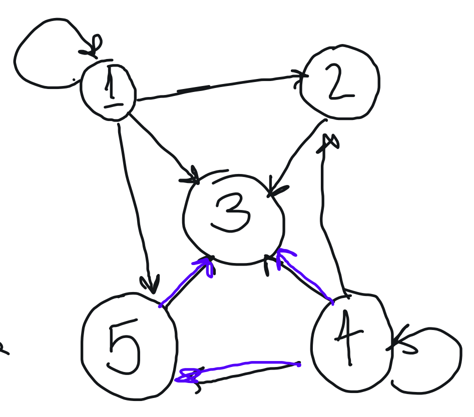
EJ2



antisimetrica
- $aRb, bRa \Rightarrow a=b$
- $a\neq b$ $aRb \Rightarrow b\not R a$

transitiva
$\left.\begin{array}{l} aRb \\ bRc \end{array}\right\} aRc$

No es reflexiva ($2 \not R 2$)
No es irreflexiva ($1R1$)
No es simetrica ($4R2$ pero $2\not R 4$)
Es antisimetrica
No es asimetrica ($1R1$)
Es transitiva

EJ5

Determinar la cant. de relaciones R def. $A=\{a,b,c,d\}$ que verifican: R es simetrica, $(a,b)\in R$, $(c,c)\in R$

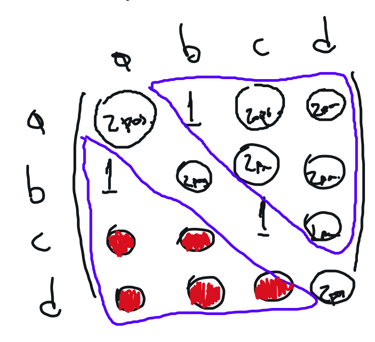
$aRb \to bRa$
cRc

$\to aRa$
$\to a\not R a$

contidad de relaciones
2 posibilidades

1 $\{(a,a)\} \to 2$ posibilidades (se encuentra en la relacion o que no)
2 $\{(a,c),(c,a)\} \to 2$ posibilidades
3 $\{(a,d),(d,a)\} \to 2$ pos.
4 $\{(b,b)\}$
5 $\{(b,c),(c,b)\}$
6 $\{(b,d),(d,b)\}$
7 $\{(c,d),(d,c)\}$
8 $\{(d,d)\}$

Por la regla del producto existen
$\underbrace{2.2..2}_{8 \text{ veces}} = 2^8$
relaciones que cumplen las 3 condiciones

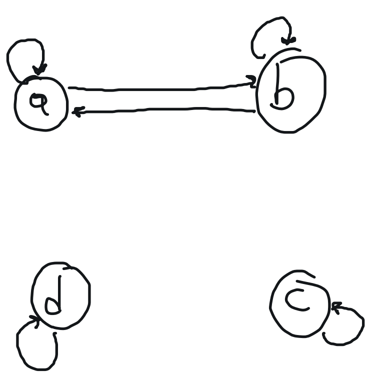


diagonal 2^3 posibilidades
2^5 posibilidades

$\Longrightarrow$ Existen $\underbrace{2^3.2^5}_{\text{posibles}}$ relaciones

$\boxed{2^8}$

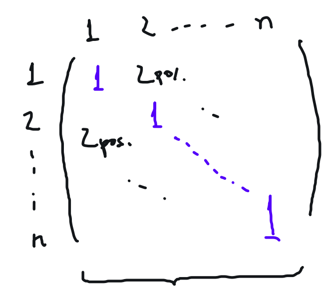
$$M = \begin{array}{c|cccc} & a & b & c & d \\ \hline a & 1 & 1 & 0 & 0 \\ b & 1 & 1 & 0 & 0 \\ c & 0 & 0 & 1 & 0 \\ d & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \longrightarrow$$



