Curso: HORMIGÓN ESTRUCTURAL 1

Práctico 7
Losas

Agustín Vidal (avidal@fing.edu.uy)

1er Semestre - 2024

Universidad de la República - Uruguay

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

Objetivos

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

- **Armar a flexión una losa rectangular**
- **Calcular las descargas sobre las vigas perimetrales**
- **Verificar el Estado Límite Último de cortante en la losa**
- **Repasar disposiciones constructivas**

Losas – Conceptos básicos

- **Estructuras que tienen, simultáneamente :**
  - Dos dimensiones (a y b) mucho mayores que la tercera (h). (a>>h; b>>h)
  - Cargas normales al plano medio.
- **Por lo tanto: sometidas fundamentalmente a esfuerzos de flexión.**

- **Para trabajar a flexión:**
  - Deben ser esbeltas

Artículo 22.º
Placas

Para que un elemento bidireccional sea considerado como una placa, debe cumplirse que la luz mínima sea mayor que cuatro veces el espesor medio de la placa. Para el cálculo de las solicitaciones de placas podrá utilizarse cualquiera de los métodos indicados en el Artículo 19º.

  - Las deformaciones deben ser pequeñas.

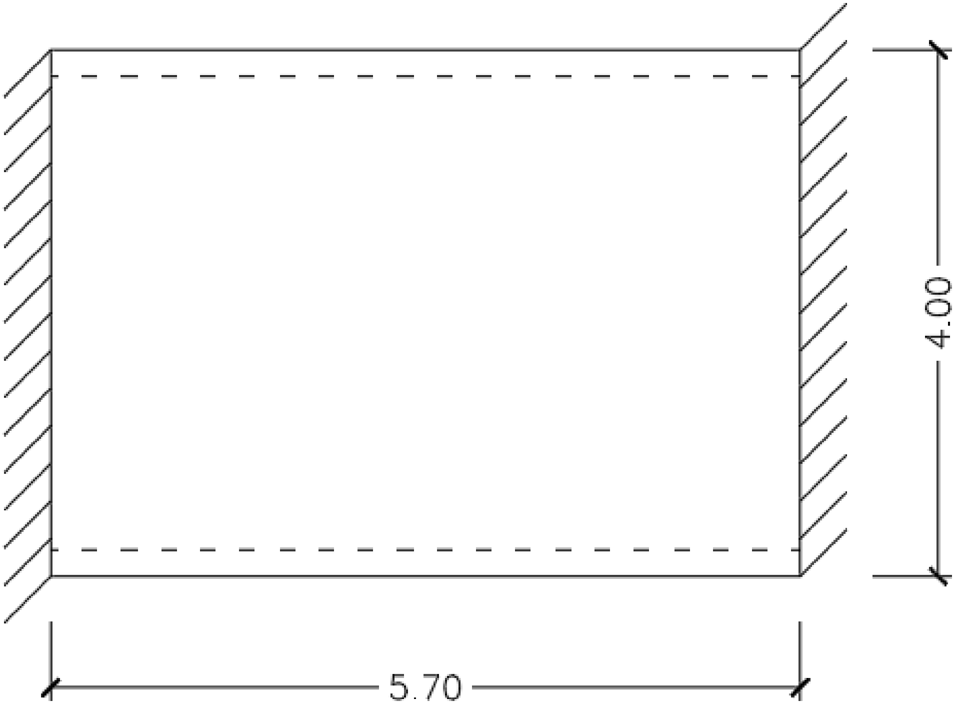
Ejemplo

Considerar una losa de hormigón armado de 5.70 x 4.00 x 0.15 m simplemente apoyada en sus bordes largos y empotrada en sus bordes cortos. La misma se encuentra sometida a su peso propio y a una sobrecarga de uso de 15 kN/m².

