# Universidad de la República - Facultad de Ingeniería - IMERL: Matemática Discreta 1

Primer parcial - 6 de mayo de 2024.

| N° de parcial | Cédula | Nombre y apellido | Salón |
|---|---|---|---|
| | | | |

**IMPORTANTE**

- La duración del parcial es de 3 horas.
- El parcial es individual, cualquier copia será denunciada en el Consejo de facultad.
- No se permite utilizar calculadora ni material de consulta.
- En cada ejercicio de múltiple opción hay una sola opción correcta.
- La comprensión de la letra de los ejercicios es parte de la prueba.
- Notaciones: $\mathrm{A}_n^m = \mathrm{P}(m,n)$; $\mathrm{C}_n^m = \mathrm{C}(m,n) = \binom{m}{n}$, $\mathrm{CR}_n^m = \mathrm{CR}(m,n)$; $S(m,n)$ es el número de Stirling.

## LO ÚNICO QUE SE CORREGIRÁ SERÁ LO REGISTRADO EN ESTOS CASILLEROS

| Respuestas Verdadero o Falso: rellenar con **V** o **F** | | | | |
|---|---|---|---|---|
| VF1 | VF2 | VF3 | VF4 | VF5 |
| | | | | |

Correcta: 2 puntos. Incorrecta: -1 punto.
Sin responder: 0 puntos.

| Respuestas múltiple opción: rellenar con **A**, **B**, **C** o **D** | | | | |
|---|---|---|---|---|
| MO1 | MO2 | MO3 | MO4 | MO5 |
| | | | | |

Correcta: 6 puntos. Incorrecta: -1 punto.
Sin responder: 0 puntos.

## Verdadero o Falso

**1**. La cantidad de soluciones de la ecuación:

$$x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n = r, \quad \text{es} \quad \mathrm{C}_r^{n+r-1}$$

con $x_i \in \mathbb{N}$, $i = 1, 2, ..., n$, para todo $r \in \mathbb{N}$.

**2**. Para todo $m, n \in \mathbb{N}$ se cumple $\mathrm{CR}_n^m = \mathrm{CR}_{m-n}^m$.

**3**. En el desarrollo de $(x+2y+1)^8$ el coeficiente de $x^6y$ es 56.

**4**. $\mathrm{Sob}(7,5) + \mathrm{Sob}(7,6) = \mathrm{Sob}(8,6)/6$.

**5**. La cantidad de desórdenes de 5 elementos distintos es 44.

## Múltiple Opción

**1**. En un ejercicio de un examen se considera analizar la propiedad $2^n \geq n^2$, con $n \in \mathbb{N}$, utilizando Inducción Completa. Se obtuvieron las siguientes respuestas:

Clodomiro: La propiedad es cierta porque vale para $n = 0$ y el paso inductivo:

$$2^n \geq n^2 \Rightarrow 2^{n+1} \geq (n+1)^2, \text{ vale para todo } n \in \mathbb{N}.$$

Begoña: El paso inductivo:

$$2^n \geq n^2 \Rightarrow 2^{n+1} \geq (n+1)^2 \text{ vale para todo } n \in \mathbb{N}, n \neq 2$$

y se verifica que la propiedad vale para $n = 4$. Entonces es cierta para todo $n \geq 4$. Además se puede verificar que también vale para $n = 0, 1$ y 2.

Agrippina: La propiedad vale para todo $n \in \mathbb{N}$ porque vale para $n = 0$ y vale el paso inductivo:

$$2^n \geq n^2 \Rightarrow 2^n + 1 \geq n^2 + 1, \text{para todo } n \in \mathbb{N}.$$

Duvija: Si bien el paso inductivo:

$$2^n \geq n^2 \Rightarrow 2^{n+1} \geq (n+1)^2, \text{ vale para todo } n \in \mathbb{N},$$

la propiedad vale sólo para $n \geq 4$, pues falla en $n = 3$.

La respuesta correcta la escribió:

**A**) Agrippina **C**) Clodomiro
**B**) Begoña **D**) Duvija

---

**2**. La cantidad de palabras de largo 7 con letras de la palabra CORAZONES que tienen dos O seguidas o ninguna O es:

**A**) $7!$ **B**) $8!$ **C**) $2 \cdot 7!$ **D**) $4 \cdot 7!$

---

**3**. La cantidad de palabras de largo 8 que se pueden formar usando **todas** las letras de la palabra MORSA (se pueden repetir letras) es:

**A**) $\mathrm{A}_5^8$ **C**) $\mathrm{CR}_8^5$
**B**) $5^8 - 5 \cdot 4^8$ **D**) $\mathrm{Sob}(8,5)$

---

**4**. Tenemos catorce pelotitas numeradas del 1 al 14, dos de las cuales son de color blanco y doce son de color celeste. Queremos distribuirlas en seis montones, no vacíos y de forma que en cada montón no haya pelotitas de distinto color (se entiende que los montones son recipientes indistinguibles). ¿De cuántas formas se las puede distribuir?

**A**) $A_1^6 \cdot S(12,5) + A_2^6 \cdot S(12,4)$
**B**) $S(12,5) + S(12,4)$
**C**) $C_1^6 \cdot S(12,5) + C_2^6 \cdot S(12,4)$
**D**) $\mathrm{Sob}(12,5) + \mathrm{Sob}(12,4)$

---

**5**. Sea $C$ un cubo de volumen 8 cm$^3$ y $n$ el mínimo natural tal que podemos asegurar que si seleccionamos $n$ puntos cualesquiera en $C$, entonces hay dos entre los seleccionados que están a distancia menor o igual a $\sqrt{3}$ (que es la medida de la diagonal de un cubo de volumen 1 cm$^3$). Entonces:

**A**) $n = 10$ **B**) $n = 7$ **C**) $n = 8$ **D**) $n = 9$

---