Universidad de la República - Facultad de Ingeniería - IMERL: Matemática Discreta 1

Primer parcial - 6 de mayo de 2024.

N° de parcial	Cédula	Nombre y apellido	Salón

IMPORTANTE

- La duración del parcial es de 3 horas.
- El parcial es individual, cualquier copia será denunciada en el Consejo de facultad.
- No se permite utilizar calculadora ni material de consulta.
- En cada ejercicio de múltiple opción hay una sola opción correcta.
- La comprensión de la letra de los ejercicios es parte de la prueba.
- Notaciones: $\mathrm{A}_n^m = \mathrm{P}(m,n)$; $\mathrm{C}_n^m = \mathrm{C}(m,n) = \binom{m}{n}$, $\mathrm{CR}_n^m = \mathrm{CR}(m,n)$; $S(m,n)$ es el número de Stirling.

LO ÚNICO QUE SE CORREGIRÁ SERÁ LO REGISTRADO EN ESTOS CASILLEROS

Respuestas Verdadero o Falso: rellenar con **V** o **F**				
VF1	VF2	VF3	VF4	VF5

Correcta: 2 puntos. Incorrecta: -1 punto.
Sin responder: 0 puntos.

Respuestas múltiple opción: rellenar con **A**, **B**, **C** o **D**				
MO1	MO2	MO3	MO4	MO5

Correcta: 6 puntos. Incorrecta: -1 punto.
Sin responder: 0 puntos.

Verdadero o Falso

1. En el desarrollo de $(x+2y+1)^8$ el coeficiente de x^6y es 56.

2. La cantidad de desórdenes de 5 elementos distintos es 44.

3. Para todo $m, n \in \mathbb{N}$ se cumple $\mathrm{CR}_n^m = \mathrm{CR}_{m-n}^m$.

4. $\mathrm{Sob}(7,5) + \mathrm{Sob}(7,6) = \mathrm{Sob}(8,6)/6$.

5. La cantidad de soluciones de la ecuación:

$$x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n = r, \quad \text{es} \quad \mathrm{C}_r^{n+r-1}$$

con $x_i \in \mathbb{N}$, $i = 1, 2, ..., n$, para todo $r \in \mathbb{N}$.

Múltiple Opción

1. En un ejercicio de un examen se considera analizar la propiedad $2^n \geq n^2$, con $n \in \mathbb{N}$, utilizando Inducción Completa. Se obtuvieron las siguientes respuestas:

<u>Duvija</u>: Si bien el paso inductivo:

$$2^n \geq n^2 \Rightarrow 2^{n+1} \geq (n+1)^2, \text{ vale para todo } n \in \mathbb{N},$$

la propiedad vale sólo para $n \geq 4$, pues falla en $n = 3$.

<u>Begoña</u>: El paso inductivo:

$$2^n \geq n^2 \Rightarrow 2^{n+1} \geq (n+1)^2 \text{ vale para todo } n \in \mathbb{N}, n \neq 2$$

y se verifica que la propiedad vale para $n = 4$. Entonces es cierta para todo $n \geq 4$. Además se puede verificar que también vale para $n = 0, 1$ y 2.

<u>Clodomiro</u>: La propiedad es cierta porque vale para $n = 0$ y el paso inductivo:

$$2^n \geq n^2 \Rightarrow 2^{n+1} \geq (n+1)^2, \text{ vale para todo } n \in \mathbb{N}.$$

<u>Agrippina</u>: La propiedad vale para todo $n \in \mathbb{N}$ porque vale para $n = 0$ y vale el paso inductivo:

$$2^n \geq n^2 \Rightarrow 2^n + 1 \geq n^2 + 1, \text{para todo } n \in \mathbb{N}.$$

La respuesta correcta la escribió:

A) Agrippina
B) Begoña
C) Clodomiro
D) Duvija

2. La cantidad de palabras de largo 7 con letras de la palabra PELOTITAS que tienen dos T seguidas o ninguna T es:

A) $7!$ **B**) $4 \cdot 7!$ **C**) $8!$ **D**) $2 \cdot 7!$

3. Tenemos catorce pelotitas numeradas del 1 al 14, dos de las cuales son de color blanco y doce son de color celeste. Queremos distribuirlas en seis montones, no vacíos y de forma que en cada montón no haya pelotitas de distinto color (se entiende que los montones son recipientes indistinguibles). ¿De cuántas formas se las puede distribuir?

A) $C_1^6 \cdot S(12,5) + C_2^6 \cdot S(12,4)$
B) $S(12,5) + S(12,4)$
C) $\mathrm{Sob}(12,5) + \mathrm{Sob}(12,4)$
D) $A_1^6 \cdot S(12,5) + A_2^6 \cdot S(12,4)$

4. Sea C un cubo de volumen 8 cm^3 y n el mínimo natural tal que podemos asegurar que si seleccionamos n puntos cualesquiera en C, entonces hay dos entre los seleccionados que están a distancia menor o igual a $\sqrt{3}$ (que es la medida de la diagonal de un cubo de volumen 1 cm^3). Entonces:

A) $n = 7$ **B**) $n = 9$ **C**) $n = 8$ **D**) $n = 10$

5. La cantidad de palabras de largo 8 que se pueden formar usando <u>**todas**</u> las letras de la palabra CLAVO (se pueden repetir letras) es:

A) A_5^8
B) $\mathrm{Sob}(8,5)$
C) $5^8 - 5 \cdot 4^8$
D) CR_8^5