$\boldsymbol{f_{ck} = 25\ \mathrm{MPa}}$

$\boldsymbol{f_{yk} = 500\ MPa}$

Recubrimiento geométrico 25 mm



$$\frac{L_{min}}{4} = 1.00\ \mathrm{m}\ > h = 0.15\ \mathrm{m}\ ✓$$

Resolveremos mediante métodos clásicos

Cálculo de armaduras a flexión

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

– Calculamos la carga de diseño sobre la losa

$$q_{PP} = 25 \ \mathrm{kN/m^3} \times 0.15 \ \mathrm{m} = 3.8 \ \mathrm{kN/m^2}$$

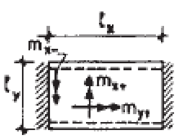
$$q_{SCU} = 15 \, \mathrm{kN/m^2}$$

$$q_d = 1.35 \times 3.8 \, \mathrm{kN/m^2} + 1.5 \times 15 \, \mathrm{kN/m^2} = 27.6 \, \mathrm{kN/m^2}$$

Cálculo de armaduras a flexión

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

– Para calcular los momentos m_x y m_y emplearemos la tabla 26.1 (Jimenez-Montoya)



		CARGA UNIFORME ①						CARGA TRIANGULAR ②						CARGA TRIANGULAR ③					
	l_y/l_x	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$w =$	$0{,}001 \cdot q \cdot l_y^4 / Eh^3 \cdot$	99	76	57	42	31	23	50	38	28	21	16	12	50	38	28	21	16	12
$m_{y+} =$	$0{,}001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	84	65	49	37	27	20	45	36	28	23	19	15	43	33	25	19	14	11
$m_{x+} =$	$0{,}001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	36	38	39	37	34	31	18	20	20	19	18	17	23	22	22	21	19	16
$m_{x-} =$	$0{,}001 \cdot q \cdot l_y^2 \cdot$	119	111	102	91	80	70	62	57	53	48	43	38	84	75	68	58	51	44

– $\left.\begin{array}{l} \ell_x = 5.70 \text{ m} \\ \ell_y = 4.00\ m \end{array}\right\} \Rightarrow \ell_y/\ell_x = 0.702$

– $m_{y+} = 0.001 \times q_d \times \ell_y^2 \times 49 = 0.001 \times 27.6\ \text{kN/m}^2 \times 4.00^2\text{m}^2 \times 49$

$m_{y+} = 21.6\ \text{kNm/m}$

– $m_{x+} = 0.001 \times q_d \times \ell_y^2 \times 39 = 0.001 \times 27.6\ \text{kN/m}^2 \times 4.00^2\text{m}^2 \times 39$

$m_{x+} = 17.2\ \text{kNm/m}$

– $m_{x-} = 0.001 \times q_d \times \ell_y^2 \times 102 = 0.001 \times 27.6\ \text{kN/m}^2 \times 4.00^2\text{m}^2 \times 102$

$m_{x-} = 45.0\ \text{kNm/m}$

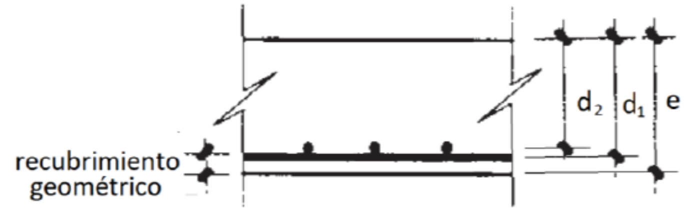
– Definición de los cantos útiles

- El canto útil mayor se utiliza para la armadura que toma mayor momento

$Asumimos\ barras\ de\ diámetro\ \phi = 10\ \mathrm{mm}$

$d_1 = h - rec.geom. - 0.5\phi = 150 - 25 - 5 = 120\ \mathrm{mm}$

$d_2 = h - rec.geom. - 1.5\phi = 150 - 25 - 15 = 110\ \mathrm{mm}$



- La armadura para cada caso se calcula como la armadura de una viga a flexión estudiando una franja de 1 m de ancho.

– Armadura positiva en la dirección corta

$m_{y+} = 21.6\ \mathrm{kNm/m}$

$$\mu = \frac{m_{y+}}{b\, d_1^2\, f_{cd}} = \frac{21.6\ \mathrm{kNm/m}}{0.12^2\ \mathrm{m}^2 \times 25/1.5\ \mathrm{MPa}} = 0.094$$

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2\mu} = 0.094$$

$$A_s = \frac{\omega\, b\, d_1\, f_{cd}}{f_{yd}} = 4.35\ \mathrm{cm^2/m}$$

Verificamos las cuantías:

- Mecánica: $\omega = 0.094 > 0.045$
- Geométrica: $A_s \geq 0.0018 \times h = 2.70\,\mathrm{cm^2/m}$ repartido entre ambas caras ($1.35\,\mathrm{cm^2/m}$ por cara)

