Curso: HORMIGÓN ESTRUCTURAL 1

Práctico 8
Tensores y Ehlers

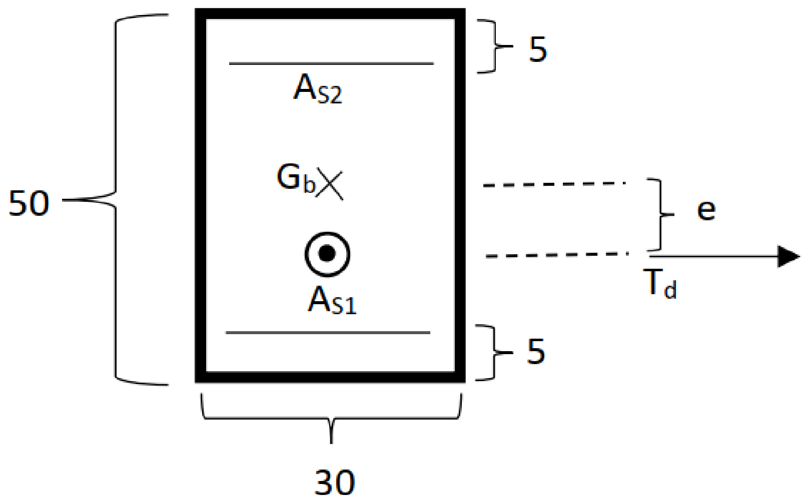
Agustín Vidal (avidal@fing.edu.uy)

1er Semestre - 2024

Universidad de la República - Uruguay

Ejemplo 1: Tracción entre las armaduras

Se pide determinar las armaduras As1 y As2 del tensor de hormigón descripto en la figura.



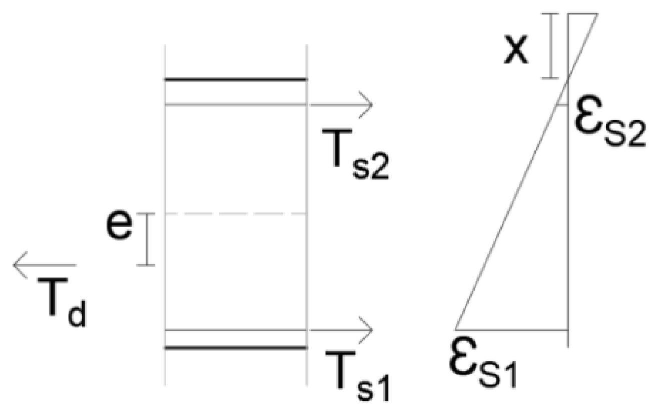
$f_{ck} = 25$ MPa

$f_{yk} = 500$ MPa

$T_d = 300$ kN

$e = 10$ cm

$T_s = 200$ kN



Ejemplo 1: Tracción entre las armaduras

Equilibrio horizontal:

$$T_d = T_{S1} + T_{S2}$$

Equilibrio de momentos desde A_{S2}:

$$0.3T_d = 0.4\,T_{S1} \rightarrow T_{S1} = \frac{0.3}{0.4}T_d = 225\,kN$$

Se despeja T_{S2}:

$$T_{S2} = T_d - T_{S1} = 75\,kN$$

Para hallar la armadura necesaria primero se supondrá A_{S1} en fluencia:

$$A_{S1} = \frac{T_{S1}}{f_{yd}} = \frac{225\,kN}{435\,MPa} = 5{,}18\,cm^2 \rightarrow 3\Phi 16$$

Para hallar la armadura A_{S2} se plantea:

$$T_{S2} = A_{S2} \cdot \sigma_{S2} = A_{S2} \cdot E \cdot \epsilon_{S2}$$

$$\frac{\epsilon_{S2}}{(x + d')} = \frac{10‰}{(x + d)}$$

Ejemplo 1: Tracción entre las armaduras

Dado que ϵ_{S2} y x son desconocidas, no tiene solución la ecuación planteada. Se supondrá A_{S2} en fluencia. De esta manera el acero está trabajando a su máxima capacidad y se precisará la mínima área.

$$A_{S2} = \frac{T_{S2}}{f_{yd}} = \frac{75\ kN}{435\ MPa} = 1{,}73\ cm^2 \rightarrow 2\Phi 12$$

Reflexión; ¿Es esta armadura suficiente para el correcto desempeño de la estructura? ¿Qué otras limitaciones existen para el cálculo estructural?

