

# CURSO TOPOGRAFIA PLANIMETRICA

## 1er. Semestre 2024

DOCENTES:

Ing. Agrim. MAGALI MARTINEZ – Ing. Agrim. MARTIN WAINSTEIN

# 8\_ESTACIÓN TOTAL ERRORES INSTRUMENTALES

## INTRODUCCIÓN

Para la correcta medición de ángulos horizontales y verticales utilizando una Estación total, deben de cumplirse como mínimo, las siguientes condiciones de fabricación:

- El eje principal debe de ser vertical.
- El eje secundario debe ser normal al eje principal (horizontal).
- El eje de colimación debe ser normal al eje secundario.
- El eje principal debe pasar por el centro del limbo
- Los tres ejes deben de cruzarse en un mismo punto

Dichas condiciones deben de ser proporcionadas por el fabricante, es recomendable realizar chequeos y calibraciones una vez por año.

Para el siguiente análisis de errores, se considerará que solo se encuentra afectado por uno de ellos

**ERROR DE INCLINACIÓN DEL EJE PRINCIPAL**

Sea  $IZ'$  la posición del Eje Principal, que forma un ángulo  $v$  con la vertical  $IZ$ , y sea  $F'C'$  la posición del Eje Secundario, normal al Eje Principal, que forma también un ángulo  $v$  con la horizontal  $FC$ .

$$Z\hat{I}Z' = F\hat{I}F' = v$$

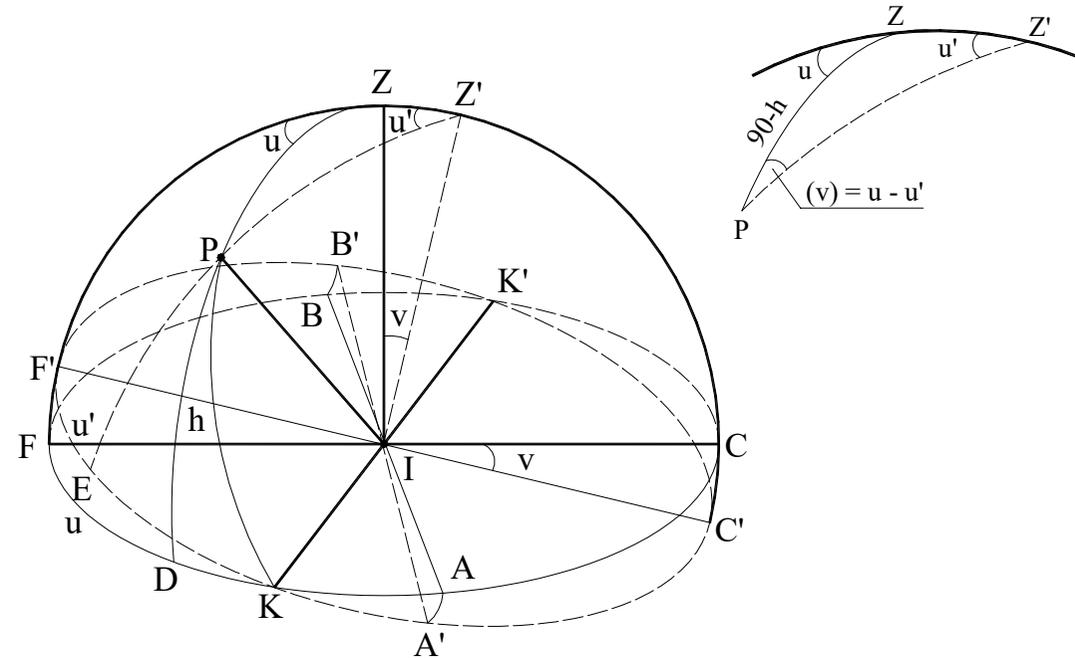
El error de proyección será:  $FD - F'E = (v) = u - u'$

Los ángulos  $u$  y  $u'$ , que aparecen como arcos, pueden considerarse también como ángulos en el cenit  $Z$  y  $Z'$ , como se ve en el detalle, por lo que:

$$u - u' = v \cdot \text{sen } u' \cdot \text{tg}(90 - h)$$

o bien se puede sustituir  $u'$  por  $u$ , entonces:  $u - u' = v \cdot \text{sen } u \cdot \text{tgh} = (v)$

Donde  $h$  es el ángulo vertical que forma la visual al punto bisectado ( $P$ ) con respecto a la horizontal.



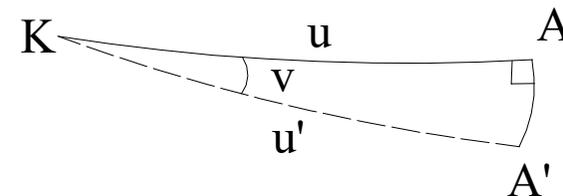
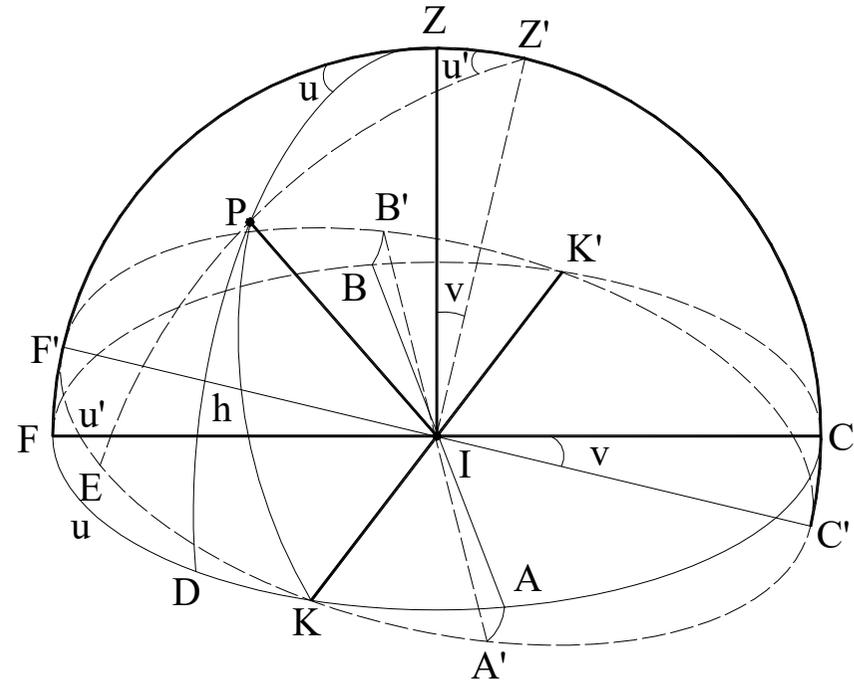
**ERROR DE INCLINACIÓN DEL EJE PRINCIPAL**

