EJ8 ⓐ $A=\mathbb{Z}$ y aRb si $a^2=b^2$

① Reflexiva $a \in A$

$a^2=a^2 \Rightarrow aRa$

② Simetrica $a,b \in A \,/\, aRb$

$aRb \Rightarrow a^2=b^2 \Rightarrow b^2=a^2 \Rightarrow bRa$

③ Transitiva $a,b,c \in A \,/\, aRb,\, bRc$

$\left.\begin{array}{l} aRb \Rightarrow a^2=b^2 \\ bRc \Rightarrow b^2=c^2 \end{array}\right\} a^2=b^2=c^2 \Rightarrow aRc$

$0^2=x^2$

$1^2=x^2$

$\rightarrow x=\pm\sqrt{1^2}$

$[0]=\{0\}$ $\quad [2]=\{2,-2\}$

$[1]=\{1,-1\}$ $\quad \vdots$

$\mathbb{Z}/R=\{[0],[1],[2],\dots\}$

ⓑ $A=\mathbb{Z}$ y aRb si $a-b$ es un numero par

① Reflexiva $a\in A$

$a-a=0=2.0$ es par $\Rightarrow aRa$

② Simetrica $a,b\in A \,/\, aRb$

$aRb \Rightarrow a-b=2n \Rightarrow b-a=-2n=2(-n) \Rightarrow bRa$

③ Transitiva $a,b,c \in A \,/\, aRb,\, bRc$

$aRb \Rightarrow a-b=2n_1$

$bRc \Rightarrow b-c=2n_2 \quad +$

$a-c=2n_1+2n_2=2(n_1+n_2) \Rightarrow aRc$

$[0]=\{0,2,4,6,\dots,-2,-4,\dots\}=[-4]$

$[1]=\{1,3,5,\dots,-1,-3,\dots\}=[127]$

$\mathbb{Z}/R=\{[0],[1]\}$

EJ4 R y S conjunto $A=\{a_1,a_2,\dots,a_n\}$

ⓑ R y S simetricas $\overline{R}$?

$R)$ $a_iRa_j \Rightarrow a_jRa_i$

$\overline{R})$ $\left.\begin{array}{l} a_i\overline{R}a_j \Rightarrow a_i \not R a_j \\ a_j\overline{R}a_i \Rightarrow a_j \not R a_i \end{array}\right\}$ $\overline{R}$ es simetrica

R y S simetricas RS?

$\underline{a_iRa_j \rightarrow a_jRa_i}$

$\underline{a_iSa_j \rightarrow a_jSa_i}$

$\Rightarrow$ $a_iRSa_j \xrightarrow{?} a_jRSa_i$?

$a_iRxSa_j \xrightarrow{?} a_jRxSa_i$

No puedo asegurar que es simetrica, en la hip. no hay "x".

Entonces no es simetrica

EJ10 $\{1,2,3\}=A$

Caso 1 $\rightarrow$ 1 pos.

$[a]=\{a,b,c\}$

Caso 2 $\rightarrow$ 3 pos.

$[a]=\{a\}$ $\longleftarrow$ 3 formas de elegir al elem. que va solo

$[b]=\{b,c\}$

Caso 3 $\rightarrow$ 1 pos.

$[a]=\{a\}$

$[b]=\{b\}$

$[c]=\{c\}$

$\Rightarrow$ Por la regla de la suma existe $3+1+1$ relaciones de equivalencia

Relaciones de orden

A un conjunto

Decimos que una relacion R sobre A es de orden si es

- Reflexiva
- Antisimetrica
- Transitiva

Ejemplo $\leq$ en $\mathbb{R}$

① Reflexiva $a\in\mathbb{R}$

$a\leq a \Rightarrow aRa$

② Antisimetrica $a,b\in\mathbb{R} \,/\, aRb,\, bRa$

$\left.\begin{array}{l} aRb \Rightarrow a\leq b \\ bRa \Rightarrow b\leq a \end{array}\right\} a=b$

