Introducción al Control Industrial

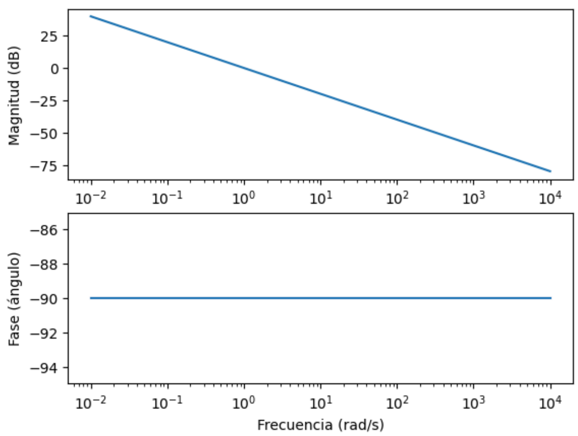
Solución Práctico 4

Respuesta en Frecuencia, Estabilidad y Compensadores

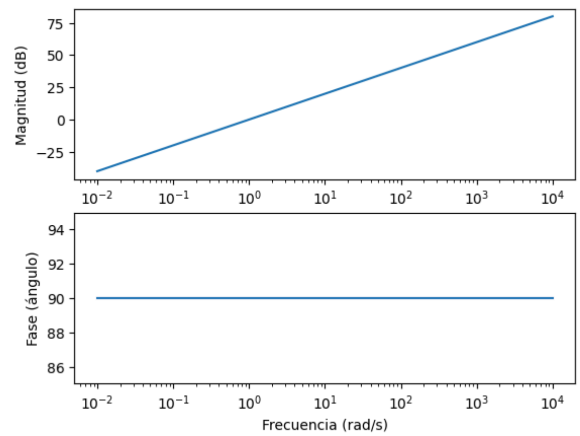
2024

1)

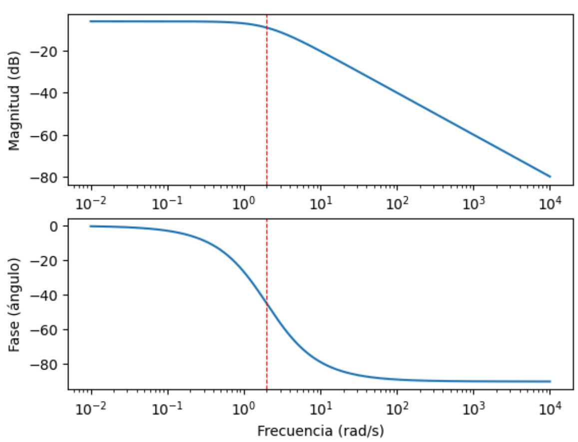
a)



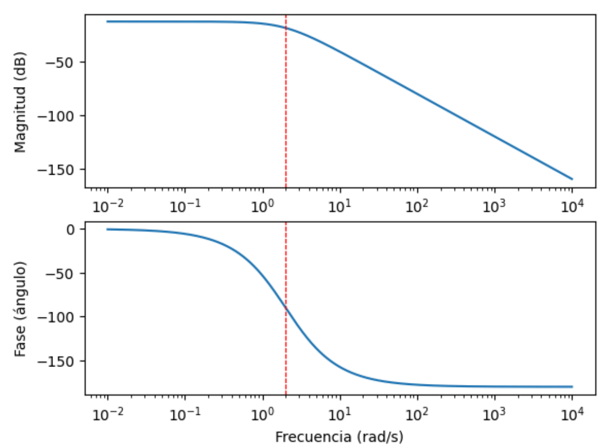
b)