EJ6

$A=\{1,2,..,n\}$

a) reflexiva



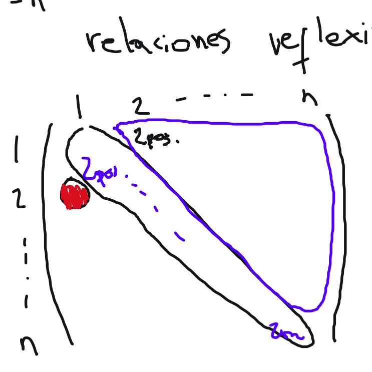
2^{espacios}

todos los elemento de la matriz son n^2 entradas
diagonal tiene n elementos

$\to$ espacios : todos - diagonal

existen 2^{n^2-n} relaciones reflexivas

b) simetricas

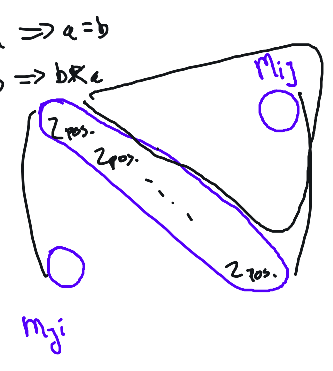


diagonal 2^n
1 triangulo tiene $\frac{n^2-n}{2}$

triangulo $2^{\frac{n^2-n}{2}}$

existen $2^n 2^{\frac{n^2-n}{2}}$ relaciones simetricas $\left(2^{n+\frac{n^2-n}{2}} = 2^{\frac{n^2+n}{2}}\right)$

c) antisimetricas $\left\{\begin{array}{l} aRb, bRa \Rightarrow a=b \\ a\neq b, aRb \Rightarrow b\not R a \end{array}\right.$



diagonal 2^n

$aRb, bRa \Rightarrow a=b$
$\to$ · aRa
$a\neq b, aRb \Rightarrow b\not R a$

$a\not R a \leftarrow$

$\left.\begin{array}{ll} m_{ij}=0 & m_{ji}=1 \\ m_{ij}=0 & m_{ji}=0 \\ m_{ij}=1 & m_{ji}=0 \end{array}\right\}$ 3 pos.

1 triangulo tiene $\frac{n^2-n}{2}$ elementos

$3^{\frac{n^2-n}{2}}$ posibilidades

$\Longrightarrow$ Existen $2^n 3^{\frac{n^2-n}{2}}$ relaciones posibles

Relaciones de equivalencia

A conjunto

Decimos que una relacion R en A es una relacion de equivalencia si es
- Reflexiva
- Simetrica
- Transitiva

$a\in A$ la clase de equivalencia de a es

$\bar{a} = [a] = \{b\in A : aRb\}$ como R es reflexiva $a\in[a]$

el conjunto cociente $A/R = \{[a] : a\in A\}$

ejemplo

$a,b\in\mathbb{Z}$
aRb si a y b tienen el mismo resto al dividir entre 3

R es relacion de equivalencia

- Reflexiva $a\in\mathbb{Z}$
  a y a tienen el mismo resto al dividir entre $3 \Rightarrow aRa$
- Simetrica $a,b\in\mathbb{Z}$ / aRb
  $aRb \Rightarrow$ a y b tienen el mismo resto al dividir entre 3 $\Rightarrow$
  b y a tienen el mismo resto al dividir entre 3 $\Rightarrow bRa$
- Transitiva $a,b,c\in\mathbb{Z}$ / aRb, bRc
  $\left.\begin{array}{l} aRb \Rightarrow \text{a y b tienen el mismo resto al dividir entre 3} \\ bRc \Rightarrow \text{b y c} \quad \text{''} \quad \text{''} \end{array}\right\}$ a y c tiene el mismo resto al dividir entre $3 \Rightarrow aRc$

Clases de equivalencia

$[0] = \{0,3,6,9,...\} = \{b\in\mathbb{Z} / bR0\} = \{b\in\mathbb{Z} / b = 3n$ para algun $n\}$

$[1] = \{1,4,...\} = \{b\in\mathbb{Z} / bR1\} = \{b\in\mathbb{Z} / b = 3n+1$ para algun $n\}$

$[2] = \{2,5,...\} = \{b\in\mathbb{Z} / bR2\} = \{b\in\mathbb{Z} / b = 3n+2$ para algun $n\}$

conjunto cociente $\mathbb{Z}/R = \{[0],[1],[2]\}$