Cálculo de armaduras a flexión

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

– Armadura positiva en la dirección larga

$m_{x+} = 17.2 \text{ kNm/m } (> 0.25 \times 21.6 \text{ kNm/m} = 5.421.6 \text{ kNm/m})$

$$\mu = \frac{m_{x+}}{b\, d_2^2\, f_{cd}} = \frac{17.2 \text{ kNm/m}}{0.11^2 \text{ m}^2 \times 25/1.5 \text{ MPa}} = 0.085$$

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2\mu} = 0.089$$

$$A_s = \frac{\omega\, b\, d_1\, f_{cd}}{f_{yd}} = 3.76 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Verificamos las cuantías:

- Mecánica: $\omega = 0.085 > 0.045$
- Geométrica: $A_s \geq 0.0018 \times h = 2.70\,\text{cm}^2/\text{m}$ repartido entre ambas caras ($1.35\,\text{cm}^2/\text{m}$ por cara)

Cálculo de armaduras a flexión

– Armadura negativa en la dirección larga

$$m_{x-} = 45.0 \text{ kNm/m}$$

$$\mu = \frac{m_{x-}}{b\, d_1^2\, f_{cd}} = \frac{45.0 \text{ kNm/m}}{0.12^2 \text{ m}^2 \times 25/1.5 \text{ MPa}} = 0.188$$

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2\mu} = 0.209$$

$$A_s = \frac{\omega\, b\, d_1\, f_{cd}}{f_{yd}} = 9.63 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Verificamos las cuantías:

- Mecánica: $\omega = 0.188 > 0.045$
- Geométrica: $A_s \geq 0.0018 \times h = 2.70\,\text{cm}^2/\text{m}$ repartido entre ambas caras ($1.35\,\text{cm}^2/\text{m}$ por cara)

Cálculo de armaduras a flexión

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

– Armadura negativa en la dirección corta

El armado en esta dirección debe cubrir al menos el 25% del momento negativo en la otra dirección (EHE Art. 55.1)

$$m_{y-} = 0.25 \times 45.0\ \text{kNm/m} = 11.3\ \text{kNm/m}$$

$$\mu = \frac{m_{y-}}{b\, d_2^2\, f_{cd}} = \frac{11.3\ \text{kNm/m}}{0.11^2\ \text{m}^2 \times 25/1.5\ \text{MPa}} = 0.056$$

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2\mu} = 0.058$$

$$A_s = \frac{\omega\, b\, d_2\, f_{cd}}{f_{yd}} = 2.43\ \text{cm}^2/\text{m}$$

Verificamos las cuantías:

- Mecánica: $\omega = 0.056 > 0.045$
- Geométrica: $A_s \geq 0.0018 \times h = 2.70\,\text{cm}^2/\text{m}$ repartido entre ambas caras ($1.35\,\text{cm}^2/\text{m}$ por cara)

Definición de armado

- **Separación minima (EHE-08 Art. 42.3.1)**
  - $s \leq 30$ cm
  - $s \leq 3h = 3 \times 15 \text{ cm} = 45 \text{ cm}$

- $A_{s,m_{y+}} = 4.35\ \text{cm}^2/\text{m} \Rightarrow \phi 10/18$
- $A_{s,m_{x+}} = 3.76\ \text{cm}^2/\text{m} \Rightarrow \phi 10/20$
- $A_{s,m_{y-}} = 2.43\ \text{cm}^2/\text{m} \Rightarrow \phi 8/20$
- $A_{s,m_{x-}} = 9.63\ \text{cm}^2/\text{m}$