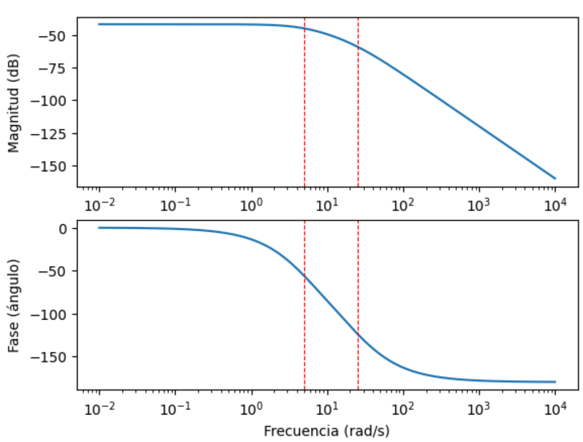
c)



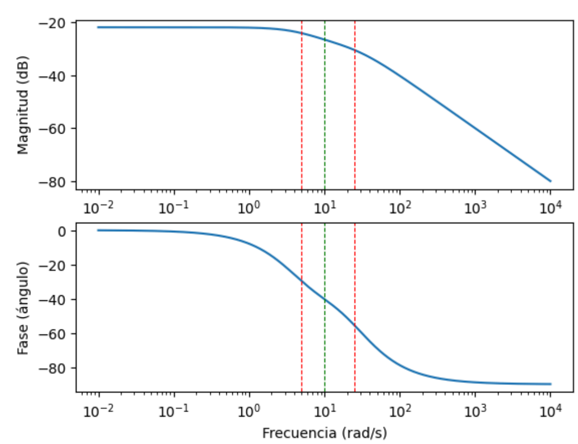
d)



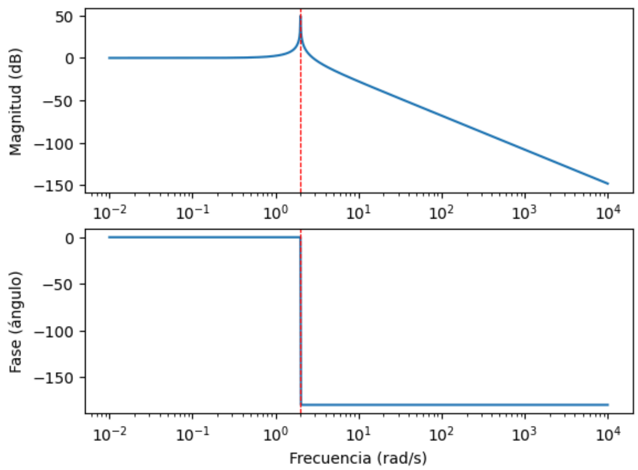
e)



f)



g)


Magnitud (dB)
Fase (ángulo)
Frecuencia (rad/s)

2)

a)

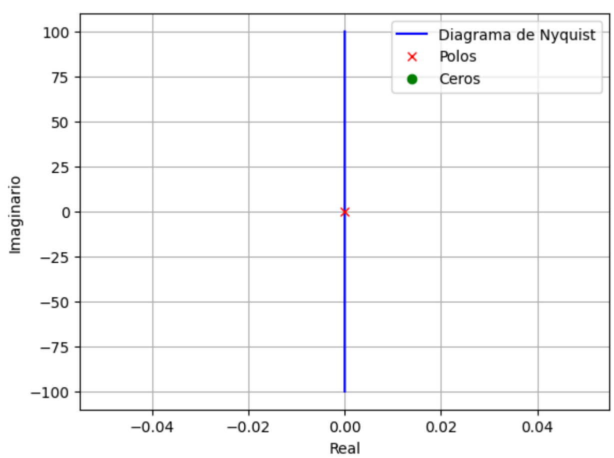


Diagrama de Nyquist
Polos
Ceros
Imaginario
Real

b)

