CURSO TOPOGRAFIA PLANIMETRICA

1er. Semestre 2024

DOCENTES:
Ing. Agrim. MAGALI MARTINEZ – Ing. Agrim. MARTIN WAINSTEIN

11_MÉTODOS TOPOGRÁFICOS

INTRODUCCIÓN

DEFINICIÓN:

Se entiende por métodos topográficos a las distintas técnicas que se utilizan en la toma de medidas distanciométricas y angulares, así como al tratamiento de esos datos para la realización de un trabajo topográfico, tanto en lo que concierne a la planimetría como a la altimetría. (Manuel Chueca Pazos, José Herráez, José Luis Berné).-

Todo trabajo topográfico deberá contemplar en general los siguientes aspectos:

· Determinación de los errores máximos a esperar (tolerancias).

· Elección del instrumental y metodologías a emplear.

· Planificación de las tareas.

· Determinación de costos.

CLASIFICACIÓN:

Los métodos topográficos se pueden clasificar en:

- Métodos Planimétricos
- Métodos Altimétricos
- Métodos plan-Altimétricos

INTRODUCCIÓN

PLANIMETRÍA:

La planimetría es la parte de la topografía que estudia el conjunto de métodos y procedimientos que tienden a conseguir la representación a escala de todos los detalles interesantes del terreno sobre una superficie plana (plano geometría), prescindiendo de su relieve y se representa en una proyección horizontal

ALTIMETRÍA:

La altimetría es la rama de la topografía que estudia el conjunto de métodos y procedimientos para determinar y representar la altura o "cota" de cada punto respecto de un plano de referencia.

MÉTODOS PLANIMÉTRICOS

MÉTODO DE RADIACIÓN:

Este método es empleado cuando el área de trabajo está comprendida dentro del alcance del instrumental.

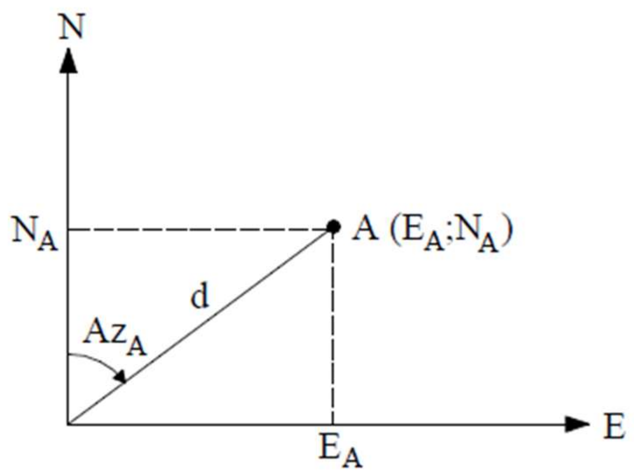
Consiste en, desde un sólo punto estación, medir el ángulo a partir de una dirección origen, y la distancia desde ésta al punto considerado.-

El instrumento se dice que está orientado, cuando el origen angular se define según una dirección conocida.

La distancia desde el punto de estación y el punto a relevar se obtiene mediante mediciones con cinta o electrónicamente (medida directa).

Cada punto queda así definido mediante coordenadas polares, pudiendo transformarse a coordenadas rectangulares mediante:

$$E_A = d_A * \operatorname{sen} Az_A$$
$$N_A = d_A * \cos Az_A$$



MÉTODOS PLANIMÉTRICOS

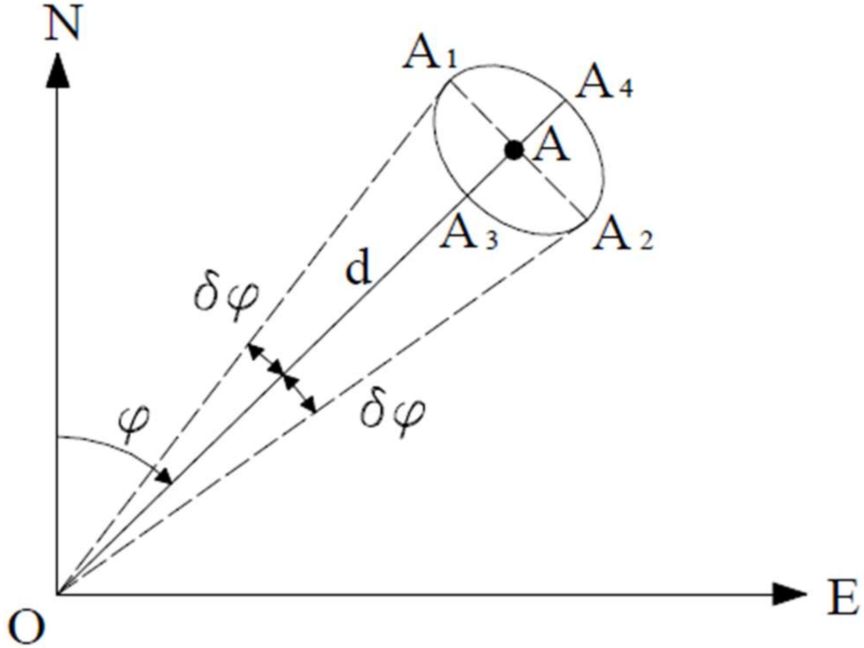
MÉTODO DE RADIACIÓN:

El mayor inconveniente que tiene el método es precisamente su falta de homogeneidad en cuanto a la precisión, pues ésta decrece a medida que aumenta la distancia del punto a la estación.-

$$X_a = X_b + d_{ab} \times \sin Az_{ab}$$
$$Y_a = Y_b + d_{ab} \times \cos Az_{ab}$$

$$\partial Xa^2 = \left(\frac{\partial_{Xa}}{\partial_d}\right)^2 \times \sigma_d^2 + \left(\frac{\partial_{Xa}}{\partial_\varphi}\right)^2 \times \sigma_\varphi^2$$
$$\partial Ya^2 = \left(\frac{\partial_{Ya}}{\partial_d}\right)^2 \times \sigma_d^2 + \left(\frac{\partial_{Ya}}{\partial_\varphi}\right)^2 \times \sigma_\varphi^2$$

$$\partial_{Xa}^2 = (\sin Az_{ab} \times \sigma_d)^2 + (d \times \cos Az_{ab} \times \sigma_\varphi)^2$$
$$\partial_{Ya}^2 = (\cos Az_{ab} \times \sigma_d)^2 + (-d \times \sin Az_{ab} \times \sigma_\varphi)^2$$



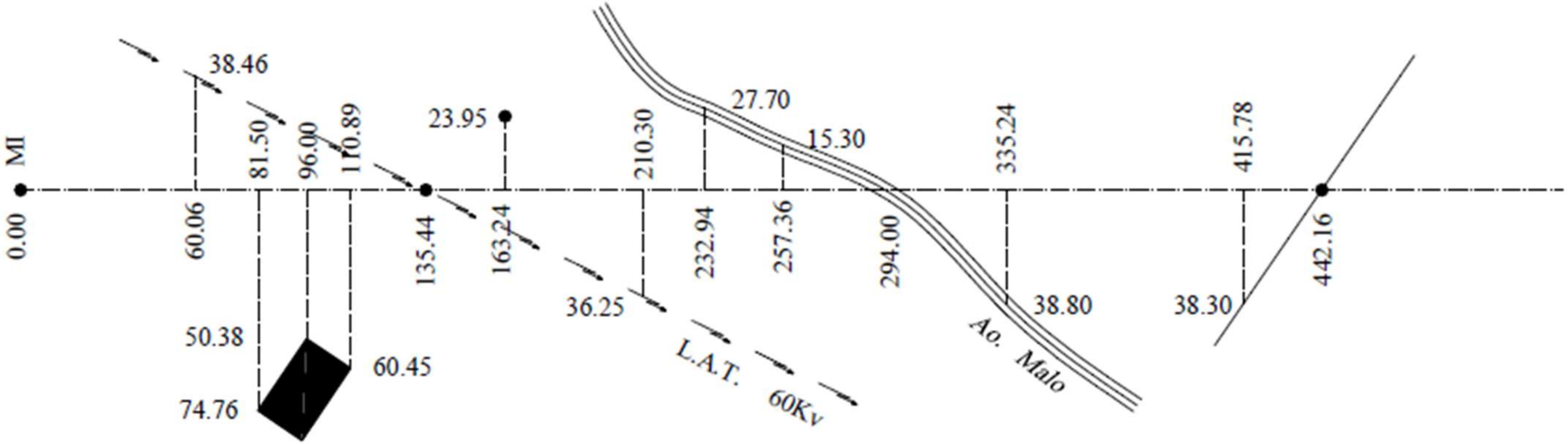
Considerando un error angular de 7´´ y un error en distancia de 2mm+2ppm (error de estación 407).
Calcular el error al medir un ángulo de 45° a una distancia de 50m. Y compararlo con el error al medir un ángulo de 145° a una distancia de 500m

MÉTODOS PLANIMÉTRICOS

MÉTODO DE ABSCISAS Y ORDENADAS:

Se emplea este método en general cuando la zona en cuestión abarca una gran extensión en un sentido y muy pequeña en la dirección normal a ésta.-

Para ello se determina una alineación base sobre la cual se miden las distancias acumuladas (progresivas) a partir de un punto tomado como origen, y luego se miden los apartamientos (ordenadas) de los puntos de interés a dicha alineación.-

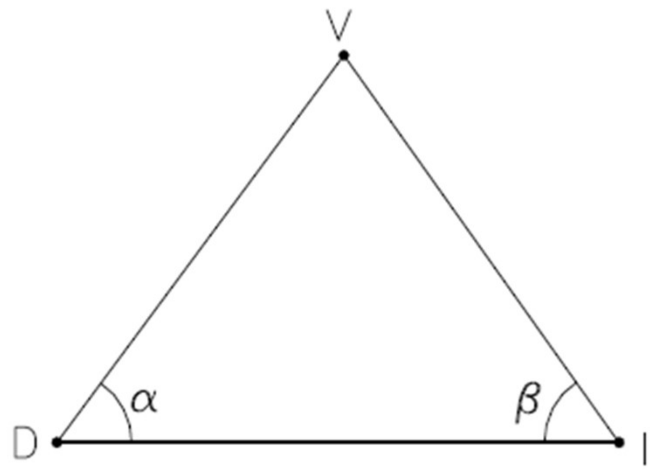


MÉTODOS PLANIMÉTRICOS

MÉTODO DE INTERSECCION DIRECTA:

Es un procedimiento muy usado en mediciones geodésicas y operaciones topográficas.-

Se basa en la determinación de una base DI cuya longitud y acimut son conocidos, se estaciona luego el teodolito en los extremos y se miden los ángulos que forman con la base las visuales al punto V cuyos datos se quieren obtener.-



En el triángulo VDI se conocerán pues un lado (la base) y los dos ángulos adyacentes por lo que el mismo queda perfectamente definido.-

$$\hat{V} = 180° - \alpha - \beta$$

$$\frac{a}{\sin D} = \frac{b}{\sin I} = \frac{c}{\sin V}$$

$$a = \frac{c \times \sin D}{\sin V}$$

$$b = \frac{c \times \sin I}{\sin V}$$

$$X_V = X_D + b \times \sin(Az_{DI} - \alpha)$$

$$Y_V = Y_D + b \times \cos(Az_{DI} - \alpha)$$

MÉTODOS PLANIMÉTRICOS

MÉTODO DE INTERSECCION DIRECTA:

$$X_V = X_D + b \times \sin(Az_{DI} - \alpha)$$
$$Y_V = Y_D + b \times \cos(Az_{DI} - \alpha)$$

$$X_V = X_D + \frac{c \times \sin\beta}{\sin\gamma} \times \sin(Az_{DI} - \alpha)$$
$$Y_V = Y_D + \frac{c \times \sin\beta}{\sin\gamma} \times \cos(Az_{DI} - \alpha)$$

$$\sin\gamma = \sin(180° - \alpha - \beta) = \sin(\alpha + \beta)$$

$$\partial X_V^2 = \left(\frac{\partial_{Xv}}{\partial_c}\right)^2 \times \sigma_c^2 + \left(\frac{\partial_{Xv}}{\partial_\alpha}\right)^2 \times \sigma_\alpha^2 + \left(\frac{\partial_{Xv}}{\partial_\beta}\right)^2 \times \sigma_\beta^2 + \left(\frac{\partial_{Xv}}{\partial_{AZ}}\right)^2 \times \sigma_{AZ}^2$$
$$\partial Y_V^2 = \left(\frac{\partial_{Yv}}{\partial_c}\right)^2 \times \sigma_c^2 + \left(\frac{\partial_{Yv}}{\partial_\alpha}\right)^2 \times \sigma_\alpha^2 + \left(\frac{\partial_{Yv}}{\partial_\beta}\right)^2 \times \sigma_\beta^2 + \left(\frac{\partial_{Yv}}{\partial_{Az}}\right)^2 \times \sigma_{AZ}^2$$

MÉTODOS PLANIMÉTRICOS

MÉTODO DE INTERSECCION DIRECTA:

$$\left(\frac{\partial_{Xv}}{\partial_c}\right) = \frac{\sin\beta\,\sin(Az-\alpha)}{\sin(\alpha+\beta)} \qquad \left(\frac{\partial_{Xv}}{\partial_{Az}}\right) = \frac{c\times si \qquad (Az-\alpha)}{\sin(\alpha+\beta)}$$

$$\left(\frac{\partial_{Xv}}{\partial_\alpha}\right) = -\left[\frac{c\times sin\beta\times(\cos(\alpha-Az)\times\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-Az)\times\cos(\alpha+\beta)}{sin^2_{(\alpha+\beta)}}\right]$$

$$\left(\frac{\partial_{Xv}}{\partial_\beta}\right) = \frac{c\times\sin(Az-\alpha)\times(\cos\beta\times\sin(\alpha+\beta)-\sin\beta\times\cos(\alpha+\beta))}{sin^2_{(\alpha+\beta)}}$$

$$\left(\frac{\partial_{Yv}}{\partial_c}\right) = \frac{\sin\beta\,.\cos(Az-\alpha)}{\sin(\alpha+\beta)} \qquad \left(\frac{\partial_{Yv}}{\partial_{Az}}\right) = -\frac{c\times\sin\beta\,\sin(Az-\alpha)}{\sin(\alpha+\beta)}$$

$$\left(\frac{\partial_{Yv}}{\partial_\alpha}\right) = -\frac{c\times\sin\beta\times(\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-Az)+\cos(\alpha-Az)\cos(\alpha+\beta))}{sin^2_{(\alpha+\beta)}}$$

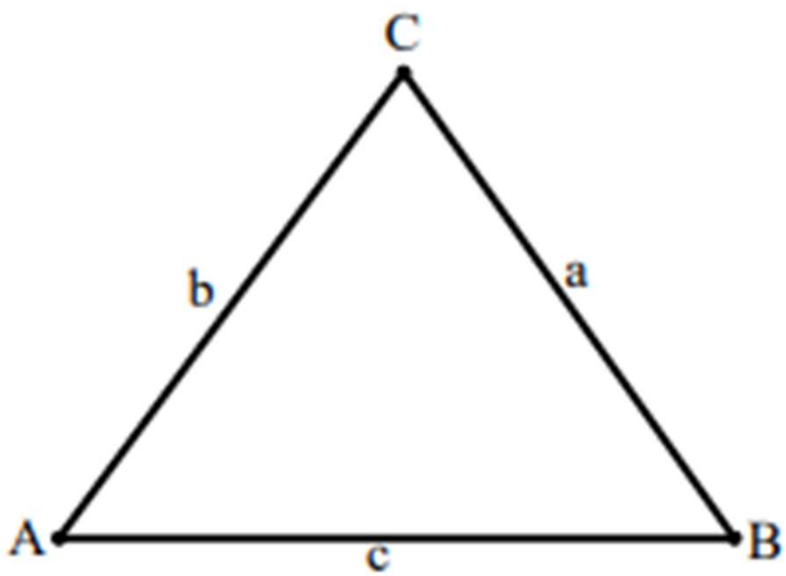
$$\left(\frac{\partial_{Yv}}{\partial_\beta}\right) = \frac{c\times\cos(Az-\alpha)\times(\cos\beta\times\sin(\alpha+\beta)-\sin\beta\times\cos(\alpha+\beta))}{sin^2_{(\alpha+\beta)}}$$

