

AFOROS



Edición 2024

Federico Vilaseca

Instituto de Mecánica de los Fluidos e Ingeniería Ambiental (IMFIA)
Facultad de Ingeniería, Universidad de la República, Uruguay

fvilaseca@fing.edu.uy

CONTENIDOS

1) Medición de niveles

2) Medición de caudales

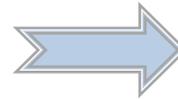
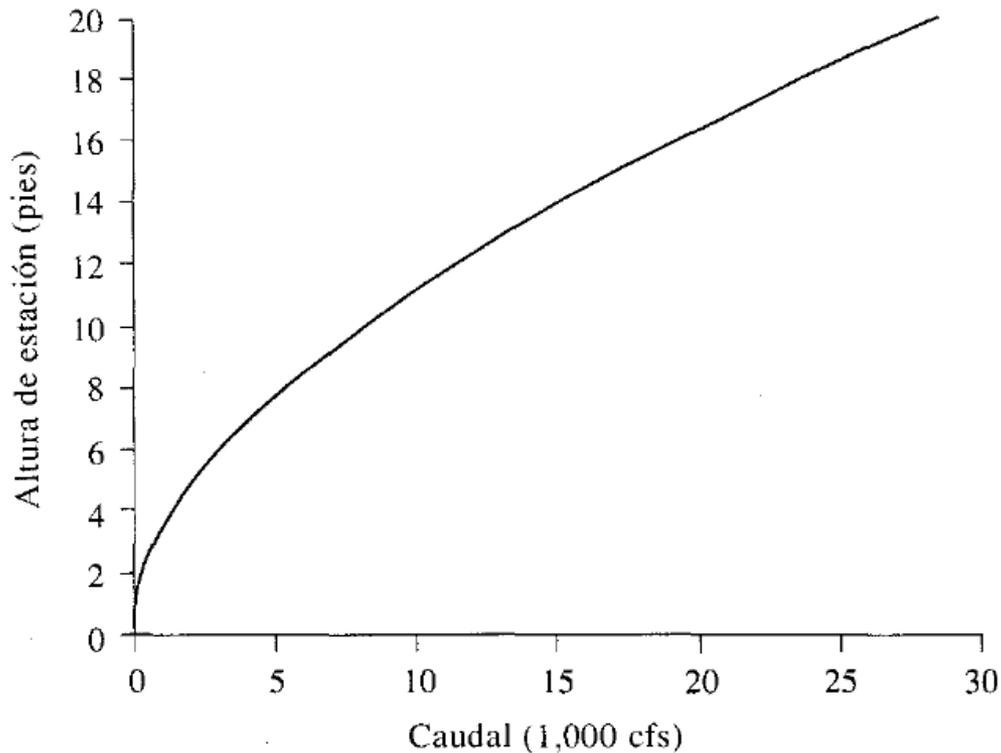
- A) Estructuras de control
- B) Correntómetros
- C) Perfiladores acústicos
- D) Trazadores

3) Curvas de aforo



INTRODUCCIÓN

Los métodos de aforo tradicionales buscan determinar una curva que vincule el nivel del pelo de agua y el caudal circulante en una sección dada. ¿Por qué?



**Es necesario medir
nivel y caudal**

Figura extraída de Chow (1994).

CURVAS DE AFORO

Curvas que se usan para estimar el caudal a partir del nivel, en secciones que no son de control. En esos casos no hay una relación única entre ambas variables. Útiles para medición de caudales en ríos medianos y grandes con secciones estables.