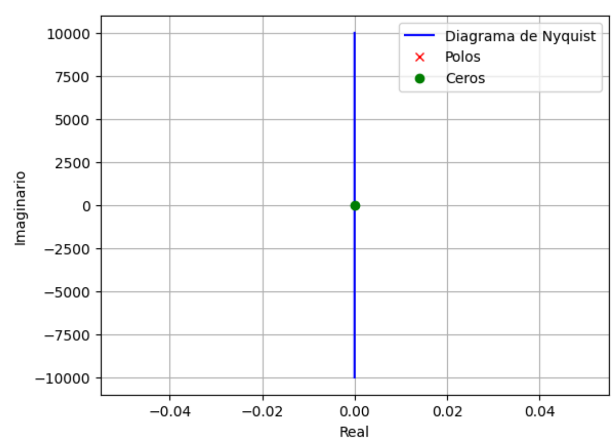


Diagrama de Nyquist
Polos
Ceros
Imaginario
Real

c)

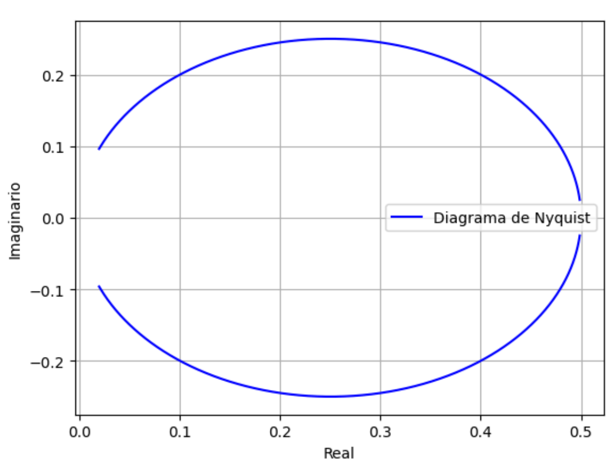


Diagrama de Nyquist
Imaginario
Real

d)

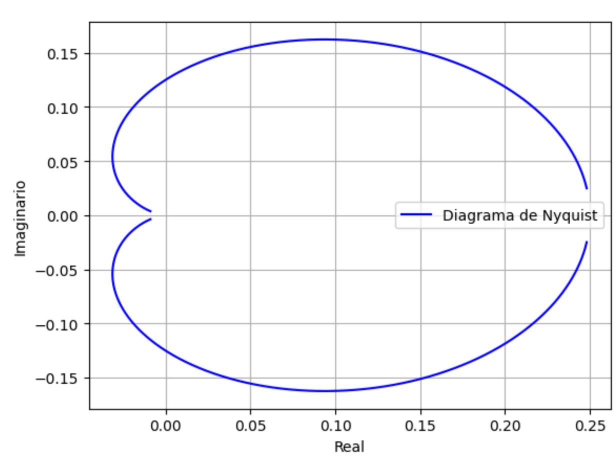
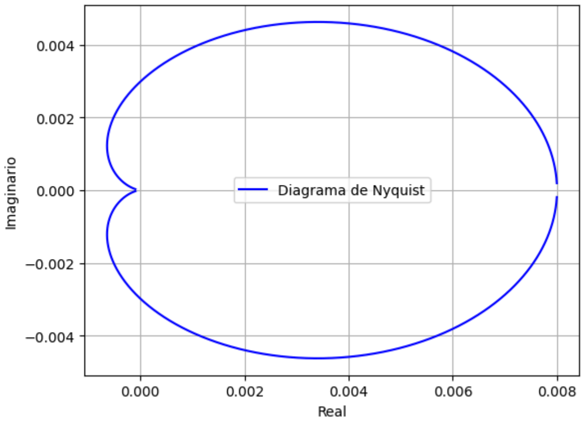
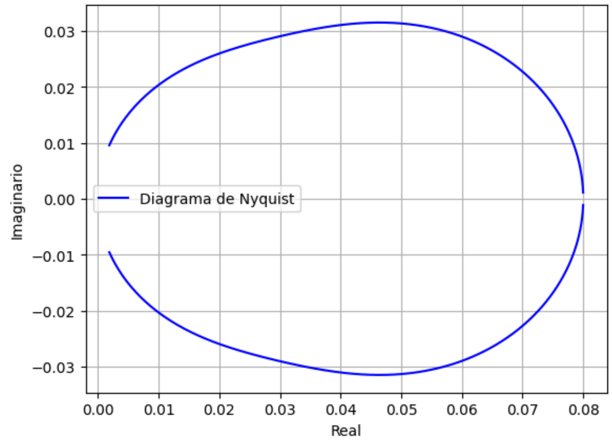