Ejemplo 1: Tracción entre las armaduras

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

La letra proporciona la carga de diseño en combinación frecuente $T_s = 200\ kN$. Con la misma podemos repetir las cuentas realizadas y hallar una nueva armadura necesaria para esta combinación de carga. Adicionalmente, limitaremos la tensión a la cual puede estar sometido el acero a $\sigma_s = 200\ MPa$.

Equilibrio de momentos desde A_{S2}:

$$T_{S1}^{serv} = \frac{0.3}{0.4} T_s = 150\ kN$$

Se despeja T_{S2}:

$$T_{S2}^{serv} = T_d - T_{S1}^{serv} = 50\ kN$$

Hallamos armaduras:

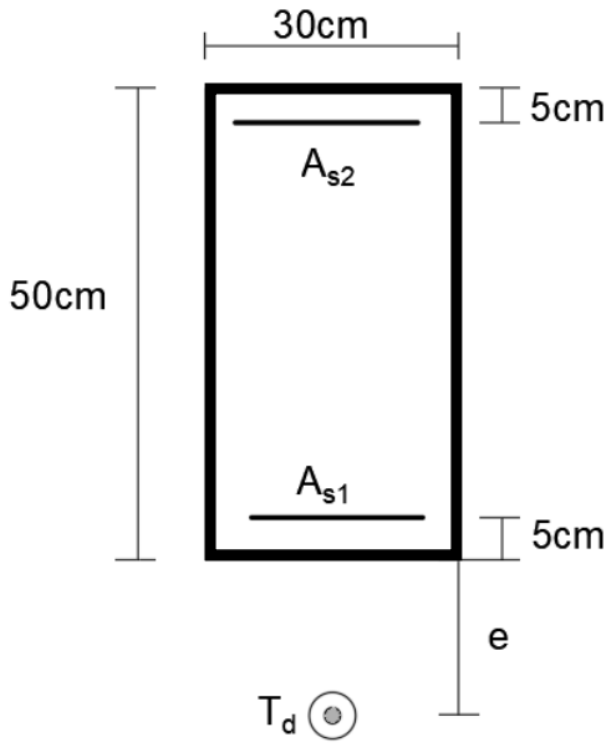
$$A_{S1}^{serv} = \frac{T_{S1}^{serv}}{\sigma_s} = \frac{150\ \mathrm{kN}}{200\ \mathrm{MPa}} = 7{,}5\ \mathrm{cm}^2 \rightarrow 4\Phi 16$$

$$A_{S2}^{serv} = \frac{T_{S2}^{serv}}{\sigma_s} = \frac{50\ \mathrm{kN}}{200\ \mathrm{MPa}} = 2{,}5\ \mathrm{cm}^2 \rightarrow 3\Phi 12$$

Es más restrictivo el estado límite de fisuración (ELS). Esto sucede muchas veces; el estado límite de servicio comúnmente es más restrictivo que el estado límite último.

Ejemplo 2: Tracción fuera de la sección

Se pide determinar las armaduras As1 y As2 del elemento de hormigón presentado en la figura, sabiendo que el mismo tendrá aplicado una tracción por debajo de la cara inferior.