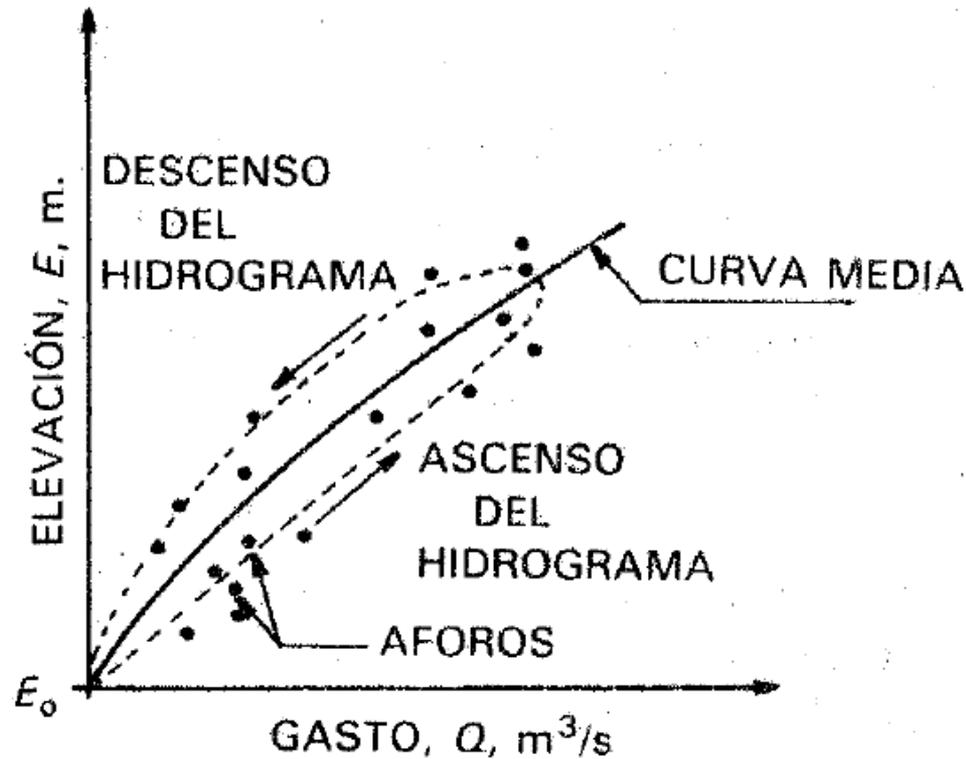
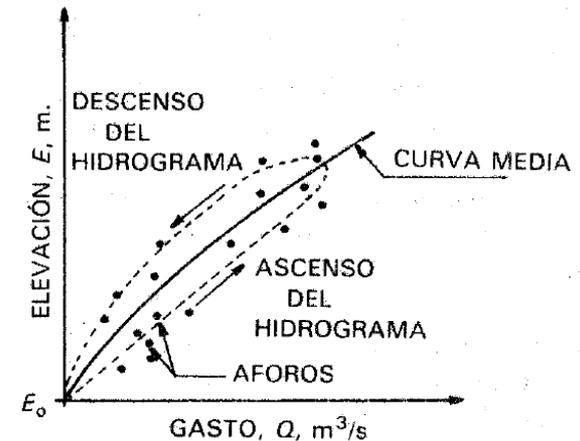


Figura extraída de Aparicio (1989).

CURVAS DE AFORO

Consideraciones generales a la hora de seleccionar un sitio para la instalación de una curva de aforo:

- ❖ Idealmente secciones estables que varíen lo menos posible a lo largo del tiempo.
- ❖ Sobre un tramo lo más rectilíneo y uniforme posible, donde el flujo tienda a desplazarse en una única dirección, lejos de obstrucciones, inestabilidades y derivaciones del cauce.
- ❖ Adecuación para el método de medición de caudal que se vaya a utilizar. Accesibilidad, infraestructura, posibilidades de vadear, etc.
- ❖ Evitar afectación de remansos, ya sea por confluencias o infraestructura hidráulica (presas, vertederos, etc.). Recordar que queremos que la relación entre tirante y caudal sea lo más directa posible.



* Tener en cuenta la selección del sitio también depende del objetivo de la medición y los requerimientos de la red hidrométrica en la que se enmarca. No siempre pueden cumplirse todas las condiciones.

Por ejemplo, por motivos prácticos la red de DINAGUA se ubica mayormente sobre puentes, que no son sitios ideales debido a la contracción que se genera.