Diagrama de Nyquist
Imaginario
Real

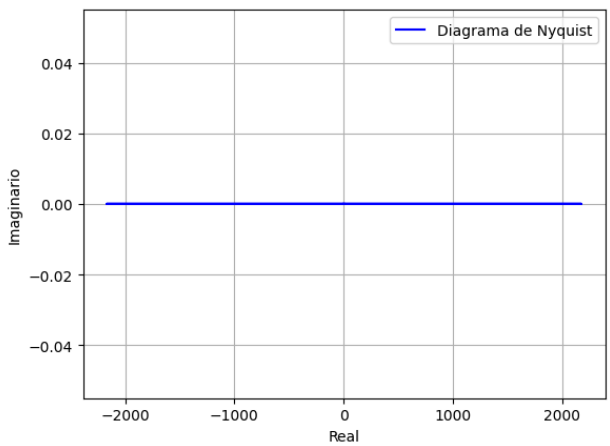
e)



f)



g)



3) Mediante 3 argumentos, determinar la estabilidad de la transferencia.

(1) Dado el diagrama de polos y ceros de la transferencia, se observa que la transferencia cuenta con 2 polos $p_i = \pm\, j\omega$. Dado que los polos no se encuentran en el semiplano negativo, se deduce que la transferencia no es estable.

(2) Dada la antitransformada de Laplace de la transferencia obtenida se observa que la transferencia corresponde a $h(t) = sin(\omega t)$. Por definición de estabilidad $\int_{-\infty}^{+\infty} \left|h(t)^2\right| < \infty$, en este caso no se cumple, por lo que el sistema es inestable.

(3) Una condición necesaria para la estabilidad es que todos los coeficientes del polinomio en el denominador sean $\neq 0$. Dada la transferencia $H(s) = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} = \frac{Kq(s)}{p(s)}$, se observan que los coeficientes del polinomio $p(s)$ no son todos distintos de 0, por lo que se puede concluir que el sistema es inestable.

4) La opción correcta es la iii)

5) Determinar K para que el sistema realimentado sea estable

a) R-H.

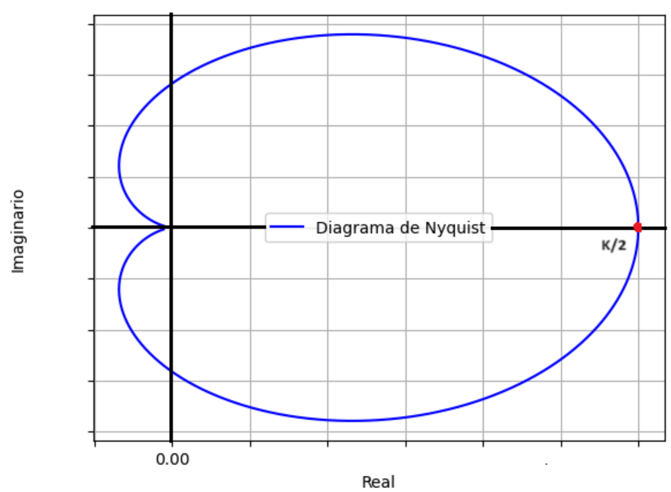
Aplicamos el criterio de estabilidad de R-H al polinomio $p(s) + q(s)$ para determinar la estabilidad del sistema según K:

$$(s + 1)(s + 2) + K = s^2 + 3s + K$$

s^2	2	$2 + K$
s^1	3	0
s^0	$2 + K$	

El sistema es estable si $2 + K > 0$, por lo tanto $K > -2$.

b) Nyquist.