Analizado de otra manera, al visar el punto **P**, el eje secundario ocupará la posición **A'B'**, perpendicular a **IE** en lugar de la posición **AB**, perpendicular a **ID**, formando el ángulo respecto a la horizontal **AIA' = i'**.

Ahora bien, el triángulo **KAA'** es rectángulo en **A** y su cateto  $KA = u$ , por ser  $FD + DK = 90^\circ$  y  $DK + KA = 90^\circ$  teniéndose:

$$AA' = K \cdot \text{sen}KA \text{ entonces } i' = v \cdot \text{senu}$$

$$(i') = i \cdot \text{tgh} = v \cdot \text{senu} \cdot \text{tgh}$$



## ERROR DE INCLINACIÓN DEL EJE PRINCIPAL

La fórmula nos dice que cuando bisectamos un punto con visual horizontal, la influencia del error es nula pues:

$$\text{para } h = 0^\circ \text{ tg } h = 0 \text{ v}'_{\text{min}} = 0$$

Mientras que cuando se bisecta un punto elevado:

$$\text{para } h \rightarrow 90^\circ, \text{ tg } h \rightarrow \infty \text{ v}'_{\text{máx}} \rightarrow \infty$$

En cuanto a la influencia  $v'$ , ésta no puede compensarse con el método de Bessel. De allí la importancia del calaje de la Estación. Al aplicar el método de Bessel, no se produce una compensación del error, pues el mismo está asociado a todo el instrumento, el que seguirá inclinado el mismo ángulo  $v$  incluido el eje secundario, defecto del cual proviene la influencia más notoria. Esta variará solo cuando se modifique el error o bien lo hace en la medida que giramos la alidada, donde el error pasa de un máximo  $v$  hasta anularse, variación que se ajusta a la función seno.

Por lo que para eliminar o minimizar el error de verticalización del eje principal, el compensador cumple un papel fundamental.

## ERROR DE EJE DE COLIMACIÓN

El eje de colimación debe ser perpendicular al eje secundario, de tal forma que al rotar el mismo, se describirá un plano vertical.

Cuando esto no ocurre, al girar el eje de colimación respecto al eje secundario, se describirá un cono de revolución de eje horizontal.

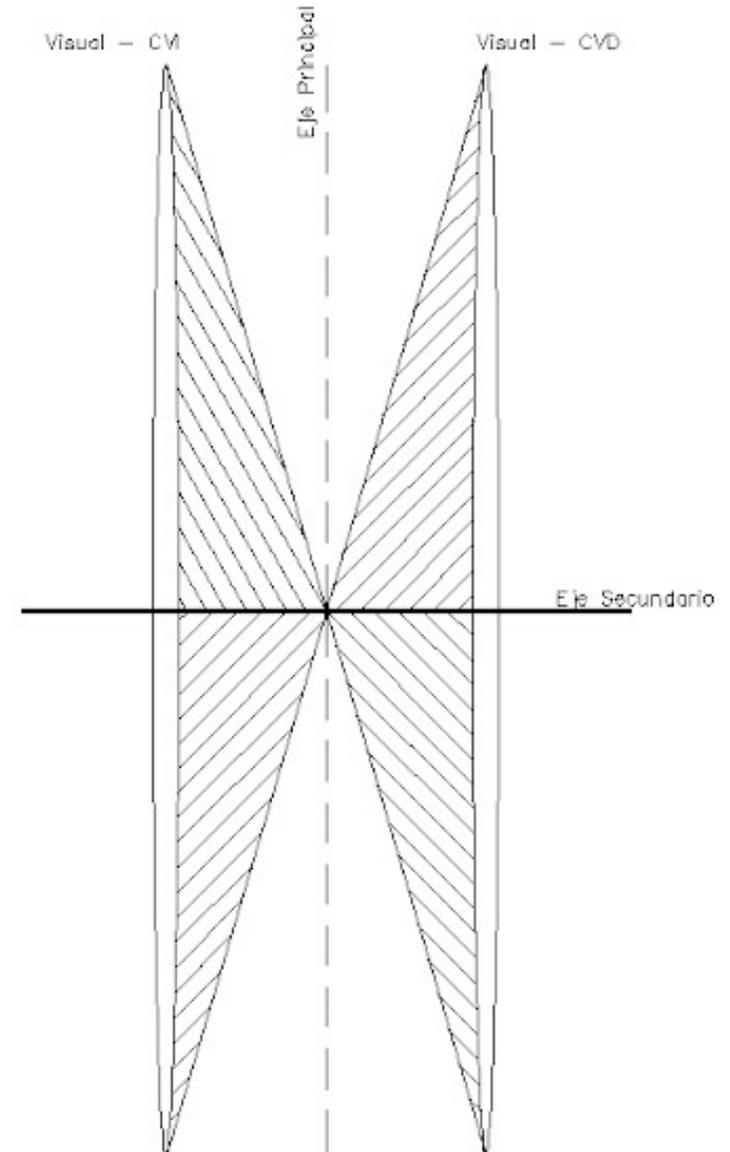
Esta falta de perpendicularidad afectará la medición de ángulos horizontales.

### Verificación del error de colimación:

Para saber si la estación total tiene error de colimación se pueden aplicar distintos métodos, los cuales utilizan partes del instrumento para ese control y eventual cálculo o corrección del error.

Dichos resultados en general no ponen de manifiesto solo el error de colimación, sino también los provenientes de otras componentes en juego.