MÉTODOS PLANIMÉTRICOS

MÉTODO DE TRILATERACIÓN:

El empleo de este método se ha incentivado y ha tenido gran impulso a partir del surgimiento de los instrumentos electrónicos de medidas de distancias, que permiten medir grandes longitudes en un breve lapso de tiempo y con gran precisión.

Consiste como lo dice su nombre, en medir los 3 lados de un triángulo, con lo que el problema queda resuelto, aplicando luego las fórmulas de la trigonometría:



Por la ley del coseno:

$$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} \qquad \cos B = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac} \qquad \cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

O también:

$$tg\frac{1}{2}A = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}}$$

$$tg\frac{1}{2}B = \sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{p(p-b)}}$$

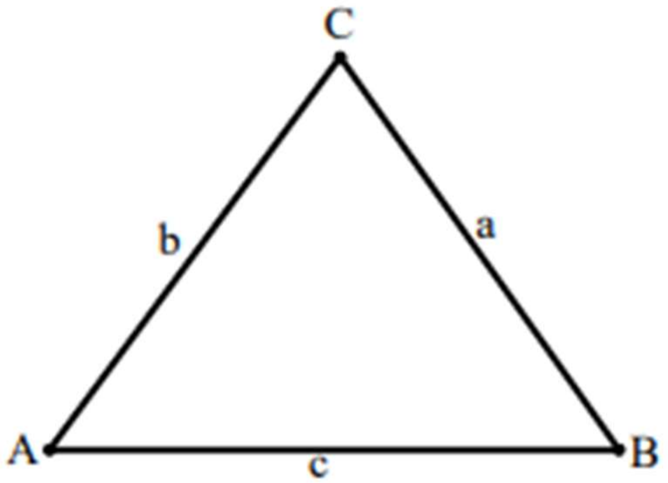
$$tg\frac{1}{2}C = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{p(p-c)}}$$

donde $p = \frac{1}{2}(a+b+c)$

MÉTODOS PLANIMÉTRICOS

MÉTODO DE TRILATERACIÓN:

Partiendo de coordenadas (Xa,Ya) del punto A conocidas, se puede obtener las coordenadas del punto C (Xc,Yc) siempre y cuando conozcamos el Az(AC).



$$X_C = X_A + b \times \sin Az_{AC} \qquad X_B = X_A + c \times \sin Az_{AB}$$

$$Y_C = Y_A + b \times \mathrm{Cos}\, Az_{AC} \qquad Y_B = Y_A + c \times \mathrm{Cos}\, Az_{AB}$$

$$Az_{AB} = Az_{AC} + \hat{A}$$

$$\hat{A} = Arc\cos\left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right)$$

Si consideramos la dirección AC como origen angular, el Az(AC) = 0 (simplificación para el cálculo de error) Entonces el error en la determinación de las coordenadas del punto B será en función del error en la medición de los 3 lados del triángulo (a,b,c).

$$\partial X_B^2 = \left(\frac{\partial_{XB}}{\partial_a}\right)^2 \times \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial_{XB}}{\partial_b}\right)^2 \times \sigma_b^2 + \left(\frac{\partial_{XB}}{\partial_c}\right)^2 \times \sigma_c^2 + \boxed{\cancel{\left(\frac{\partial_{XB}}{\partial_{AZ}}\right)^2 \times \sigma_{AZ}^2}}$$

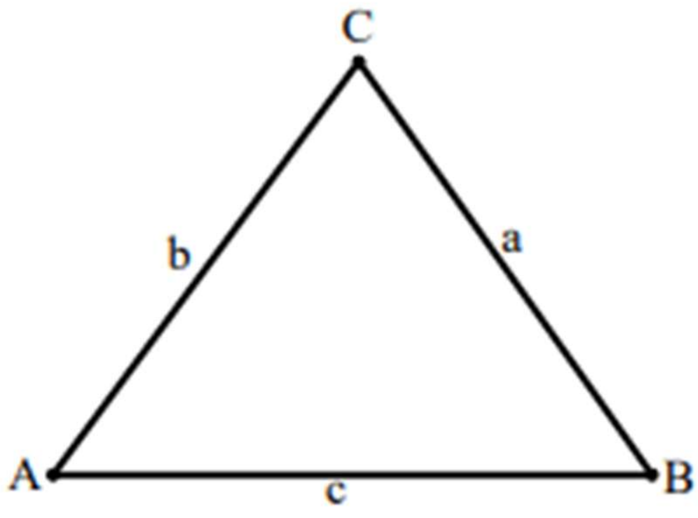
$$\partial Y_B^2 = \left(\frac{\partial_{YB}}{\partial_a}\right)^2 \times \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial_{YB}}{\partial_b}\right)^2 \times \sigma_b^2 + \left(\frac{\partial_{YB}}{\partial_c}\right)^2 \times \sigma_c^2 + \boxed{\cancel{\left(\frac{\partial_{YB}}{\partial_{Az}}\right)^2 \times \sigma_{AZ}^2}}$$