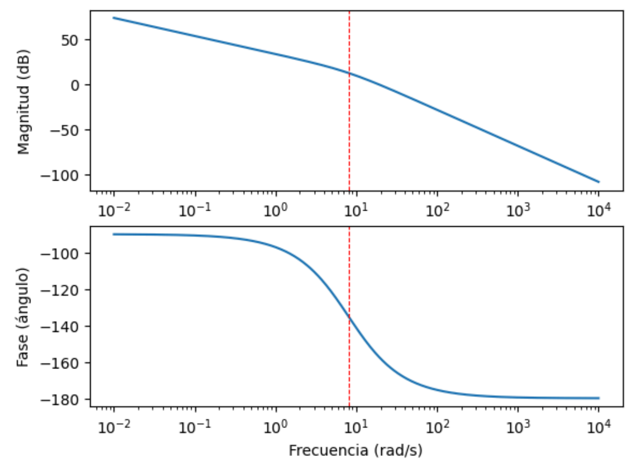
Dados los diagramas de Nyquist deducidos del diagrama de Bode se observa que, dado $P = 0$.

Se observa que $N = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -1 < K/2 \quad \Rightarrow \quad K > -2$.

Por lo que $Z = P - N = 0$ y por lo tanto el sistema es estable para esos valores de K.

6) Compensar el sistema de realimentación unitaria.

a) Se calcula el diagrama de Bode:



Dado que $a > 1$, se observa que el Compensador dado es por adelanto de fase.

Se procede a calcular el Margen de Fase inicial ϕ_{m0} del sistema sin compensar:
$\phi_{m0} = 180° + arg(H(j\omega'))$, tal que $|H(j\omega')| = 1$

$$\left|\frac{400}{j\omega'(j\omega'+8)}\right| = 1 \quad \Rightarrow \quad \omega'^4 + 64\omega'^2 - 400^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega'^2 = 16\left(\sqrt{629} - 2\right)$$

$$\Rightarrow \quad \omega' \simeq 19.22\ \frac{rad}{s}$$

Sustituyendo en $H(j\omega') = \frac{400}{-\omega'^2 + j8\omega'}$ $\quad \Rightarrow \quad arg(H(j\omega')) = -157,4°$
Donde se deduce que el Margen de Fase inicial es de $\quad \Rightarrow \quad \phi_{m0} = 22,6°$

b) Dado que el Margen de Fase inicial es menor a 50° resulta necesario colocar un compensador por adelanto de fase.

$$\phi = \phi_{comp} + \phi_{m0} - \Delta\phi \qquad (1)$$

Luego de realizar una estimación con $\Delta\phi = 5°$ al verificar, no se logra cumplir con el requerimiento especificado. Por lo que se decide aumentar $\Delta\phi$.

Se procede a estimar un $\Delta\phi = 7°$

De la ecuación (1) se tiene que: $\qquad \phi_{comp} = 50° - 22.6° + 7° = 34.4°$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{1+sin(\phi_m)}{1-sin(\phi_m)} = 3.6 \; (\phi_m = \phi_{comp})$$

Buscando ω'_c:

$$\left|H(j\omega'_c)\right| = \frac{1}{\sqrt{a}} \quad \Rightarrow \quad \omega'^4 + 64\omega'^2 - a \cdot 400^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega'_c = 23.33\,\frac{rad}{s}$$

Luego se obtiene T, tal que $\omega'_c = \frac{1}{\sqrt{a}T} \quad \Rightarrow \quad T = 19.54\, ms$

Se procede a verificar que el Margen de Fase del sistema compensado es el deseado

$\Rightarrow \quad \phi_m = 180° + arg\left(\frac{1+aT(j\omega'_c)}{1+-T(j\omega'_c)}\frac{400}{j\omega'_c(j\omega'_c+8)}\right) = 50.94°$ cumpliendo con el requerimiento.