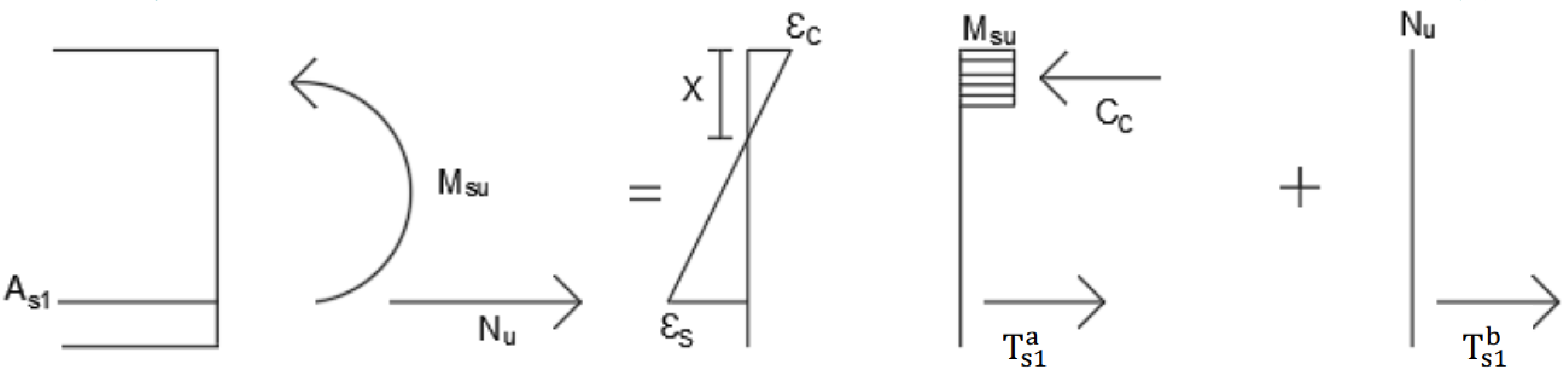
f_{yk}=500 MPa
f_{ck}=25 MPa
T_d=300 kN
e=0,45 m

Se trata de **tensoflexion** en donde el equivalente al torsor aplicado es una directa que cae por fuera de las armaduras. Por lo tanto se aplica Ehlers.

Ejemplo 2: Tracción fuera de la sección

Primero se calcula el torsor equivalente en la fibra de A_{S1}.

$$M_{SU} = T_d 0.5 = 150\ kNm \quad \text{y} \quad N_u = T_d = 300\ kN$$



Ejemplo 2: Método por descomposición

Para la situación (a) aplicamos ecuaciones adimensionales ya vistas:

$$\mu = \frac{M_d}{bd^2 f_{cd}} = 0{,}148 < 0{,}295 \rightarrow VSA$$

Al ser armado simple, $\omega \equiv \omega_1$.

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2\mu} = 0{,}161$$

$$A_{s1}^{a} = \frac{\omega b d f_{cd}}{f_{yd}} = 8{,}34\ cm^2$$

Para la situación (b) simplemente se tiene que:

$$A_{s1}^{b} = \frac{T_d}{f_{yd}} = 6{,}90\ cm^2$$

Resultando:

$$A_{s1} = A_{s1}^{a} + A_{s1}^{b} = 15{,}24\ cm^2 \rightarrow 5\phi 20$$

Ejemplo 2: Método por descomposición

Se tiene además que:

$$\frac{x}{d} = \frac{\omega}{0.8} \rightarrow x = 9{,}06\ cm$$

La pieza se encuentra en dominio 2 y las deformaciones del acero son de 10 ‰.
Aplicando semejanza de triángulos se llega a que:

$$\epsilon_c = 2{,}5\ ‰$$

Ejemplo 2: Método ecs. adimensionales

Se puede resolver el problema usando las ecuaciones adimensionales vistas en el curso:

$$\nu = -\nu_c - \omega_2 + \omega_1 \qquad (1)$$

$$\mu_{su} = \mu_c + \omega_2(1 - \delta') \qquad (2)$$

$$0.8\zeta = \nu_c = 1 - \sqrt{1 - 2\mu_c} \qquad (3)$$

Primero, calculamos μ_{su}:

$$\mu_{su} = \frac{M_{su}}{bd^2 f_{cd}} = 0{,}148 < 0{,}295 \rightarrow VSA$$

Dado a que el elemento es simplemente armado $(\mu_{su} = \mu_c) \rightarrow \omega_2 = 0$