Por lo que, para atenuar esos problemas las operaciones se hacen con visuales horizontales, en particular porque el error  $c$  es igual a la influencia  $c'$



## TOPOGRAFÍA PLANIMÉTRICA

### ERROR DE EJE DE COLIMACIÓN

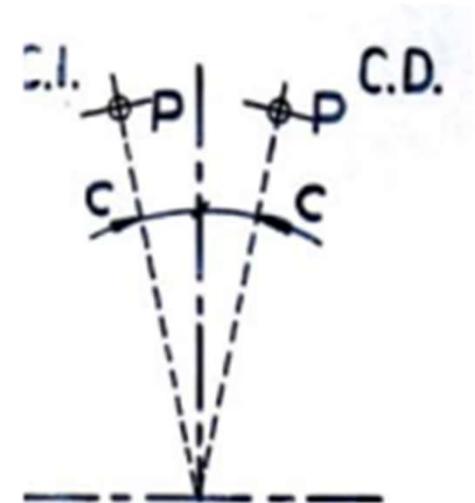
#### 1) Método visuales hacia un punto P con lecturas CI y CD:

Es un método sencillo, consiste en visar un punto ubicado en el "horizonte".

Se realizan las lecturas con el CVI y con el CVD, obteniéndose las lecturas  $L_i$  y  $L_d$ . Estas lecturas deberán diferir  $180^\circ$ . En caso contrario, tendremos que la diferencia (salvo  $180^\circ$ ) es el doble del error.

- Circulo Vertical a la Izquierda --  $L_{vi} = L_i + c$
- Circulo Vertical a la Derecha --  $L_{vd} = L_d \pm 180^\circ - c$

Al restar:  $L_i + c - (L_d \pm 180^\circ - c) = 0$   
 $2c = L_d \pm 180^\circ - L_i$

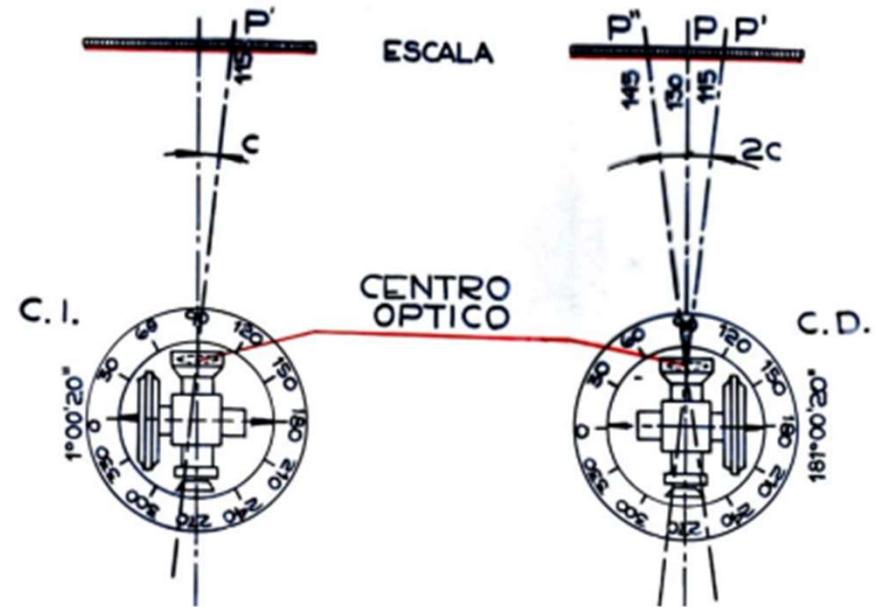


**ERROR DE EJE DE COLIMACIÓN**

**2) Método lecturas CI y CD sobre circulo y regla graduada**

Consiste en tomar lecturas lineales sobre una regla graduada colocada de manera horizontal, a la altura del instrumento y a una distancia  $d$ . El procedimiento consiste en visar la regla con C.I. tomando la lectura  $P'$  sobre la misma y LCI sobre el círculo. Luego con CD se provoca sobre el círculo la lectura  $LCD = LCI \pm 180^\circ$  tomando la lectura  $P''$  sobre la regla. Si  $P'$  y  $P''$  coinciden el instrumento carece de error, si no se lo puede calcular teniendo en cuenta:

$$\tan c' = \frac{p'p''}{2d}$$



Este valor del error  $c$  incluye errores menores cometidos en las lecturas del círculo y sobre la regla.

