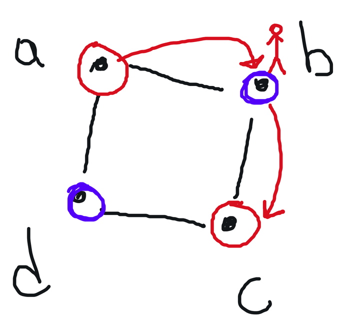
EJ4 ¿Cuantos caminos de largo n hay entre dos vertices opuestos de C_4?

n a - - - c
n-1

abc
$n=4$



$n=2 \Rightarrow 2$ camino
$n=3$ no hay caminos

$\begin{cases} n \text{ impar } \nexists \text{ camino} \\ n \text{ par tengo } 2^{n-1} \text{ camino } a \to c \end{cases}$

a - - - c
2 pos.

por la regla del producto 2^3 $\Rightarrow 2^{n-1}.2$ caminos
sentido a los caminos

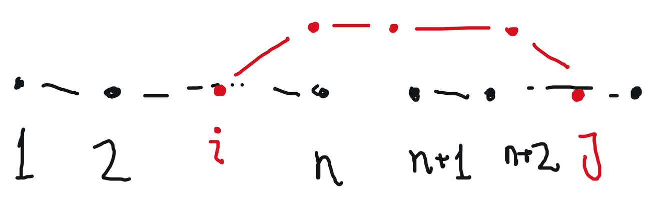
EJ6 Pruebe que dos caminos simples de la mayor longitud posible, en un grafo conexo, poseen un vertice en comun

Supongo c1 y c2 camino de largo maximo sin vertices en comun

G conexo y $V=\{1,2,\dots,n,n+1,\dots,m\}$

c1: 12...n
c2: (n+1)...m

como G es conexo existe c3 desde $i \in c1$ hasta $j \in c2 \Rightarrow \exists$ un camino mas largo que c1 y c2

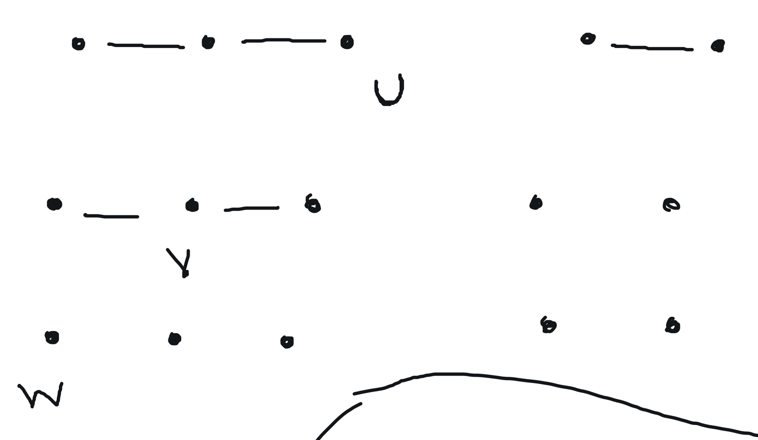


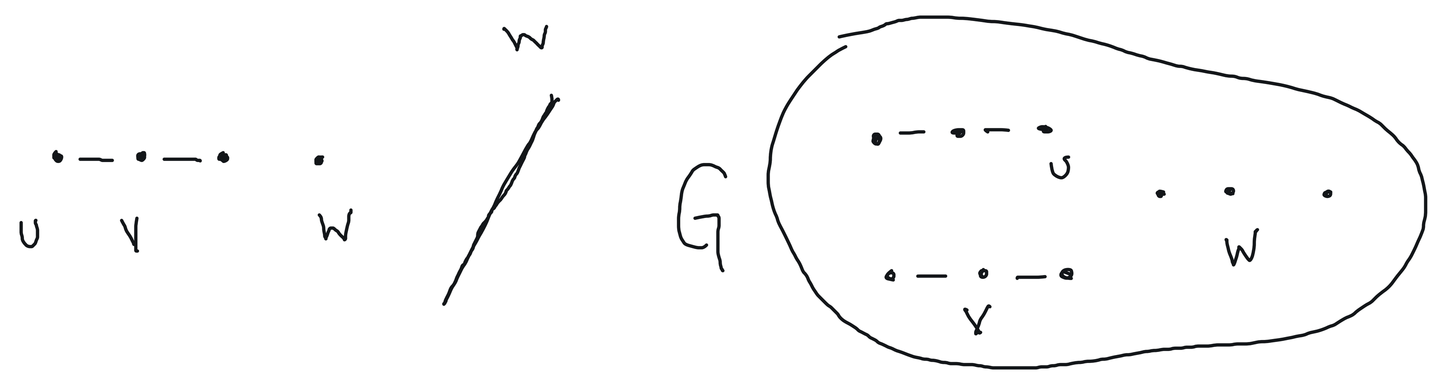
Abs. $\Rightarrow$ si tengo dos caminos de largo maximo $\Rightarrow$ tienen un vertice en comun