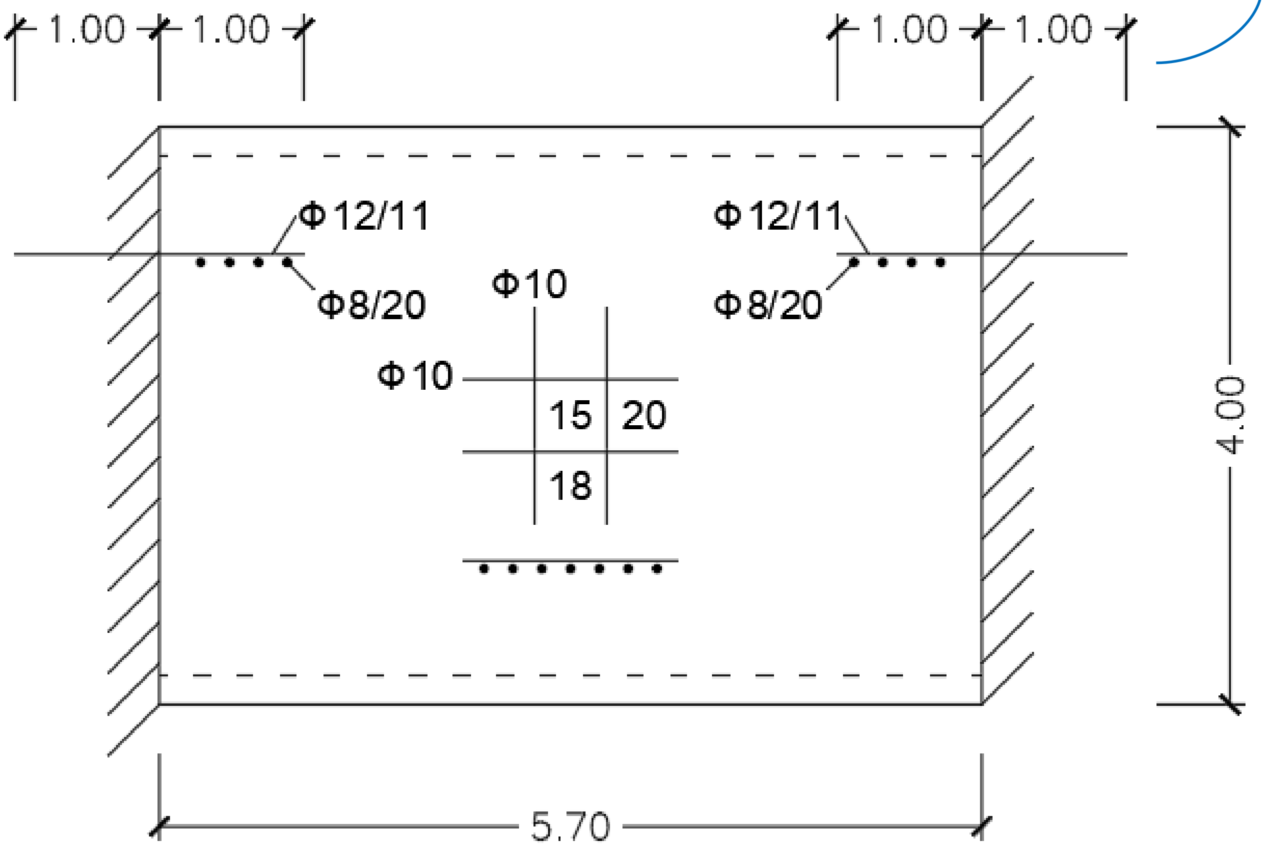
		paso (s)										
ϕ	A(ϕ)	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10
6	0,28	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8
8	0,50	2,5	2,6	2,8	3,0	3,1	3,4	3,6	3,9	4,2	4,6	5,0
10	0,79	3,9	4,1	4,4	4,6	4,9	5,2	5,6	6,0	6,5	7,1	7,9
12	1,13	5,7	6,0	6,3	6,7	7,1	7,5	8,1	8,7	9,4	10,3	11,3
16	2,01	10,1	10,6	11,2	11,8	12,6	13,4	14,4	15,5	16,8	18,3	20,1
20	3,14	15,7	16,5	17,5	18,5	19,6	20,9	22,4	24,2	26,2	28,6	31,4
25	4,91	24,5	25,8	27,3	28,9	30,7	32,7	35,1	37,8	40,9	44,6	49,1

Definición de armado

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

- $A_{s,m_{y+}} = 4.35\ \mathrm{cm}^2/\mathrm{m} \Rightarrow \phi 10/18$
- $A_{s,m_{x+}} = 3.76\ \mathrm{cm}^2/\mathrm{m} \Rightarrow \phi 10/20$
- $A_{s,m_{y-}} = 2.43\ \mathrm{cm}^2/\mathrm{m} \Rightarrow \phi 8/20$
- $A_{s,m_{x-}} = 9.76\ \mathrm{cm}^2/\mathrm{m} \Rightarrow \phi 12/11$