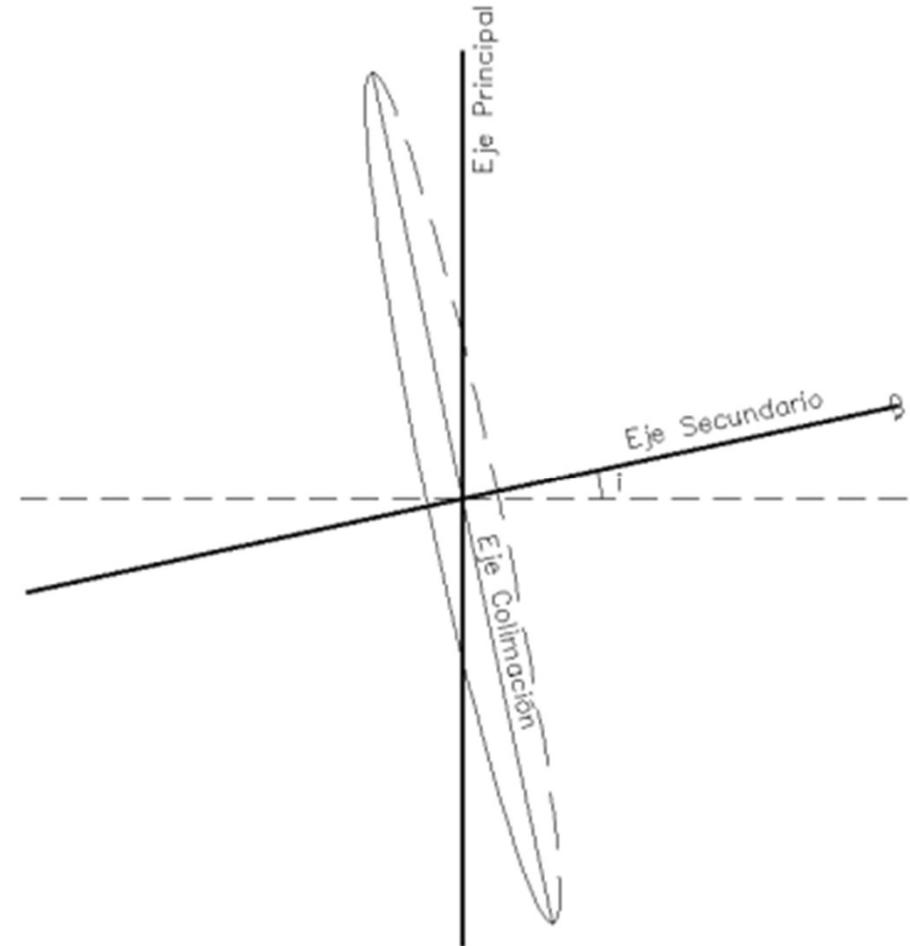


## TOPOGRAFÍA PLANIMÉTRICA

### ERROR DE INCLINACIÓN DEL EJE SECUNDARIO

El eje secundario debe ser normal al eje principal, en ese caso, al girar el anteojo alrededor de aquel, el eje de colimación (suponiéndolo normal al eje secundario) debe describir un plano vertical, que pasa por el centro del instrumento.

En caso de no cumplirse esta condición, el plano descrito por el eje de colimación tendrá una cierta inclinación "i" respecto de la vertical.

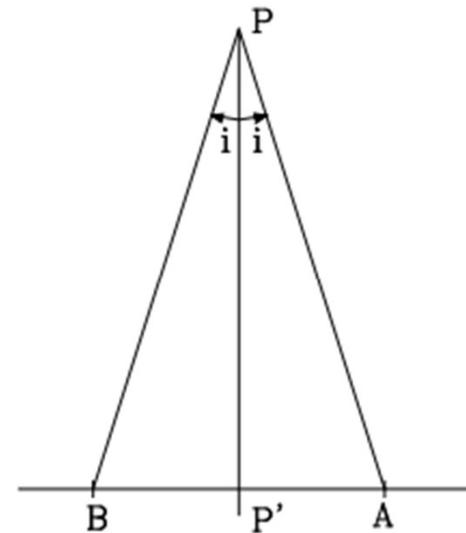
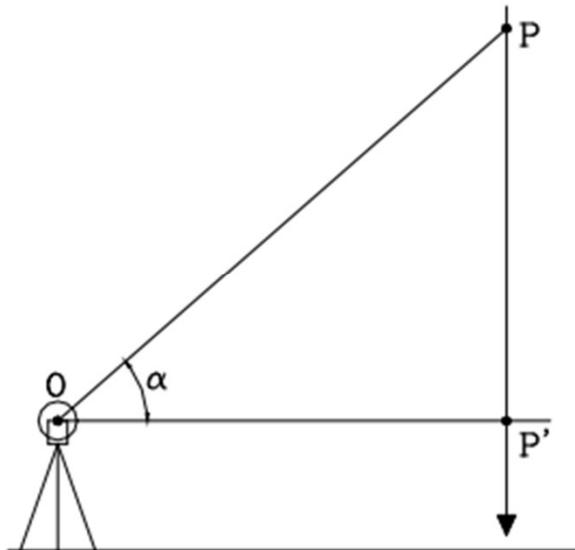


## TOPOGRAFÍA PLANIMÉTRICA

### ERROR DE INCLINACIÓN DEL EJE SECUNDARIO

Se pueden realizar comprobaciones de dos maneras:

- 1) Colocando una plomada con un hilo muy largo, visándolo con el instrumento con un gran ángulo de elevación, recorriéndolo luego. Si el retículo permanece centrado en el hilo, entonces se cumple la condición de perpendicularidad entre el eje secundario y el eje principal.
- 2) También puede verificarse visando un punto a gran altura (P), luego hacer la lectura en una regla o mira ubicada en el plano horizontal que pasa por el centro del instrumento, realizar un giro y tránsito, visar P, y leer nuevamente en la mira. Si se cumple la condición de perpendicularidad, ambas lecturas deberían coincidir en P', situado en el plano vertical que pasa por P. De no ser así, tendremos dos lecturas, A y B, simétricas respecto a P'.



**ERROR DE INCLINACIÓN DEL EJE SECUNDARIO**

Influencia del error de inclinación del eje secundario en la medición de ángulos horizontales

Sea AB la posición correcta del Eje secundario y A'B' la posición errónea, que forma con aquella un ángulo  $i$ .

Al bascular el anteojo, el Eje de Colimación se mueve en el plano Z'PC, en lugar de hacerlo en el plano vertical ZQC.

Al visar a un punto P, éste se proyectará erróneamente en C en lugar de hacerlo en D, siendo el arco CD =  $(i)$  el error de proyección.