MÉTODOS PLANIMÉTRICOS

MÉTODO DE TRILATERACIÓN:

$$\partial X_B^2 = \left(\frac{\partial_{XB}}{\partial_a}\right)^2 \times \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial_{XB}}{\partial_b}\right)^2 \times \sigma_b^2 + \left(\frac{\partial_{XB}}{\partial_c}\right)^2 \times \sigma_c^2$$

$$\partial Y_B^2 = \left(\frac{\partial_{YB}}{\partial_a}\right)^2 \times \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial_{YB}}{\partial_b}\right)^2 \times \sigma_b^2 + \left(\frac{\partial_{YB}}{\partial_c}\right)^2 \times \sigma_c^2$$



$$\frac{\partial_{XB}}{\partial b} = -\left(\frac{b^4 - c^4 + 2a^2c^2 - a^4}{4cb^3\sqrt{1-\left(\frac{(c^2+b^2-a^2)^2}{4b^2c^2}\right)}}\right)$$

$$\frac{\partial_{XB}}{\partial a} = \frac{a(-a^2+c^2+b^2)}{2b^2c\sqrt{1-\frac{(-a^2+c^2+b^2)^2}{4b^2c^2}}}$$

$$\frac{\partial_{XB}}{\partial c} = -\frac{c^2-b^2-a^2}{2b^2\sqrt{1-\frac{(c^2+b^2-a^2)^2}{4b^2c^2}}}$$

$$\frac{\partial_{YB}}{\partial b} = \frac{b^2-c^2+a^2}{2b^2}$$

$$\frac{\partial_{YB}}{\partial a} = \frac{-a}{b}$$

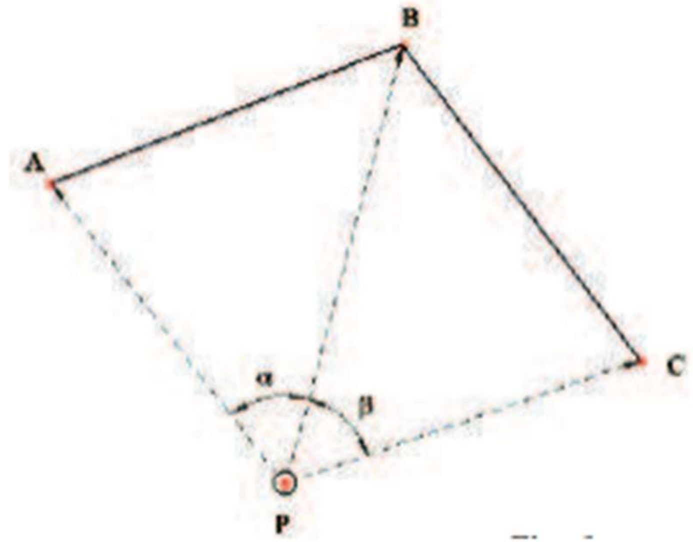
$$\frac{\partial_{YB}}{\partial c} = \frac{c}{b}$$

MÉTODOS PLANIMÉTRICOS

MÉTODO DE INTERSECCIÓN INVERSA:

El Método consiste en la determinación de la posición planimétrica de puntos, mediante observaciones angulares hechas desde éstos y dirigidas a otros puntos de coordenadas conocidas.
Es necesario realizar al menos visuales a tres puntos de posición conocida.

La obtención de las coordenadas X e Y que definan la posición planimétrica de los puntos, puede hacerse por métodos gráficos o por métodos analíticos.



El caso más general, es el que se observa en la Figura. Se tienen tres puntos A, B, C, de posición planimétrica conocida y se pretende calcular la posición de un punto P, estacionando en él con un Teodolito o Estación Total y midiendo exclusivamente los ángulos α y β .

El problema tendrá solución siempre que el punto P no se encuentre en la llamada "circunferencia peligrosa" que determinan los puntos A, B y C, ya que los tres arcos capaces se confundirían en uno solo.

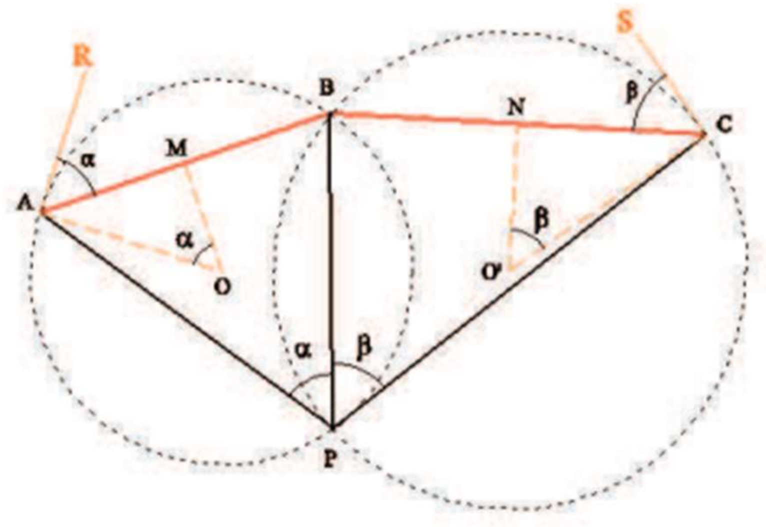
Cuando el punto P está en esta circunferencia, el cuadrilátero PABC es inscrito y se cumple que: $B + \alpha + \beta = 180°$. En todo cuadrilátero inscrito, los ángulos opuestos son suplementarios.