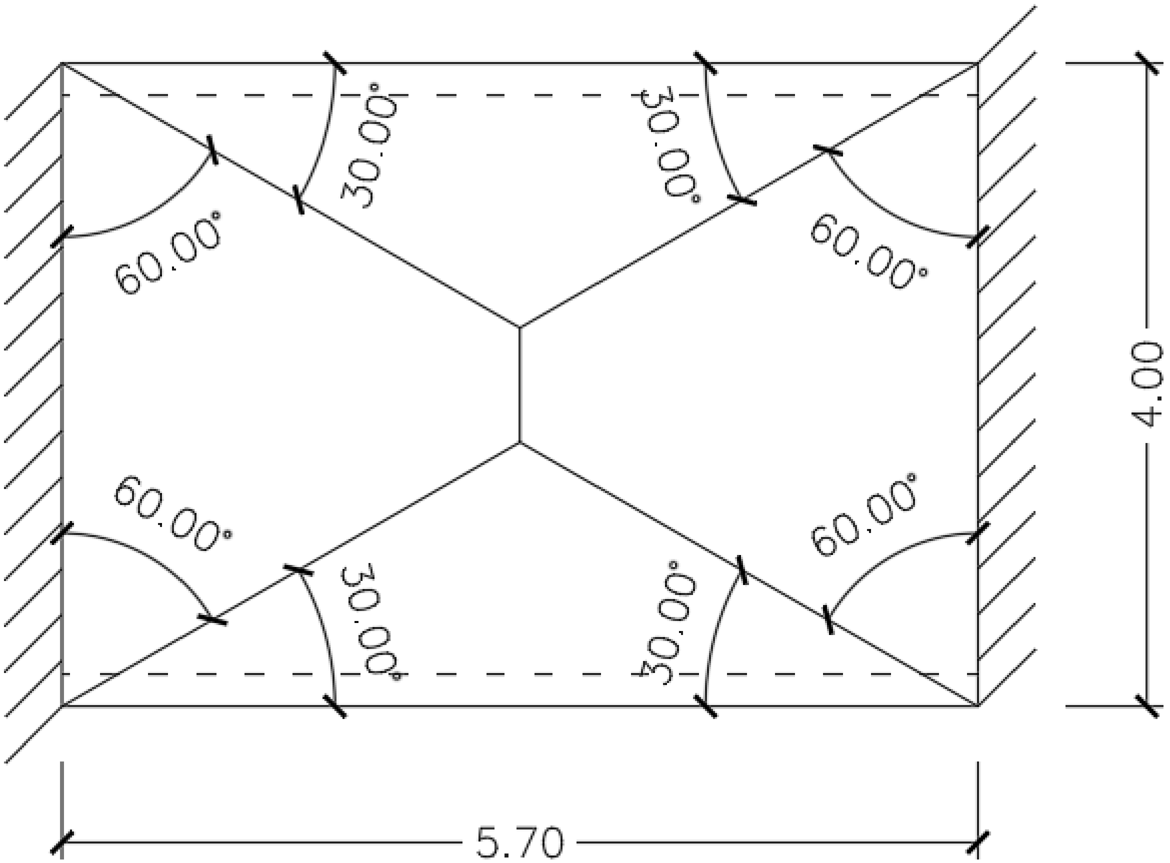
Ya que no se conoce el punto de anulación del momento se adopta como regla práctica $\ell_y/4 = 1.00$ m