EJ8 Encontrar un grafo G que tenga tres vertices u, v y w tales que

K(G) cantidad de componentes conexas del grafo G

$K(G-u)=K(G)$
$K(G-v)>K(G)$
$K(G-w)<K(G)$

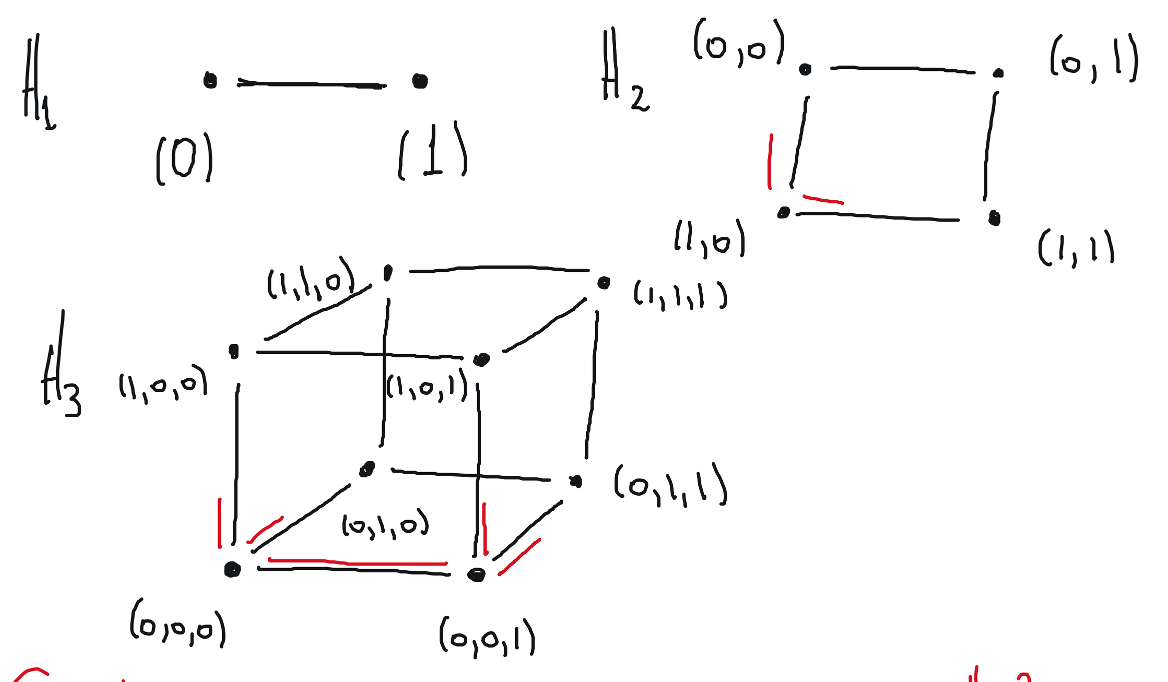




EJ11

El hipercubo H_n de dimension n, es el grafo cuyos vertices son las n-uplas de ceros y unos, tales que dos n-uplas son adyacentes si coinciden en todas sus coordenadas salvo exactamente una

a) Halle los conjuntos de vertices para H_1, H_2 y H_3 y dibuje dichos grafos



b) ¿Cuantos vertices y aristas tiene H_n?

$\left(\underset{1}{1/0}, \underset{2}{1/0}, \dots, \underset{n}{-}\right)$ por la regla del producto 2^n vertices

- en H_n un vertice tiene n aristas
- si paso por todos los vertices cuento el doble de aristas

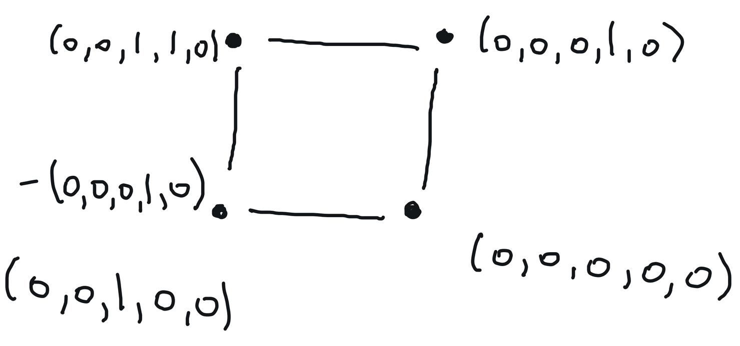
$\dfrac{n 2^n}{2} = n 2^{n-1}$ aristas de H_n

aristas por vertice; vertices

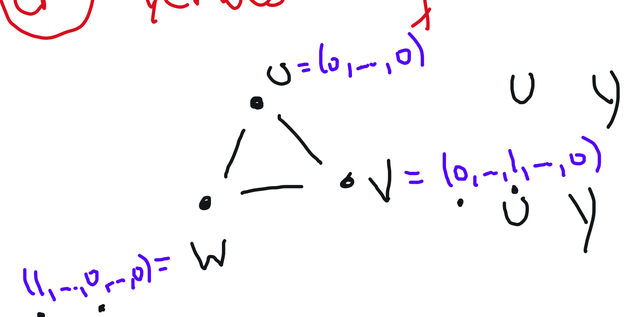
c) Hallar dos caminos simples en H_5 de (0,0,1,1,0) a (0,0,0,1,0)

(0,0,1,1,0) — (0,0,0,1,0)

(0,0,1,1,0) - (0,0,1,0,0) - (0,0,0,0,0) - (0,0,0,1,0)



d) Demuestre que H_n no tiene 3-ciclos



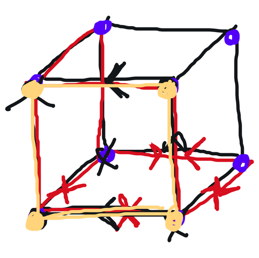
u y v son adyacentes ⇒ difieren en i-esima coordenada
u y w son adyacentes ⇒ difieren en j-esima coordenada

⇒ v y w difieren en dos coordenadas (i, j)

⇒ v y w no son adyacentes Abs.

⇒ No van a existir 3-ciclos en H_n

e) ¿Cuantos 4-ciclos tiene H_n?



6 caras en el cubo (8 ciclos por cara)
48 ciclos $(2^3 . 3 . 2 = 48)$

$(2^n$ vertices$)$ $V_1 \to n$ posibilidades $\to n-1$ posibilidades $\to V_4 \to V_1$

$n(n-1)$ ciclos por vertice $\boxed{2^n . n(n-1)}$ ciclos en H_n