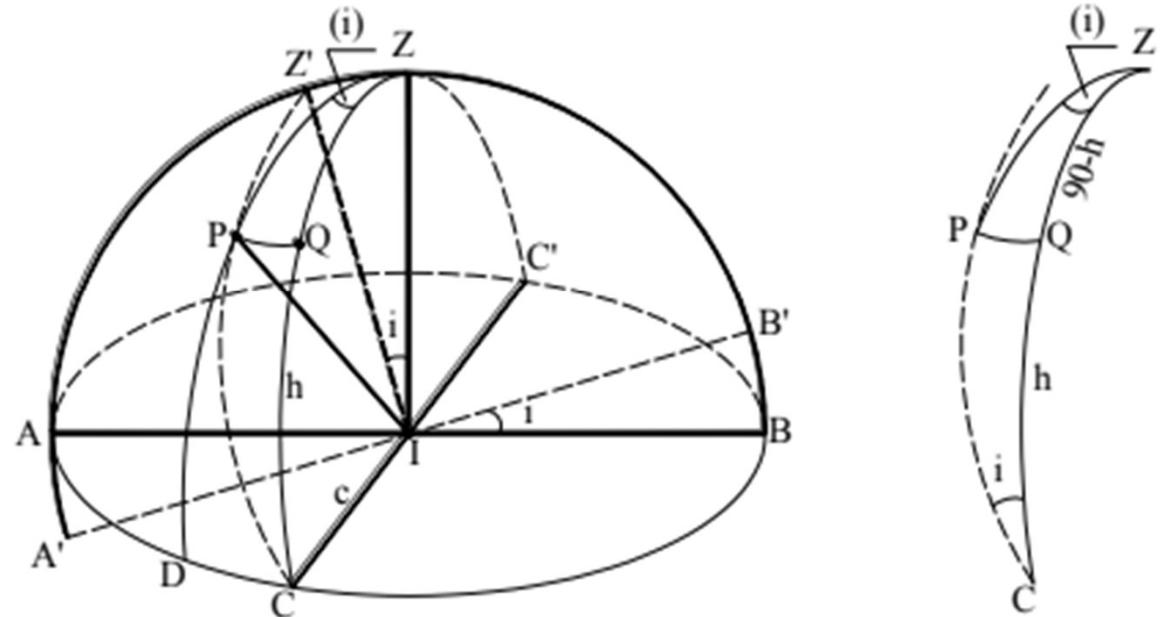
Comparando los triángulos esféricos ZPQ y PCQ, por teorema del seno:

$$(i) = P\hat{Z}Q, i = P\hat{C}Q$$

Entonces:

$$\frac{\text{sen}(PQ)}{\text{sen}(i)} = \frac{\text{sen}(90-h)}{\text{sen}90^\circ} \rightarrow PQ = (i)\text{sen}(90-h)$$

Por otro lado:  $\frac{\text{sen}(PQ)}{\text{Sen } i} = \frac{\text{sen } h}{\text{sen } 90^\circ} \rightarrow PQ = i \text{ senh} \rightarrow i \text{ senh} = (i) \text{ cosh} \quad \boxed{(i) = i \text{ tgh}}$



## TOPOGRAFÍA PLANIMÉTRICA

### ERROR DE EXCENTRICIDAD DEL EJE PRINCIPAL

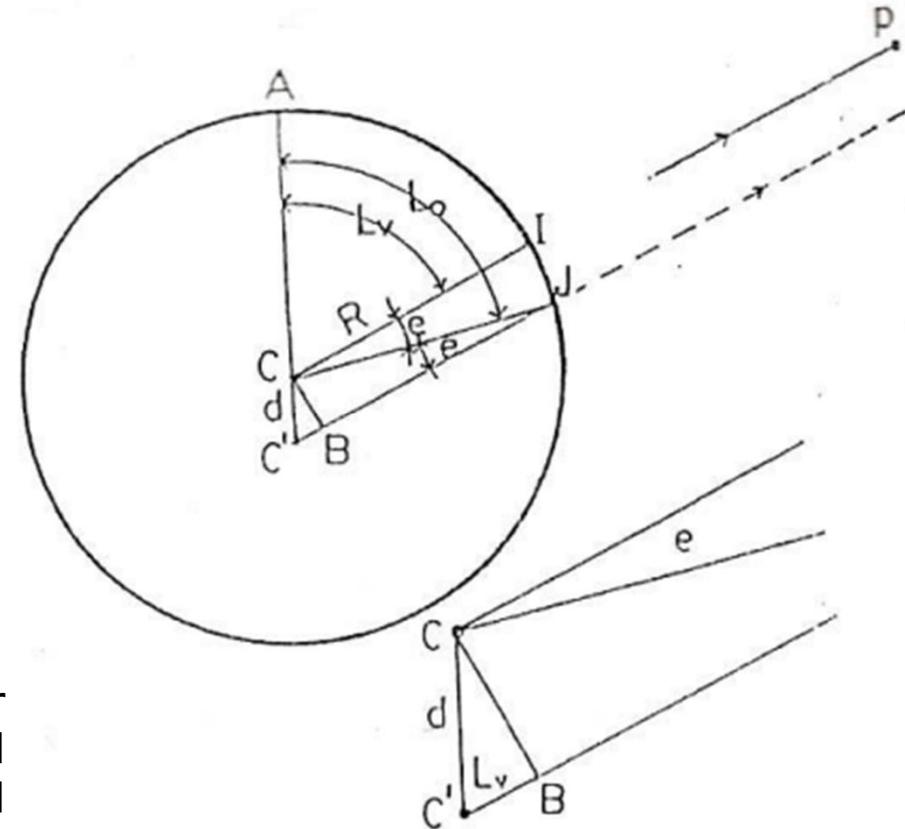
#### Influencia del error de inclinación del eje secundario en la medición de ángulos horizontales

Se presenta cuando el centro de giro de la alidada no coincide exactamente con el centro geométrico del limbo.

El centro de graduación del círculo horizontal debe coincidir con la prolongación del eje de rotación de la alidada. Este defecto, llamada excentricidad de la alidada, que influye en los valores angulares según sea su magnitud y posición respecto a las visuales

Dado el círculo graduado de radio  $R$  y centro  $C$ , el centro de la alidada es  $C'$  tal que la distancia  $CC' = d$ . Siendo  $A$  la dirección angular.

Si el instrumento carece de error, la alidada gira alrededor de  $C$ , la visual será  $CP$  y la lectura sobre el círculo  $I$  determina el ángulo correcto  $L_v$ . En cambio, por efectos del error, la alidada gira con eje en  $C'$ , la visual será  $C'P$  y la lectura  $J$  define el ángulo  $L_o$ . El valor " $d$ " es muy pequeño, del orden de los micrones por lo que para una distancia normal hasta  $P$  podemos considerar paralelas  $CP$  y  $C'P$ .