MÉTODOS PLANIMÉTRICOS

MÉTODO DE INTERSECCIÓN INVERSA:

SOLUCIÓN GEOMÉTRICA **(Intersección de Arcos Capaces)**

El método consiste en la construcción del arco capaz de segmento AB y ángulo α y el arco capaz de segmento BC y ángulo β. La intersección de estos será el punto P a determinar.



Para esto es necesario obtener los centros de las circunferencias que pasan por los puntos A,B,P y B,C,P. Para ello trazaremos las mediatrices de los lados AB (M) y BC (N).

Trazaremos la recta AR que forma el ángulo α con el lado AB, y una perpendicular a AR que pasaría por O para obtener el centro del círculo por intersección. Haremos lo mismo con el lado BC. Obtenemos los centros O y O’, y trazando los círculos de radios OA y O’C, pasarán por B y P, siendo P la solución buscada.

El arco capaz es el lugar geométrico de los vértices P de los ángulos APB que tienen la misma amplitud. El arco capaz de ángulo γ de un segmento AB es el lugar geométrico de los puntos P tales que $\widehat{APB} = \gamma$ y son exclusivamente dos arcos de circunferencia, uno a cada lado del segmento AB, ambos puntos se incluyen uniendo dichos arcos.

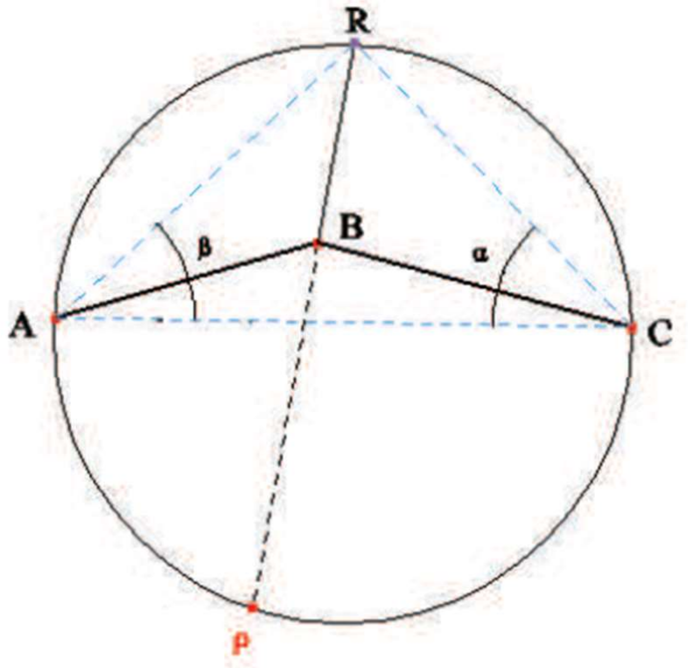
MÉTODOS PLANIMÉTRICOS

MÉTODO DE INTERSECCIÓN INVERSA:

SOLUCIÓN GEOMÉTRICA **(Método de Collins)**

Sean A, B y C los tres vértices de coordenadas conocidas y P el punto que queremos determinar por Intersección Inversa. Medimos **α** y **β** desde P. Llevando **α** sobre la base CA y **β** sobre la AC como se indica en la Figura, la intersección nos da un punto **R** (punto auxiliar de Collins).

Se traza la circunferencia que pasa por los puntos A,R y C. Uniendo el punto R con el vértice B y prolongando hasta cortar a la circunferencia, se obtiene el punto P buscado.



La justificación del método se fundamenta en que desde el vértice **R** se mira a la base **AC** con un ángulo **180 -(α + β),** Por tanto desde **P** se verá con un ángulo **α + β.** *(propiedad de ángulos suplementarios en cuadriláteros inscriptibles)*

Además, si desde **C** miramos a **AR** con un ángulo **α** también lo miraremos desde **P**, porque son ángulos inscritos sobre la misma cuerda. También desde **P** miramos a **RC** con un ángulo **β,** al igual que desde **A.**

Por todo ello, el punto **P** es pues la solución que buscábamos. El mismo resultado hubiésemos obtenido si en vez de basar toda la construcción sobre la base **AC** lo hubiésemos hecho sobre cualquiera de las otros dos bases.