Cálculo de descargas sobre vigas

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

- **Aplicamos ley de sobre**

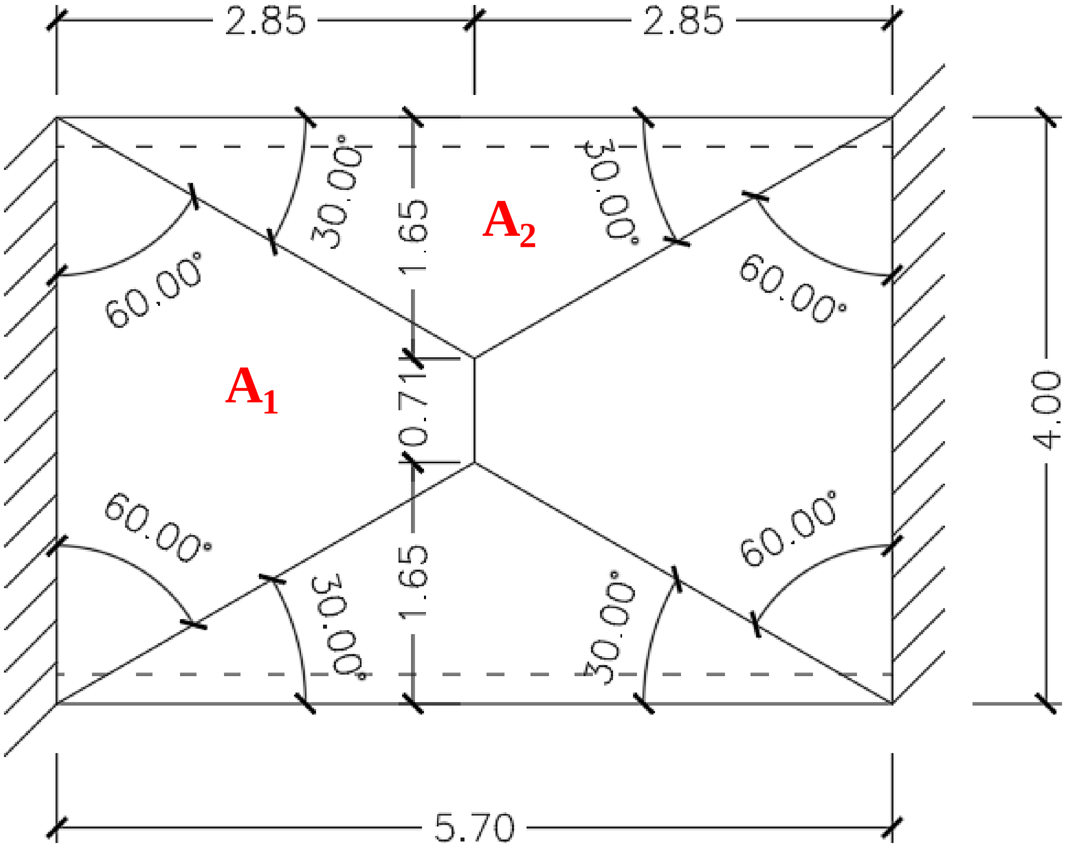


- **Aplicamos ley de sobre**

$$A_1 = \frac{(4.00\ \mathrm{m} + 0.71\ \mathrm{m}) \times 2.85\ \mathrm{m}}{2}$$

$$A_1 = 6.71\ m^2$$

$$V_d = \frac{A_1\ q_d}{4.00\ \mathrm{m}} = \frac{6.71\ \mathrm{m}^2 \times 27.6\ \mathrm{kN/m}^2}{4.00\ \mathrm{m}} = 46.3\ \mathrm{kN/m}$$



Cálculo de descargas sobre vigas

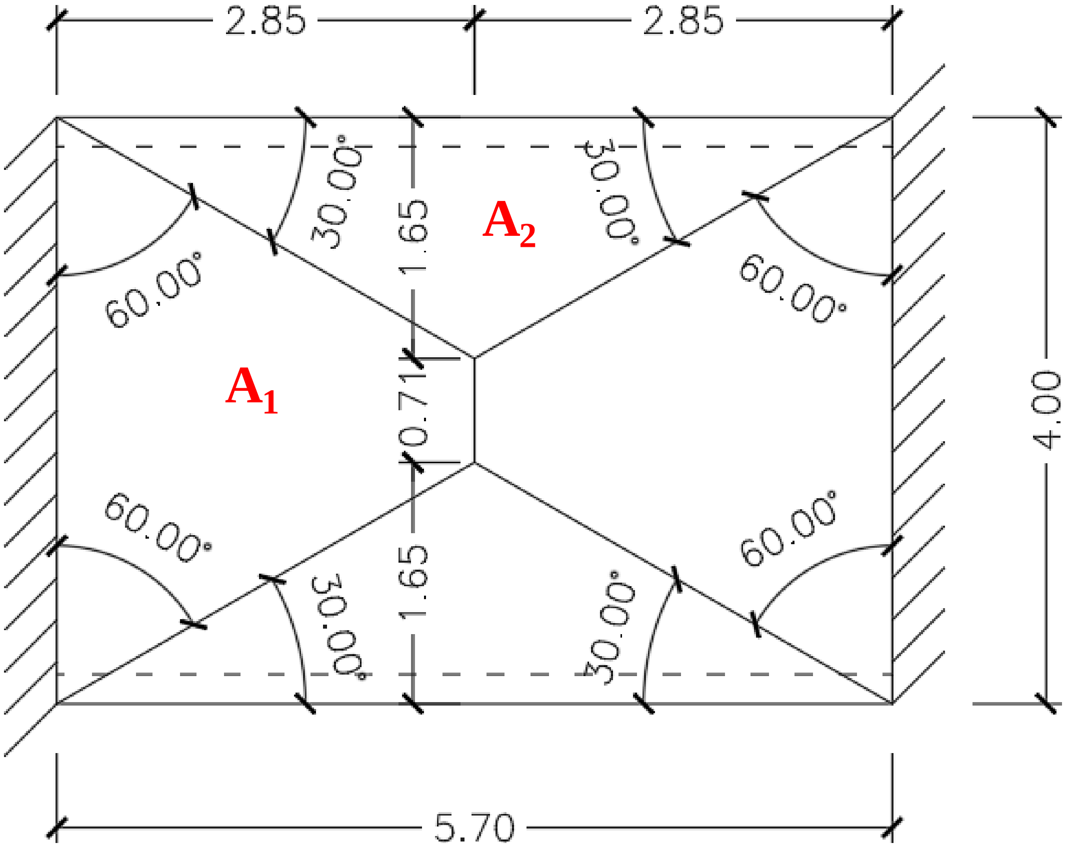
UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