# TOPOGRAFÍA PLANIMÉTRICA

## ERROR DE EXCENTRICIDAD DEL EJE PRINCIPAL

Influencia del error de inclinación del eje secundario en la medición de ángulos horizontales

El error angular cometido por la excentricidad  $d$  es:

$$e = L_o - L_v$$

Para deducir su valor se recurre a la figura donde:

$$\text{sen } e = CB / R$$

Además del triángulo  $CC'B$ :

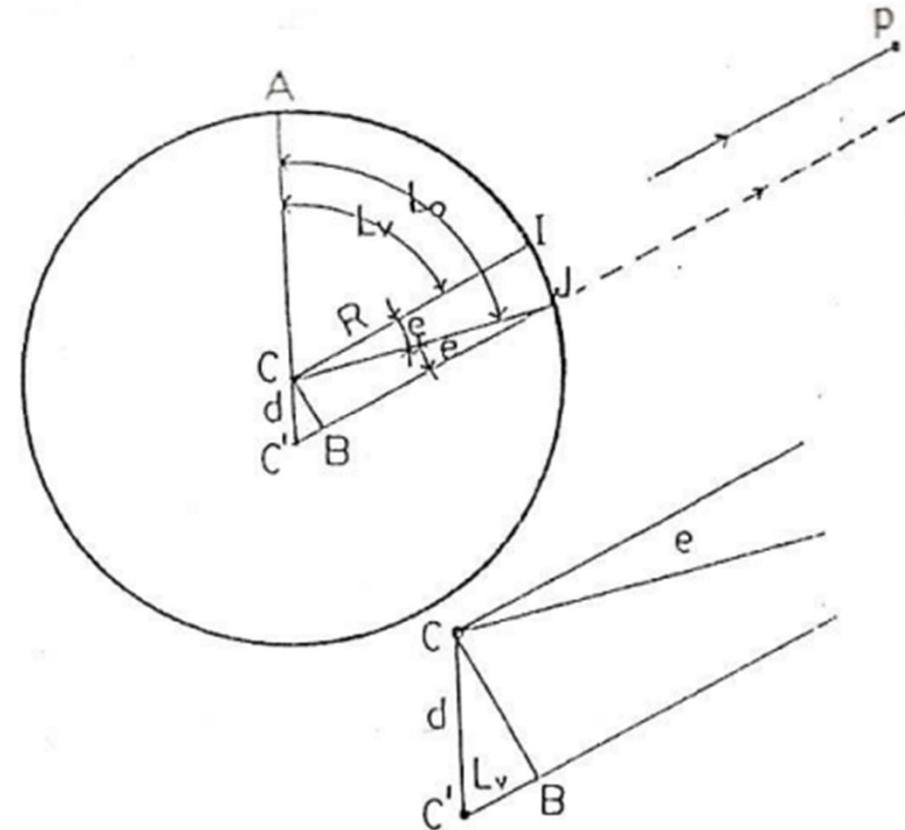
$$CB = d \cdot \text{sen } L_v$$

$$\text{sen } e = (d/R) \cdot \text{sen } L_v$$

y considerando que se trata de un ángulo pequeño:

$$\text{sen } e \approx e = (d / R) \cdot \text{sen } L_v$$

por lo que ( $e'' = d / R \text{ sen } L_v''$ ) es una función senoidal donde  $e''$  es máximo para  $L_v = 90^\circ$  o  $270^\circ$  y  $e''$  es mínimo para  $L_v = 0^\circ$  o  $180^\circ$ .



## TOPOGRAFÍA PLANIMÉTRICA

### ERROR DE EXCENTRICIDAD DEL EJE PRINCIPAL

Influencia del error de inclinación del eje secundario en la medición de ángulos horizontales

Al desconocerse la magnitud y ubicación de la eventual excentricidad, tampoco se sabe cuándo y cómo una visual está afectada. No obstante, operando con lecturas en ambas posiciones del círculo CI y CD, vemos en la figura que.

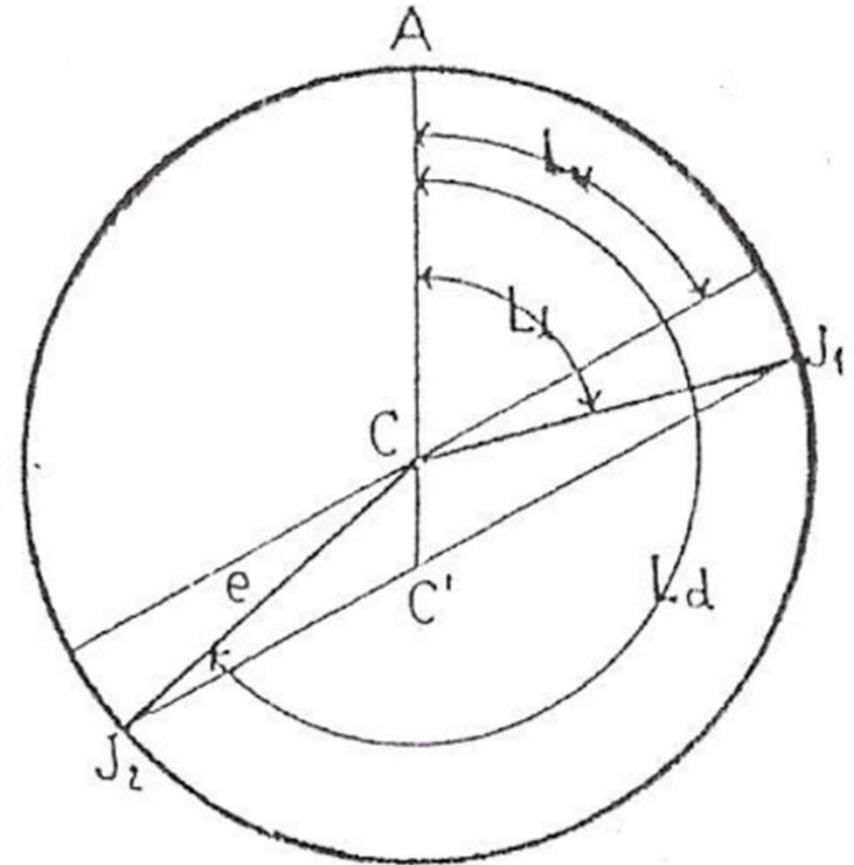
- Con Circulo Izquierda (CI) tendremos en J1 lectura del ángulo  $L_i$
- Con Círculo Derecha (CD) la lectura obtenida en J2 es  $L_d$ .