Posteriormente, hallamos ζ usando la ecuación (3):

$$\zeta = 1 - \frac{\sqrt{1 - 2\mu_c}}{0.8} = 0{,}201 \ \rightarrow x = \zeta d = 9{,}06\ cm$$

$$\nu_c = 0.8\zeta = 0{,}161$$

Ejemplo 2: Método ecs. adimensionales

Se calcula ν usando la definición:

$$\nu = \frac{\mathrm{N}_u}{bdf_{cd}} = 0{,}133$$

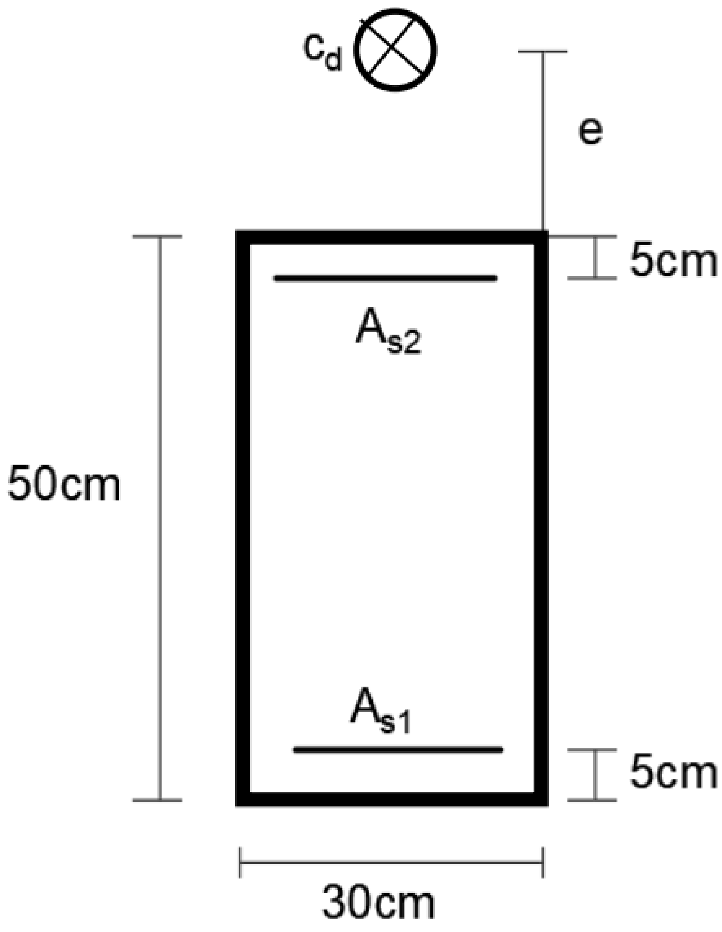
Volviendo a la ec. (1) podemos calcular ω_1:

$$\nu = -\nu_c + \omega_1 \rightarrow \omega_1 = \nu + \nu_c = 0{,}294$$

$$A_{s1} = \frac{\omega_1 bdf_{cd}}{f_{yd}} = 15{,}24\ cm^2$$

Ejemplo 3: Compresión fuera de la sección

Se calculará la armadura para el caso en que nuestra sección esté sometida a una compresión por fuera de las armaduras.



f_{yk}=500 MPa
f_{ck}=25 MPa
C_d=300 kN
e=0,35 m

Ejemplo 3: Compresión fuera de la sección

Comenzamos calculando:

$$|\nu| = \frac{C_d}{bdf_{cd}} = 0{,}133 < 0{,}360$$

Dado que $|\nu| < 0{,}360$ y la directa resultante del torsor equivalente cae fuera de la sección, es posible aplicar Ehlers.

Calculamos el torsor equivalente desde la fibras de A_{s1}:

