



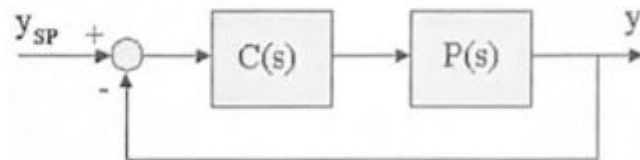
Ej1 P7

Lunes 10/6/2024, Introducción al Control Industrial

Se considera una planta de 2° orden sin ceros, con un polo de módulo 0.10 rad/s , y ganancia en régimen de continua igual a 2. Además se determinó, mediante un ensayo, que la frecuencia a la cual el desfase entre la sinusoidal de entrada y la sinusoidal de salida en régimen era -90° , ocurre a 0.1581 rad/s .

1. Determine la función de transferencia $P(s)$ de esta planta.
2. Se quiere diseñar un controlador PID, de función de transferencia $C(s)$ en la figura, de manera que el sistema realimentado se comporte como un sistema de 1° Orden, con constante de tiempo 1 seg .

Determine si esto es posible. En caso afirmativo, indique los modos que deben activarse y la sintonía para el diseño pretendido. Justifique detalladamente.





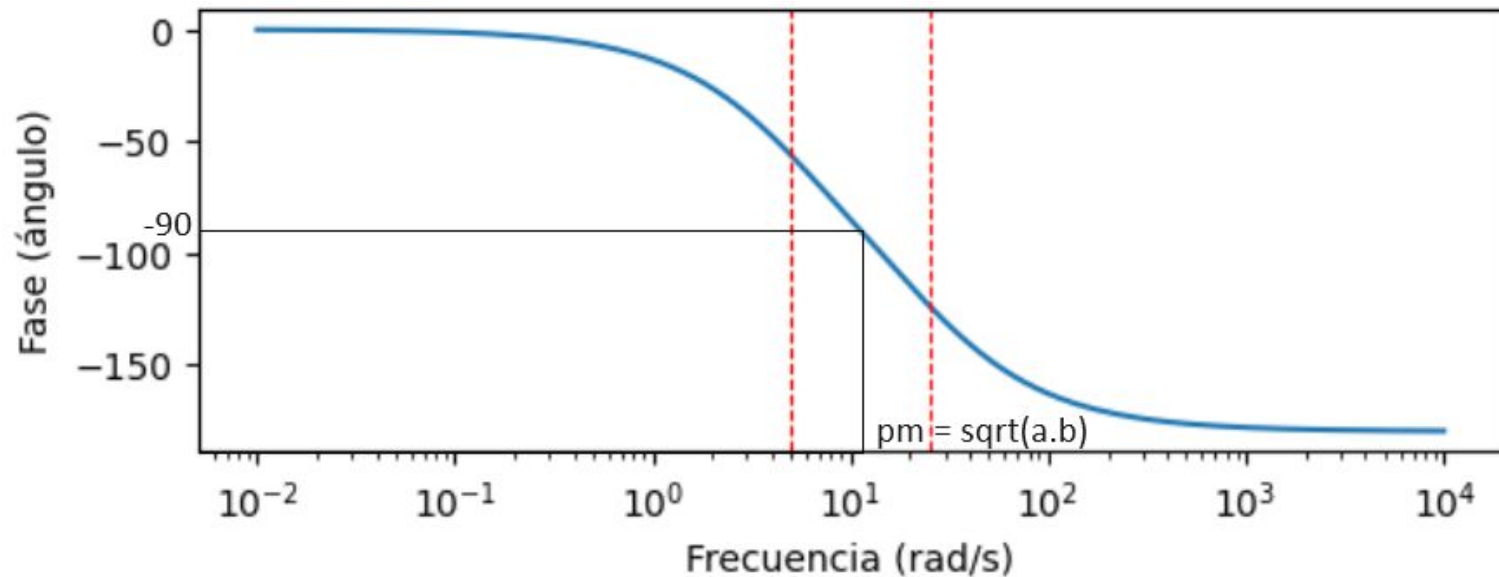
Parte 1: modelar el sistema

Datos:

- Sistema de 2° orden sin ceros:
- Un polo en 0.10 rad/s: $a = 0.10$ rad/s
- Ganancia en régimen de 2: $K = 2$
- Desfasaje entre la entrada y salida de -90° en 0.1581 rad/s

$$P(s) = \frac{K.a.b}{(s+a)(s+b)}$$

Debemos hallar b con el último dato ¿Cómo?



Entonces: $\sqrt{a \cdot b} = 0.1581 \text{ rad/s} \Rightarrow b = \frac{(0.1581 \text{ rad/s})^2}{a} = 0.25 \text{ rad/s}$



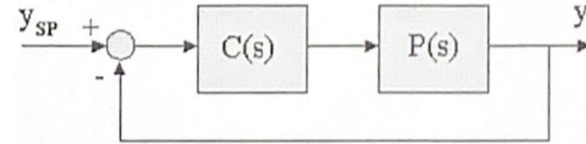
Conclusión parte 1

Llegamos a que
$$P(s) = \frac{2 \times 0.1 \times 0.25}{(s + 0.1)(s + 0.25)}$$

Parte 2: diseñar el PID

Se quiere que el sistema realimentado se comporte como uno de primer orden con constante de tiempo de 1 s. Es decir:

$$G_{CL} = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)} = \frac{1}{s + 1}$$





Un truco: lo anterior es lo mismo que pedir

$$C(s)P(s) = \frac{1}{s}$$

Verificación:

$$\frac{\frac{1}{s}}{1 + \frac{1}{s}} = \frac{1}{s(1 + \frac{1}{s})} = \frac{1}{s + 1}$$

Al ser un controlador PID: $C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d \cdot s = \frac{K_d \cdot s^2 + K_p \cdot s + K_i}{s}$

Entonces: $C(s)P(s) = \frac{K_d \cdot s^2 + K_p \cdot s + K_i}{s} \times \frac{2 \times 0.1 \times 0.25}{(s + 0.1)(s + 0.25)}$

Finalmente, llegamos a un sistema de la forma deseada con:

$$K_d \cdot s^2 + K_p \cdot s + K_i = K \cdot (s + 0.1)(s + 0.25)$$

Tomando $K = \frac{1}{2 \times 0.1 \times 0.25} = 20$ también hacemos que el numerador sea 1



Entonces:

$$K_d \cdot s^2 + K_p \cdot s + K_i = 20(s + 0.1)(s + 0.25) = 20s^2 + 7s + 0.5$$

Igualando término a término llegamos al resultado final.

$$K_d = 20, K_p = 7, K_i = 0.5$$

Finalmente, los modos activados son todos y la sintonía hace referencia a los valores hallados para los parámetros.