③ Transitiva $a,b,c \in\mathbb{R} \,/\, aRb,\, bRc$

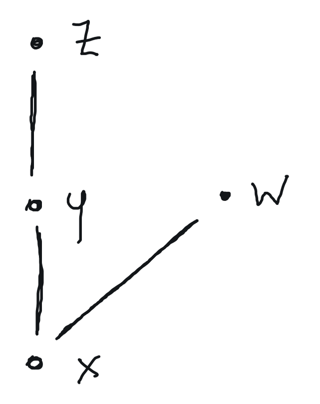
$\left.\begin{array}{l} aRb \Rightarrow a\leq b \\ bRc \Rightarrow b\leq c \end{array}\right\} a\leq c \Rightarrow aRc$

Diagramas de Hasse

$A=\{w,x,y,z\}$

$x\leq y \quad x\leq z$

$x\leq w \quad y\leq z$



Practico 11 Ejercicio 1

ⓐ $A=\{1,2,3,4,12\}$ y $\leq$ es el orden de divisibilidad

($x\leq y$ sii y es multiplo de x)

① Reflexiva $a\in A$

$a=a \Rightarrow a=1a \Rightarrow aRa$

② Antisimetrica $a,b\in A \,/\, aRb,\, bRa$

$\left.\begin{array}{l} aRb \Rightarrow a=nb \\ bRa \Rightarrow b=Ka \end{array}\right\} a=nKa \Rightarrow nK=1$

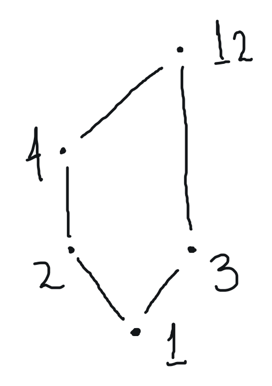
$n=1 \;\; K=1 \rightarrow a=b$

$\left.\begin{array}{l} n=K=-1 \\ n=\frac{1}{k} \end{array}\right\}$ X porque $A\subset\mathbb{Z}^+$

$\mathbb{Q}$

③ Transitiva $a,b,c \in A \,/\, aRb,\, bRc$

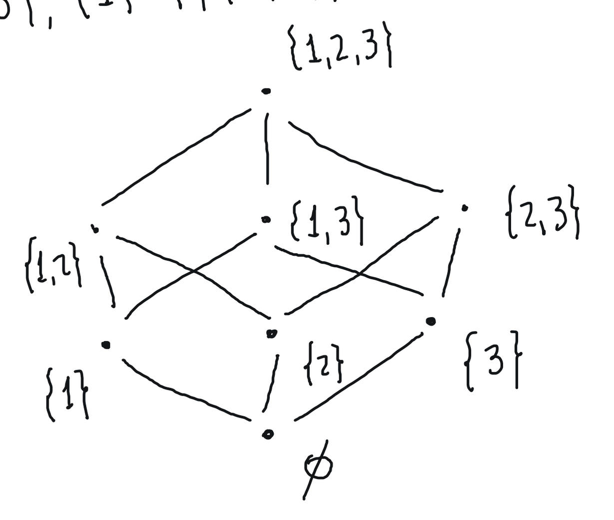
$\left.\begin{array}{l} aRb \Rightarrow a=nb \\ bRc \Rightarrow b=Kc \end{array}\right\} a=n.Kc \Rightarrow aRc$



ⓑ A es el conjunto de los subconjuntos de $\{1,2,3\}$

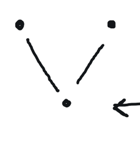
y $\leq$ es la inclusion $\subseteq$

$A=\{\{1\},\{2\},\{3\},\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\},\phi,\{1,2,3\}\}$



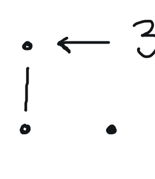
EJ3 Calcular las relaciones de orden definidas en $\{1,2,3\}=A$

Caso 1  $\leftarrow$ 3 pos. $\leftarrow$ 2 pos. $\leftarrow$ 1 pos. — $3!$ relaciones de orden

Caso 2  $\leftarrow$ 3 pos. — 3 relaciones de orden

Caso 3 — 1 relaciones de orden

Caso 4  $\leftarrow$ 3 pos. — 3 relaciones de orden

Caso 5  $\leftarrow$ 3 pos. $\leftarrow$ 2 pos. — $3!$ relaciones de orden

$\Rightarrow$ Regla de la suma $3!+3+1+3+3!=19$

Existen 19 relaciones de orden en el conjunto A