Grafos isomorfos

G_1 y G_2 son isomorfos si son el mismo grafo dibujado de manera diferente y cambiandole el nombre a los vertices

$\Rightarrow G_2$ y G_1 son isomorfos entonces ambos tienen las mismas propiedades

Formalmente G_1 y G_2 son isomorfos si existe $\varphi: V_1 \rightarrow V_2$ tal que

* φ biyectiva
* $v, v' \in V'$ son adyacentes en $G_1 \Leftrightarrow \varphi(v), \varphi(v')$ son adyacentes en G_2

el grafo complemento es el formado por las aristas que le faltan para ser un grafo completo

EJ8 dos grafos son isomorfos $\Leftrightarrow$ sus grafos complemento lo son

($\Rightarrow$) G_1 y $G_2 \Rightarrow \exists\, \varphi: V_1 \rightarrow V_2$ tq * φ biyectiva

* $v, v' \in V_1$ son adyacentes en $G_1 \Leftrightarrow \varphi(v)\, \varphi(v')$ son adyacentes en G_2

Veamos que $\varphi: V_1 \rightarrow V_2$ es un isomorfismo en $\overline{G_1}$ y $\overline{G_2}$

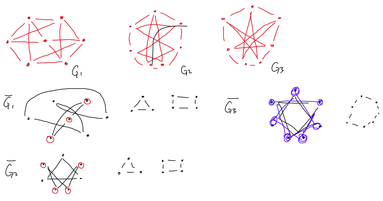
* $v, v' \in V_1$ son adyacentes en $\overline{G_1} \Leftrightarrow v, v'$ no son adyacentes en G_1

$\Downarrow$

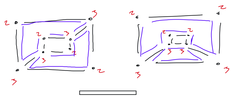
$\varphi(v), \varphi(v')$ son adyacentes en $\overline{G_2} \Leftrightarrow \varphi(v), \varphi(v')$ no son adyacentes en G_2

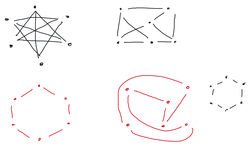
($\Leftarrow$) $\overline{G_1}$ y $\overline{G_2}$ son isomorfos $\Rightarrow \overline{\overline{G_1}}$ y $\overline{\overline{G_2}}$ son isomorfos

$\Rightarrow G_1$ y G_2 son isomorfos



EJ9





Grado

$$\sum_{v \in V} gr(v) = 2|E|$$

G es 3-regular: todos los vertices tienen grado 3

orden: cant. de vertices

EJ11 $|V| = n$, $|E| = 9$ $\quad gr(v) = 3 \;\forall v \in V$

$$2|E| = \underset{gr(v_1)}{3} + \underset{gr(v_2)}{3} + \dots + \underset{gr(v_n)}{3} = 3n \Rightarrow 18 = 3n \Rightarrow \boxed{n = 6}$$

$|E| = 10$ $\quad |V| = n$

dos vertices de gr 4 y el resto de gr 3

$$2|E| = \underbrace{4 + 4}_{\text{dos vertices de gr 4}} + \underbrace{3 + \dots + 3}_{\text{n-2 vertices de gr 3}} = 8 + 3(n-2)$$

$$20 = 8 + 3(n-2) \Rightarrow n = \frac{12}{3} + 2 = \boxed{6 = n}$$

EJ14 ¿Cuantas hojas tiene un arbol con 4 vertices de gr 2, 1 vertice de gr 3, 2 de gr 4 y 1 de gr 5?

vertices de grado 2 $= K$ $\quad |E| = |V| - 1$

$$|E| = K + 4 + 1 + 2 + 1 - 1 = 7 + K = |E|$$

$$2|E| = 5.1 + 2.4 + 1.3 + 4.2 + K.1 = 24 + K \Rightarrow |E| = \frac{24 + K}{2}$$

$$7 + K = \frac{24 + K}{2} \Rightarrow 14 + 2K = 24 + K \Rightarrow \boxed{K = 10}$$

Recorrido euleriano: no repite aristas; pasa por todas las aristas

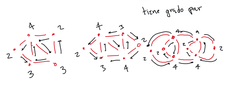
Circuito euleriano: no repite aristas (longitud); pasa por todas las aristas; y termina en el mismo vertice

Teo. G conexo

G tiene un circuito euleriano $\Leftrightarrow$ todos los vertices tienen grado par

G tiene un recorrido euleriano $\Leftrightarrow$ hay dos vertices de grado impar (donde empieza y termina) el resto tiene grado par

EJ18

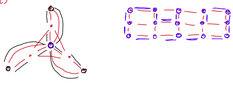


Camino hamiltoniano: no repite vertices; pasa por todos los vertices

Ciclo hamiltoniano: no repite vertices (a no ser el de inicio); pasa por todos los vertices

herramienta

grafo con un ciclo hamiltoniano $\Rightarrow$

el ciclo hamiltoniano pasa por exactamente dos aristas de cada vertice

EJ13