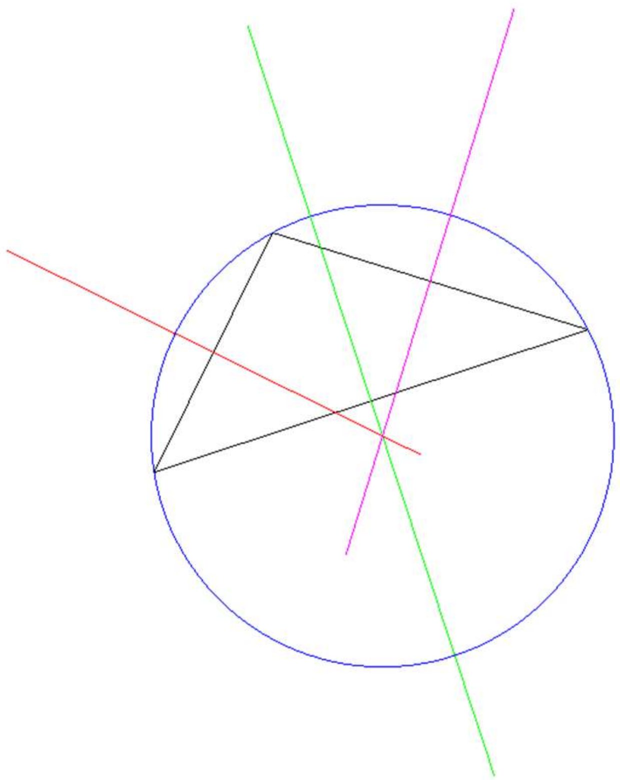
MÉTODOS PLANIMÉTRICOS

MÉTODO DE INTERSECCIÓN INVERSA:

SOLUCIÓN GEOMÉTRICA (Método de Collins)

Un problema seria hallar la circunferencia que al que pertenecen los puntos A,C,R y P. O en su defecto A,C,R.

Para eso es necesario trazar las mediatrices de los segmentos AC, AR y RC. El punto en el que se intersectan las 3 mediatrices será el centro de la circunferencia.



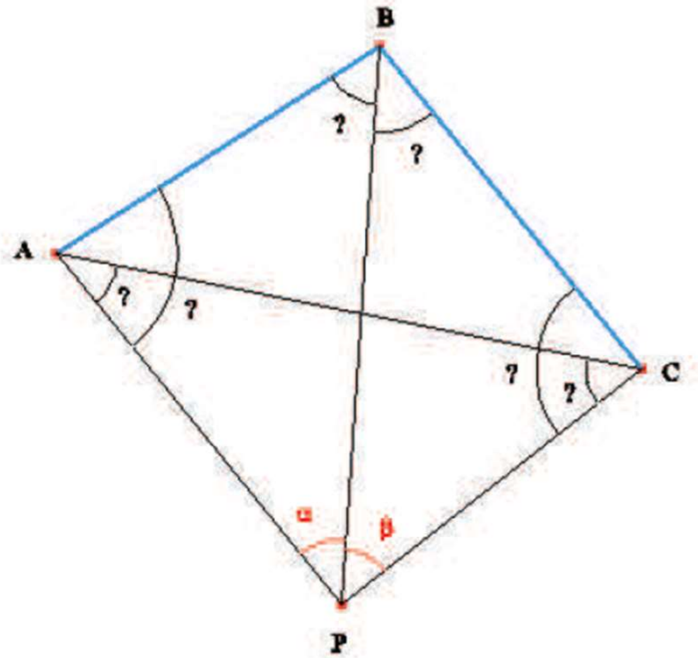
MÉTODOS PLANIMÉTRICOS

MÉTODO DE INTERSECCIÓN INVERSA:

SOLUCIÓN ANALITICA (Método de Pothenot)

Dada la figura, se observa que el problema analítico para la determinación de la posición del punto P radica en que en ninguno de los tres triángulos que se forman, con vértice en P, se conocen dos de sus ángulos.

Sólo se conoce un ángulo y su lado opuesto. Por tanto, no podemos aplicar el teorema del seno en ellos, para deducir sus lados y ángulos. Llamemos "a" y "b" a las distancias AB y BC conocidas, por ser A,B y C puntos de coordenadas también conocidas



Los dos triángulos considerados, tienen una diagonal común PB y el valor de su distancia en cada uno de ellos es:

Triangulo APB $\quad \frac{PB}{\text{sen } A} = \frac{AB}{\text{sen } \alpha} \longrightarrow PB = a\frac{\text{sen } A}{\text{sen } \alpha}$

Triangulo BPC $\quad \frac{PB}{\text{sen } C} = \frac{BC}{\text{sen } \beta} \longrightarrow PB = b\frac{\text{sen } C}{\text{sen } \beta}$

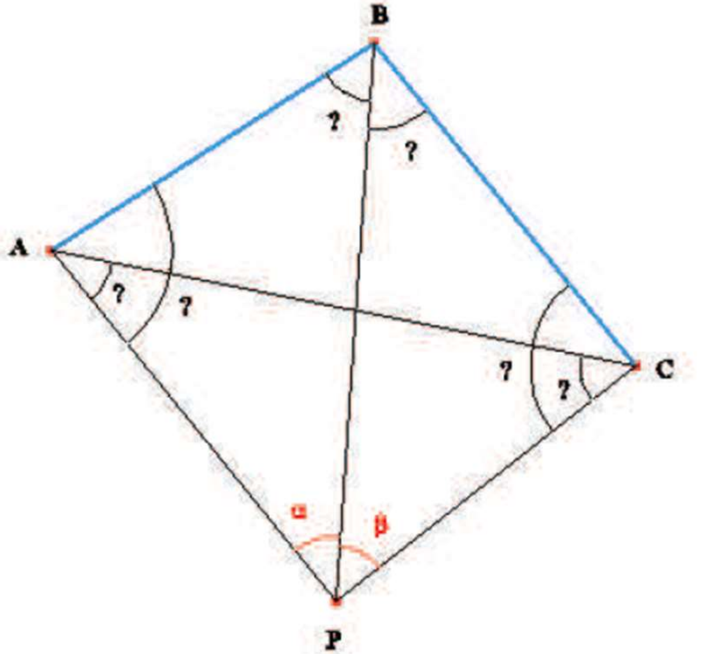
$$\longrightarrow \frac{\text{senC}}{\text{senA}} = \frac{a}{b}\frac{\text{sen } \beta}{\text{sen } \alpha} = constante,$$