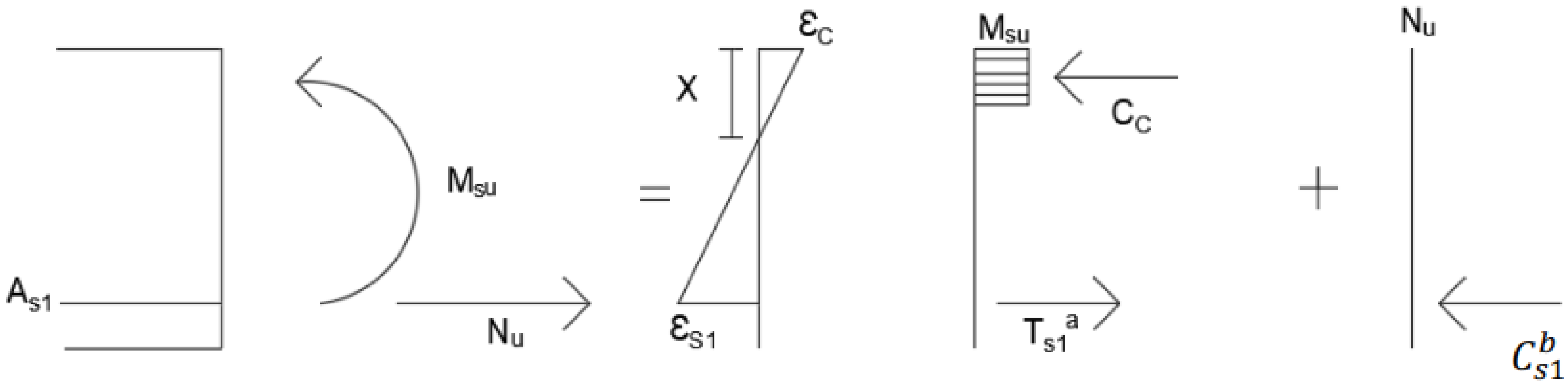
$$M_{su} = C_d 0{,}8m = 240\ kNm$$
$$N_u = 300\ kN$$

(Hay que recordar que N_u es negativa al aplicar las ecuaciones adimensionales, dado que las mismas asumen tracciones positivas y compresiones negativas.)

Ejemplo 3: Método por descomposición

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

Nuevamente descomponemos el problema en dos situaciones: (a) flexión pura y (b) directa sobre la armadura más traccionada.



Empleando ecuaciones adimensionales para flexión pura:

$$\mu = \frac{M_d}{bd^2 f_{cd}} = 0{,}237 < 0{,}295 \rightarrow VSA$$

$$\omega = 0{,}275$$

$$A_{s1}^{a} = 14{,}22\ cm^2$$

Ejemplo 3: Método por descomposición

En la situación (b) tenemos una compresión aplicada sobre la armadura inferior:

$$A_{s1}^{b} = -\frac{C_d}{f_{yd}} = \frac{-300\ kN}{435\ MPa} = -6{,}9\ cm^2$$

Dado que se trata de una fuerza en compresión, obtenemos un área a ser restada a aquella calculada por flexión.

$$A_{s1} = A_{s1}^{a} + A_{s1}^{b} = 14{,}11\ cm - 6{,}9\ cm = 7{,}32\ cm^2 \rightarrow 4\phi 16$$

Finalmente:

$$x = \frac{\omega d}{0{,}8} = 15{,}46\ cm$$

La pieza se encuentra en dominio 3, por lo tanto $\epsilon_c = 3{,}5\ ‰$ y aplicando semejanza de triángulos se obtiene $\epsilon_s = 6{,}7\ ‰ > \epsilon_{fl}$ por lo que la armadura inferior se encuentra en fluencia.

Ejemplo 3: Método ecs. adimensionales

$$\mu_{su} = \frac{M_{su}}{bd^2 f_{cd}} = 0{,}237 \rightarrow VSA$$

$$\mu_{su} = \mu_c \rightarrow \omega_2 = 0$$

$$\zeta = 1 - \frac{\sqrt{1 - 2\mu_c}}{0{,}8} = 0{,}343$$

$$\nu_c = 0{,}8\zeta = 0{,}275$$

$$\nu = \frac{N_u}{bdf_{cd}} = -\frac{300kN}{bdf_{cd}} = -0{,}133$$

Entonces:

$$\omega_1 = \nu + \nu_c = -0{,}133 + 0{,}275 = 0{,}141$$

$$A_{s1} = 7{,}32\ cm^2$$

Cuantías

Los elementos a tracción simple o compuesta deben cumplir con la cuantía mecánica que se explicita en el artículo 42.3.4 de la EHE-08.

$$A_p f_{pd} + A_s f_{yd} \geq P + A_c f_{ct,m}$$

Donde A_p y P son nulos dado que no existirá pretensado en el curso.

$$A_s f_{yd} \geq A_c f_{ct,m}$$

This is the end