

PRÁCTICO 3: COMBINATORIA II (SECCIONES 1.3 Y 1.4)
PERMUTACIONES, ARREGLOS Y COMBINACIONES CON REPETICIÓN

Ejercicio 1. ¿Cuántas palabras distintas pueden construirse (con o sin sentido), usando todas las letras de la palabra ASALAS?

Ejercicio 2. (Ej. 1 del examen de diciembre de 2016)

- a. ¿Cuántas palabras se pueden formar con las letras de SKYWALKER que empiecen en vocal y no contengan la secuencia RL?
- b. ¿Cuántas palabras se pueden formar con las letras de SKYWALKER que empiecen en vocal y no contengan la secuencia RK?

Ejercicio 3. ¿De cuántas maneras diferentes puede un Rey, desplazarse desde la esquina inferior izquierda (a1) hasta la esquina superior derecha (h8) de un tablero de ajedrez, admitiendo únicamente movimientos hacia arriba o hacia la derecha (no se permite movimiento en diagonal)?

Ejercicio 4. Determine cuántas funciones $f : \{1, 2, \dots, 10\} \rightarrow \{1, 2, \dots, 4\}$ verifican que cada elemento i en $\{1, 2, 3, 4\}$ tiene exactamente i preimágenes.

Ejercicio 5. Dados $A = \{1, 2, \dots, m\}$ y $B = \{1, 2, \dots, n\}$, hallar la cantidad de funciones $f : A \rightarrow B$ tales que:

- a. No hay restricciones.
- b. La función f es inyectiva.
- c. La función f es biyectiva.
- d. La función f es monótona creciente estrictamente.
- e. La función f es monótona creciente.

Ejercicio 6. Expresar los resultados de las siguientes preguntas como una combinación con repetición.

- (a) ¿Cuántas fichas diferentes hay en el juego popular del dominó?
- (b) ¿Cuántos resultados diferentes se pueden obtener al arrojar simultáneamente 3 dados idénticos?

Ejercicio 7.

- (a) Hallar la cantidad de soluciones naturales de la ecuación $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 4$.
- (b) Hallar la cantidad de soluciones naturales de la inecuación $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 < 4$.
- (c) Hallar la cantidad de soluciones naturales de la ecuación $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 15$ tal que se cumplen simultáneamente las siguientes condiciones: $x_1 \geq 3$ y $x_4 \geq 3$.

Ejercicio 8.

- (a) ¿Cuántas formas hay de sentar 5 personas en 12 sillas puestas en línea?
- (b) Ídem pero las personas no deben quedar sentadas en asientos contiguos.

Ejercicio 9. Hallar la cantidad de maneras de distribuir $2r$ pelotitas de las cuales la mitad son rojas y la otra mitad son azules en n cajas diferentes (las pelotitas del mismo color se consideran indistinguibles).

Ejercicio 10. ¿De cuántas formas puede distribuir un maestro 8 bizcochos de chocolate y 7 de crema entre 3 estudiantes si cada estudiante desea al menos un bizcocho de cada tipo?

Ejercicio 11.

- a. Sean n, t enteros positivos y n_1, \dots, n_t números naturales tales que $n_1 + n_2 + \dots + n_t = n$.
Demostrar que el coeficiente de $x_1^{n_1} x_2^{n_2} \dots x_t^{n_t}$ en $(x_1 + x_2 + \dots + x_t)^n$ es $\frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_t!}$.
- b. Determinar el coeficiente de x^4 en el desarrollo de $(x^3 - x^2 + x - 1)^6$.
- c. Hallar el coeficiente de x^6 en $(2 + 2x + 2x^2 + 2x^3 + 2x^4 + x^5)^5$.

Ejercicio 12.

- (a) Hallar el coeficiente en x^5 en el desarrollo de $(x^5 + x - 1)^{10}$.
- (b) Hallar el coeficiente en xy^3z^5 del polinomio $(2x + 4y + 2z + 5)^{14}$.