El valor angular correcto " $L_v$ " en ambos casos será:

- Con CI  $L_v = L_i - e$
- Con CD  $L_v = L_d + e \pm 180^\circ$

Sumando y promediando  $L_v = 1/2(L_i + L_d \pm 180^\circ)$

De esta manera, se compensa la influencia de la excentricidad al realizar la suma de las lecturas para luego promediarlas.



# TOPOGRAFÍA PLANIMÉTRICA

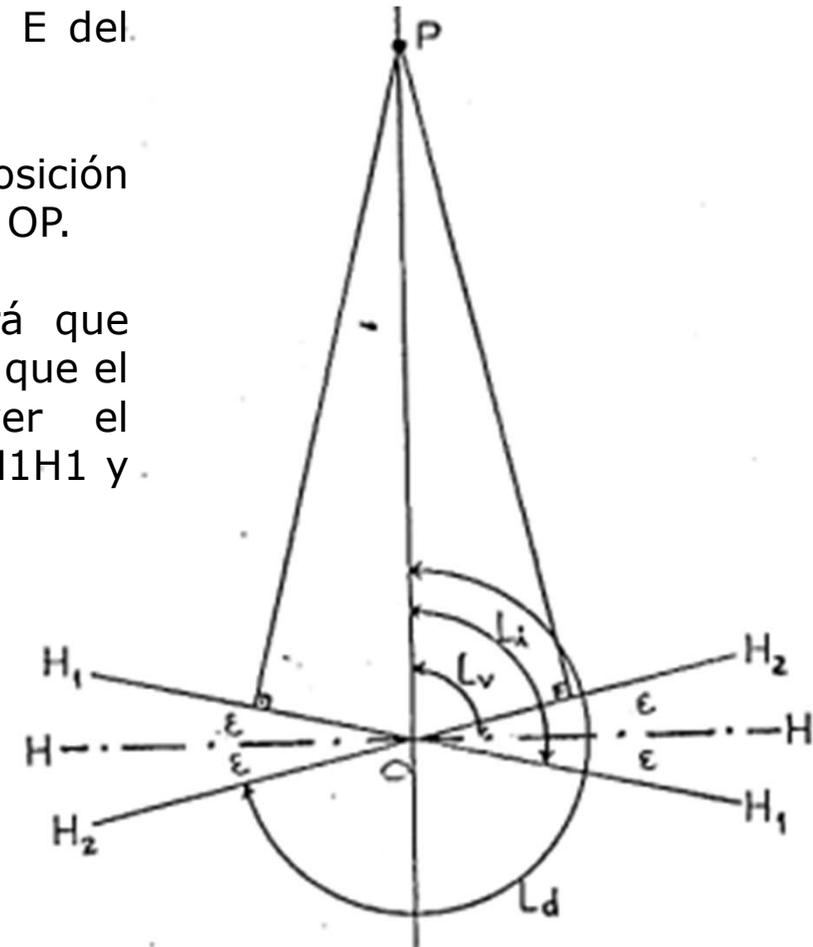
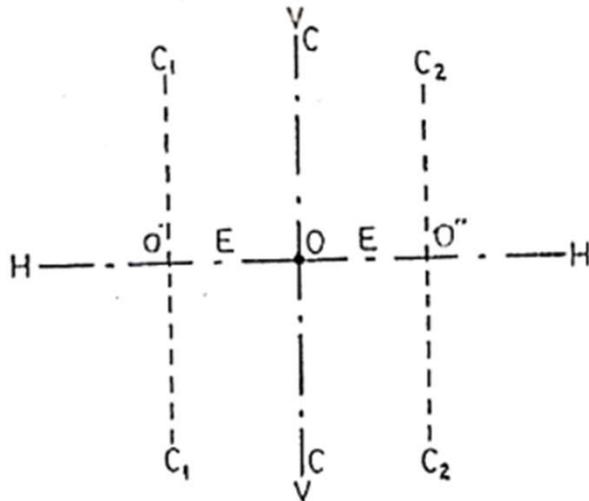
## ERROR DE EXCENTRICIDAD DEL EJE DE COLIMACIÓN

Este error sucede cuando los 3 ejes principales no se interceptan en un punto, por estar el eje de colimación desplazado de su posición correcta.

El eje de colimación se encuentra desplazado una distancia  $\pm E$  del punto crítico.

Considerando un punto  $P$ , y el instrumento libre de error, la posición del eje secundario será  $HH$  y la visual coincidiría con la dirección  $OP$ .

En cambio, al existir el error, para bisectar el punto habrá que imprimir un movimiento de rotación  $I$ ; a la alidada, de forma tal que el eje secundario, que nos sirve de referencia para ver el comportamiento de este error, pasará a ocupar las posiciones  $H_1H_1$  y  $H_2H_2$  para ambas posiciones de círculo.



## TOPOGRAFÍA PLANIMÉTRICA

### ERROR DE EXCENTRICIDAD DEL EJE DE COLIMACIÓN

Para este análisis hemos considerado el instrumento exento de error de colimación, obviamente con el instrumento puesto en estación y el valor de  $\epsilon$  corresponde a la influencia del error E sobre el ángulo horizontal medido.

