

N° de parcial	Cédula	Nombre y apellido	Salón

**IMPORTANTE**

- La duración del parcial es de 3 horas.
- El parcial es individual, cualquier copia será denunciada en el Consejo de facultad.
- No se permite utilizar calculadora ni material de consulta.
- En cada ejercicio de múltiple opción hay una sola opción correcta.
- La comprensión de la letra de los ejercicios es parte de la prueba.
- Notaciones:  $A_n^m = P(m, n)$ ;  $C_n^m = C(m, n) = \binom{m}{n}$ ,  $CR_n^m = CR(m, n)$ ;  $S(m, n)$  es el número de Stirling.

**LO ÚNICO QUE SE CORREGIRÁ SERÁ LO REGISTRADO EN ESTOS CASILLEROS**

Respuestas Verdadero o Falso: rellenar con <b>V</b> o <b>F</b>				
VF1	VF2	VF3	VF4	VF5

Correcta: 2 puntos. Incorrecta: -1 punto.  
Sin responder: 0 puntos.

Respuestas múltiple opción: rellenar con <b>A</b> , <b>B</b> , <b>C</b> o <b>D</b>				
MO1	MO2	MO3	MO4	MO5

Correcta: 6 puntos. Incorrecta: -1 punto.  
Sin responder: 0 puntos.

**Verdadero o Falso**

1. La cantidad de desórdenes de 5 elementos distintos es 44.
2. En el desarrollo de  $(x + 2y + 1)^8$  el coeficiente de  $x^6y$  es 56.
3.  $Sob(7, 5) + Sob(7, 6) = Sob(8, 6)/6$ .
4. Para todo  $m, n \in \mathbb{N}$  se cumple  $CR_n^m = CR_{m-n}^m$ .

5. La cantidad de soluciones de la ecuación:

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = r, \text{ es } C_r^{n+r-1}$$

con  $x_i \in \mathbb{N}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , para todo  $r \in \mathbb{N}$ .

**Múltiple Opción**

1. En un ejercicio de un examen se considera analizar la propiedad  $2^n \geq n^2$ , con  $n \in \mathbb{N}$ , utilizando Inducción Completa. Se obtuvieron las siguientes respuestas:

Duvija: Si bien el paso inductivo:

$$2^n \geq n^2 \Rightarrow 2^{n+1} \geq (n+1)^2, \text{ vale para todo } n \in \mathbb{N},$$

la propiedad vale sólo para  $n \geq 4$ , pues falla en  $n = 3$ .

Agrippina: La propiedad vale para todo  $n \in \mathbb{N}$  porque vale para  $n = 0$  y vale el paso inductivo:

$$2^n \geq n^2 \Rightarrow 2^{n+1} + 1 \geq n^2 + 1, \text{ para todo } n \in \mathbb{N}.$$

Begoña: El paso inductivo:

$$2^n \geq n^2 \Rightarrow 2^{n+1} \geq (n+1)^2 \text{ vale para todo } n \in \mathbb{N}, n \neq 2$$

y se verifica que la propiedad vale para  $n = 4$ . Entonces es cierta para todo  $n \geq 4$ . Además se puede verificar que también vale para  $n = 0, 1$  y  $2$ .

Clodomiro: La propiedad es cierta porque vale para  $n = 0$  y el paso inductivo:

$$2^n \geq n^2 \Rightarrow 2^{n+1} \geq (n+1)^2, \text{ vale para todo } n \in \mathbb{N}.$$

La respuesta correcta la escribió:

- A) Agrippina                      C) Clodomiro  
B) Begoña                         D) Duvija

2. La cantidad de palabras de largo 7 con letras de la palabra MENTOLADO que tienen dos O seguidas o ninguna O es:

- A) 8!            B)  $4 \cdot 7!$             C) 7!            D)  $2 \cdot 7!$

3. Tenemos catorce pelotitas numeradas del 1 al 14, dos de las cuales son de color blanco y doce son de color celeste. Queremos distribuirlas en seis montones, no vacíos y de forma que en cada montón no haya pelotitas de distinto color (se entiende que los montones son recipientes indistinguibles). ¿De cuántas formas se las puede distribuir?

- A)  $A_1^6 \cdot S(12, 5) + A_2^6 \cdot S(12, 4)$   
B)  $S(12, 5) + S(12, 4)$   
C)  $Sob(12, 5) + Sob(12, 4)$   
D)  $C_1^6 \cdot S(12, 5) + C_2^6 \cdot S(12, 4)$

4. La cantidad de palabras de largo 8 que se pueden formar usando **todas** las letras de la palabra MOTAS (se pueden repetir letras) es:

- A)  $5^8 - 5 \cdot 4^8$                       C)  $Sob(8, 5)$   
B)  $A_5^8$                                  D)  $CR_8^5$

5. Sea  $C$  un cubo de volumen  $8 \text{ cm}^3$  y  $n$  el mínimo natural tal que podemos asegurar que si seleccionamos  $n$  puntos cualesquiera en  $C$ , entonces hay dos entre los seleccionados que están a distancia menor o igual a  $\sqrt{3}$  (que es la medida de la diagonal de un cubo de volumen  $1 \text{ cm}^3$ ). Entonces:

- A)  $n = 10$             B)  $n = 7$             C)  $n = 9$             D)  $n = 8$