a y b son distancias conocidas,
α y β se miden en campo

MÉTODOS PLANIMÉTRICOS

MÉTODO DE INTERSECCIÓN INVERSA:

SOLUCIÓN ANALITICA **(Método de Pothenot)**



$$\frac{\operatorname{sen} C}{\operatorname{sen} A} = k$$

A+C = Z (valor conocido) Luego C = Z - A.

$$\frac{\operatorname{sen} C}{\operatorname{sen} A} = \frac{\operatorname{sen}(Z - A)}{\operatorname{sen} A} = \frac{\operatorname{sen} Z \cos A - \cos Z \operatorname{sen} A}{\operatorname{sen} A} = \operatorname{sen} Z \cot A - \cos Z = K(con$$

$$\cot A = \frac{K + \cos Z}{\operatorname{sen} Z}$$

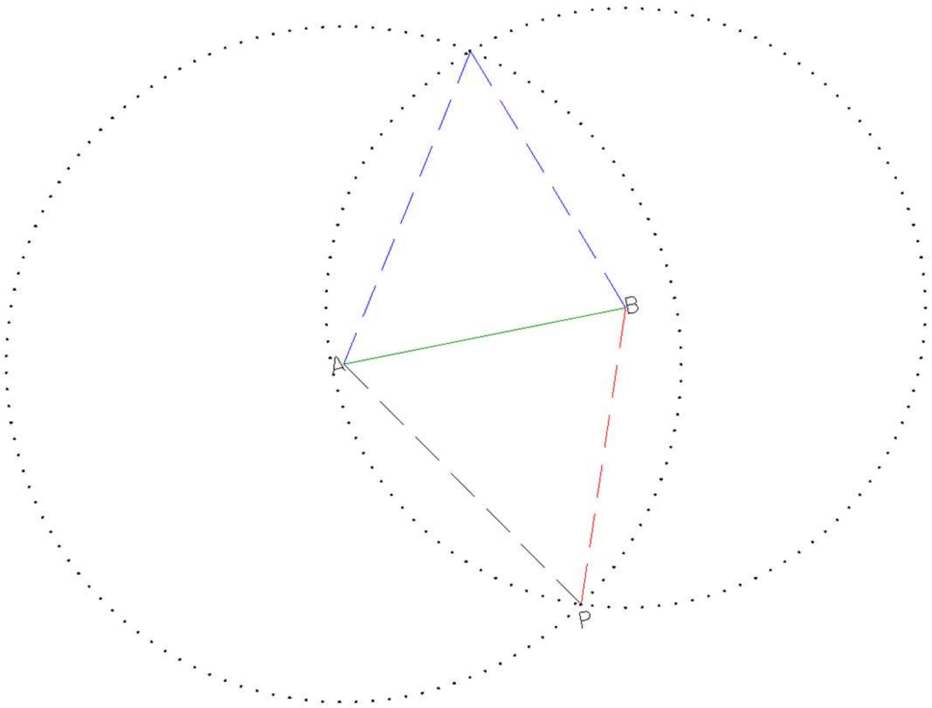
$$\boxed{\mathbf{A} = \mathbf{arctg}\left(\frac{\mathbf{senZ}}{\mathbf{K + cosZ}}\right) \qquad \mathbf{C = Z - A}}$$

Conocidos A y C, el problema está resuelto. En efecto, del triángulo APB se deduce:

$$\left.\begin{aligned} \theta_A^P &= \theta_A^B + \hat{A} \\ AP &= a\frac{\operatorname{sen}(A+\alpha)}{\operatorname{sen}\alpha} \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} X_P &= X_A + AP \operatorname{sen} \theta_A^P \\ Y_P &= Y_A + AP \cos \theta_A^P \end{aligned}\right\}$$

MÉTODOS PLANIMÉTRICOS

APLICACIÓN ¨ESTACIÓN LIBRE¨:



La aplicación o método consiste en determinar las coordenadas del punto P conociendo al menos 2 puntos con coordenadas conocidas.

Para ello es necesario medir las distancias PA, PB y las lecturas angulares en ambas direcciones.

Las coordenadas de P se obtienen mediante la intersección de 2 circunferencias de centro A y radio PA y de centro B y radio PB. Dicha intersección da 2 soluciones posibles, la ambigüedad se resuelve con la lectura angular de los puntos.

El punto P puede estar de un lado u el otro según la lectura angular del limbo graduado.

El error en la determinación de P viene dado en función del error de la medición de distancias PA y PB