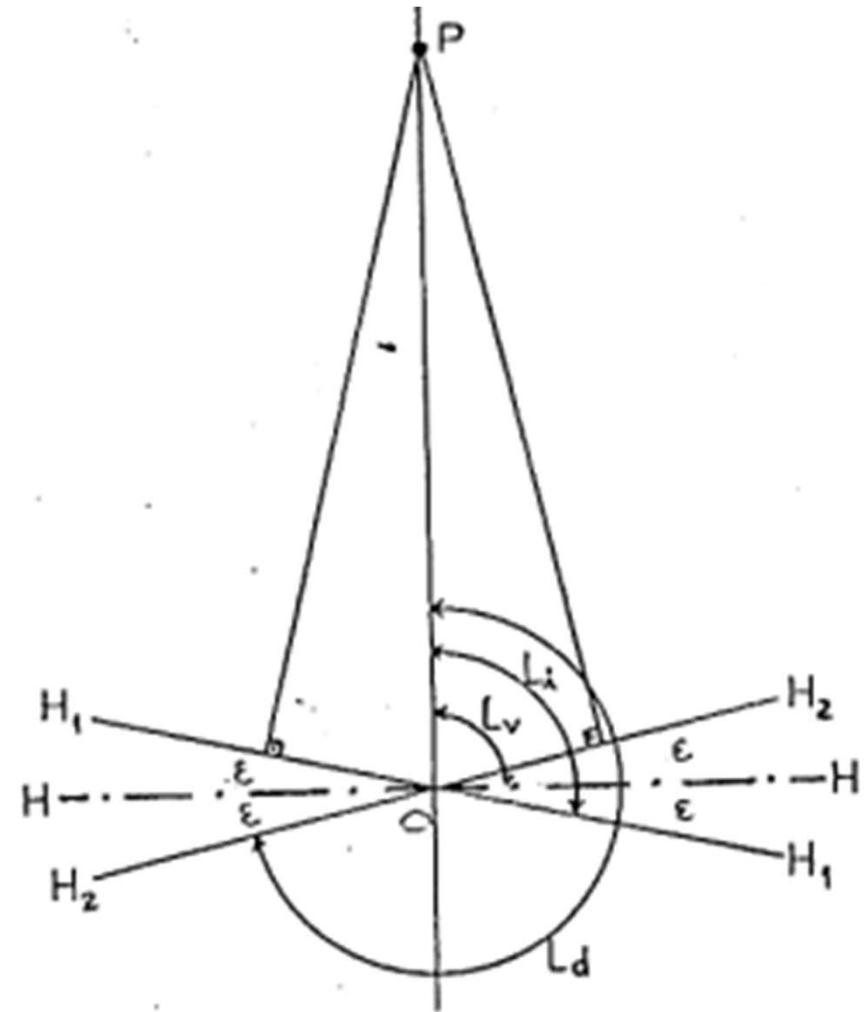
Se observa que la simetría del error  $\epsilon$  respecto a la posición correcta del eje de colimación al operar con CI y CD, genera influencias  $\epsilon$  similares y también simétricas para ambas posiciones. Por lo tanto, suponiendo al índice coincidente con uno de los lados de HH los valores angulares serán:

$$\text{C.I.} \Rightarrow L_v = L_i - \epsilon$$

$$\text{C.D.} \Rightarrow L_v = L_d + \epsilon \pm 180^\circ$$

$$\text{Sumando y promediando} \Rightarrow L_v = \frac{1}{2}(L_i + L_d \pm 180^\circ)$$

Vemos que, al operar con las lecturas de CI y CD, específicamente al sumar esos valores, se habrá compensado la influencia del error.



## TOPOGRAFÍA PLANIMÉTRICA

### ERROR DE CENIT

El error de cenit o error cenital se produce cuando la línea 0°-180° del limbo vertical del teodolito no coincide con la vertical del lugar, es decir la dirección cenit – nadir.

Efectuando lecturas conjugadas podemos detectar y determinar la magnitud de este error.

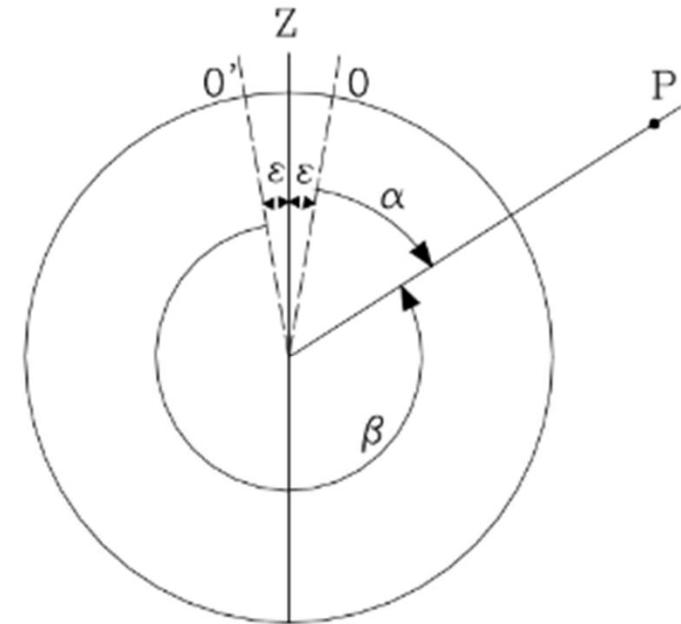
Visamos un punto P con el CVI y CVD, obteniendo 2 lecturas.

La suma de ambas lecturas debería ser igual a 360°, de no ser así, el instrumento está afectado de error de cenit, y su magnitud es igual a la mitad de la diferencia entre 360° y la suma de ambas lecturas.

Lectura CVI      Lectura CVD

$$L_v = \alpha + \varepsilon \quad L'_v = \beta + \varepsilon$$

$$L_v + L'_v = 360^\circ = \alpha + \beta + 2\varepsilon$$



$$\varepsilon = \frac{360^\circ - (\alpha + \beta)}{2}$$

## TOPOGRAFÍA PLANIMÉTRICA

### CONCLUSIONES

ERROR INSTRUMENTAL	SE APLICA BESSEL	CÁLCULO DE ERROR
Inclinación del eje principal	No se compensa con Bessel	$(v) = v \cdot \sin u \cdot \tan h$ Se elimina o minimiza con el compensador electrónico.
Inclinación del eje de colimación	Se puede corregir con Bessel	$\varepsilon = \frac{L_d - L_i \pm 180^\circ}{2}$
Inclinación del eje secundario	No se compensa con Bessel	$i' \cong i \cdot \tan h$
Excentricidad del eje principal	Se puede corregir con Bessel	$L_V = \frac{L_i + L_d \pm 180^\circ}{2}$
Excentricidad del eje de colimación	Se puede corregir con Bessel	$L_V = \frac{L_i + L_d \pm 180^\circ}{2}$
Cenit	Se puede corregir con Bessel	$\varepsilon = \frac{360^\circ - (\alpha + \beta)}{2}$