- **Aplicamos ley de sobre**

$$A_2 = \frac{5.70\ \mathrm{m} \times 1.65\ \mathrm{m}}{2}$$

$$A_1 = 4.70\ \mathrm{m}^2$$

$$V_d = \frac{A_2\ q_d}{5.70\ \mathrm{m}} = \frac{4.70\ \mathrm{m}^2 \times 27.6\,\mathrm{kN/m}^2}{5.70\ \mathrm{m}} = 22.8\ \mathrm{kN/m}$$



Verificación de cortante

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

- **Compresión oblicua en el alma**

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w\, z v_1 f_{cd} \frac{1}{cot\theta + tan\theta} = 0{,}216\, f_{cd} b_w d_2 = 396\ \mathrm{kN/m}$$

- **Agotamiento por tracción en el alma**

$$V_{Rd,c} = max\left\{\frac{0.18}{\gamma_c}\, k\,(100\,\rho_1\, f_{ck})^{1/3} b_w\, d\,, 0{,}035\, k^{3/2}\, f_{ck}^{1/2}\, b_w\, d\right\}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 2.34 < 2 \Rightarrow k = 2$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b\, d_2} = \frac{10.3\ \mathrm{cm^2/m}}{0.11\ \mathrm{m}} = 0.936\ \%$$

$$V_{u2} = max\{75.5\ \mathrm{kN/m}\,, 54.4\ \mathrm{kN/m}\} = 75.5\ \mathrm{kN/m}$$

Comentarios ELS

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

- **Según EHE 50.2.2.1:**

No será necesaria la comprobación de flechas cuando la relación luz/canto útil del elemento estudiado sea igual o inferior al indicado en la tabla 50.2.2.1.a

$$\frac{L}{d} = \frac{5.70\text{ m}}{0.12\text{ m}} = 47.5$$

$$\frac{L}{d} = \frac{4.00\text{ m}}{0.12\text{ m}} = 33.3$$

Se deberá estudiar el ELS de Deformaciones

¿Qué otros ELS podría ser necesario verificar?

Tabla 50.2.2.1.a
Relaciones *L/d* en vigas y losas de hormigón armado sometidos a flexión simple

Sistema estructural *L/d*	*K*	Elementos fuertemente armados: $\rho = 1{,}5\%$	Elementos débilmente armados $\rho = 0{,}5\%$
Viga simplemente apoyada. Losa uni o bidireccional simplemente apoyada	1,00	14	20
Viga continua[1] en un extremo. Losa unidireccional continua[1,2] en un solo lado	1,30	18	26
Viga continua[1] en ambos extremos. Losa unidireccional o bidireccional continua[1,2]	1,50	20	30
Recuadros exteriores y de esquina en losas sin vigas sobre apoyos aislados	1,15	16	23
Recuadros interiores en losas sin vigas sobre apoyos aislados	1,20	17	24
Voladizo	0,40	6	8

[1] Un extremo se considera continuo si el momento correspondiente es igual o superior al 85% del momento de empotramiento perfecto.
[2] En losas unidireccionales, las esbelteces dadas se refieren a la luz menor.
[3] En losas sobre apoyos aislados (pilares), las esbelteces dadas se refieren a la luz mayor.

Here comes the end