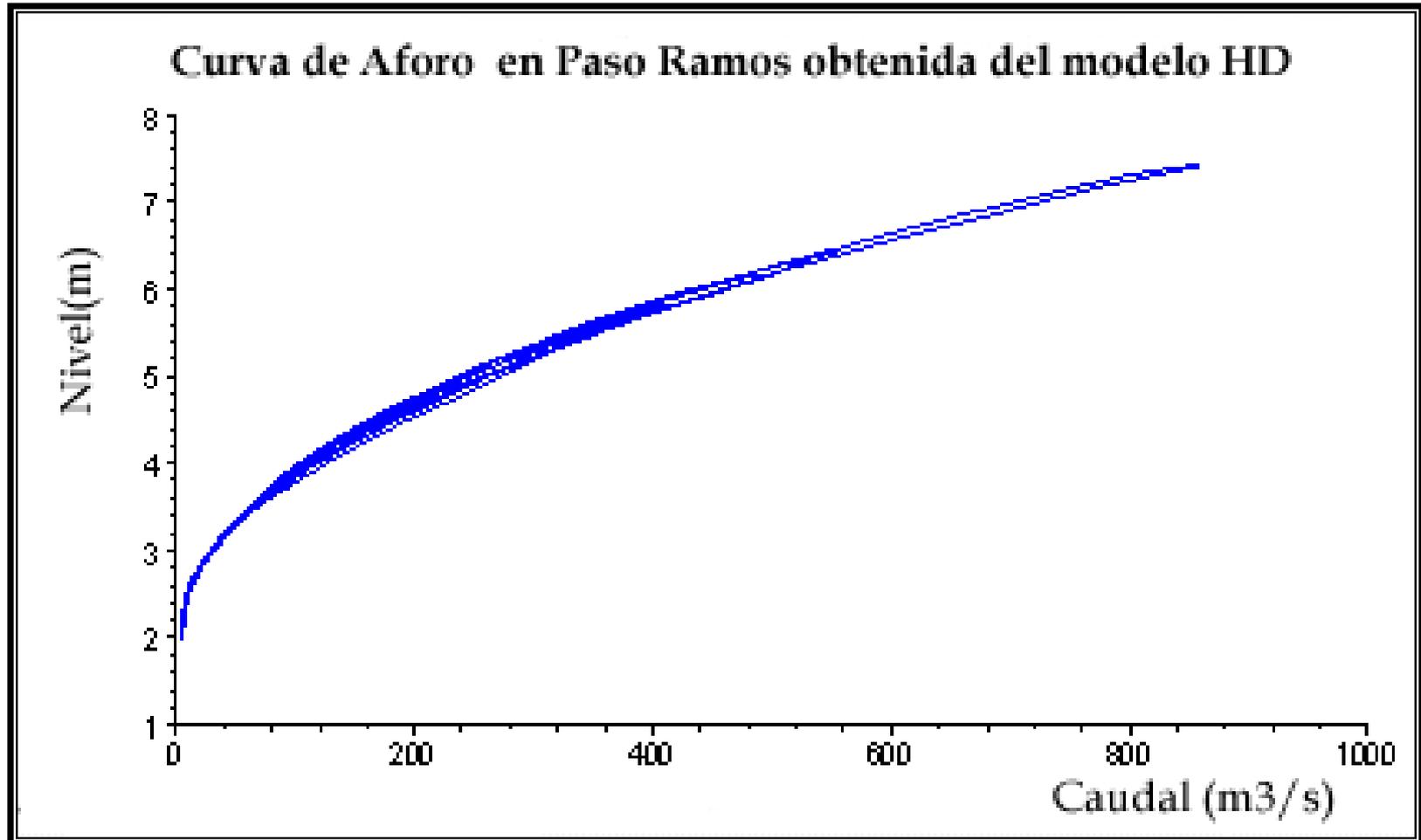
CURVAS DE AFORO

Afectación de remansos



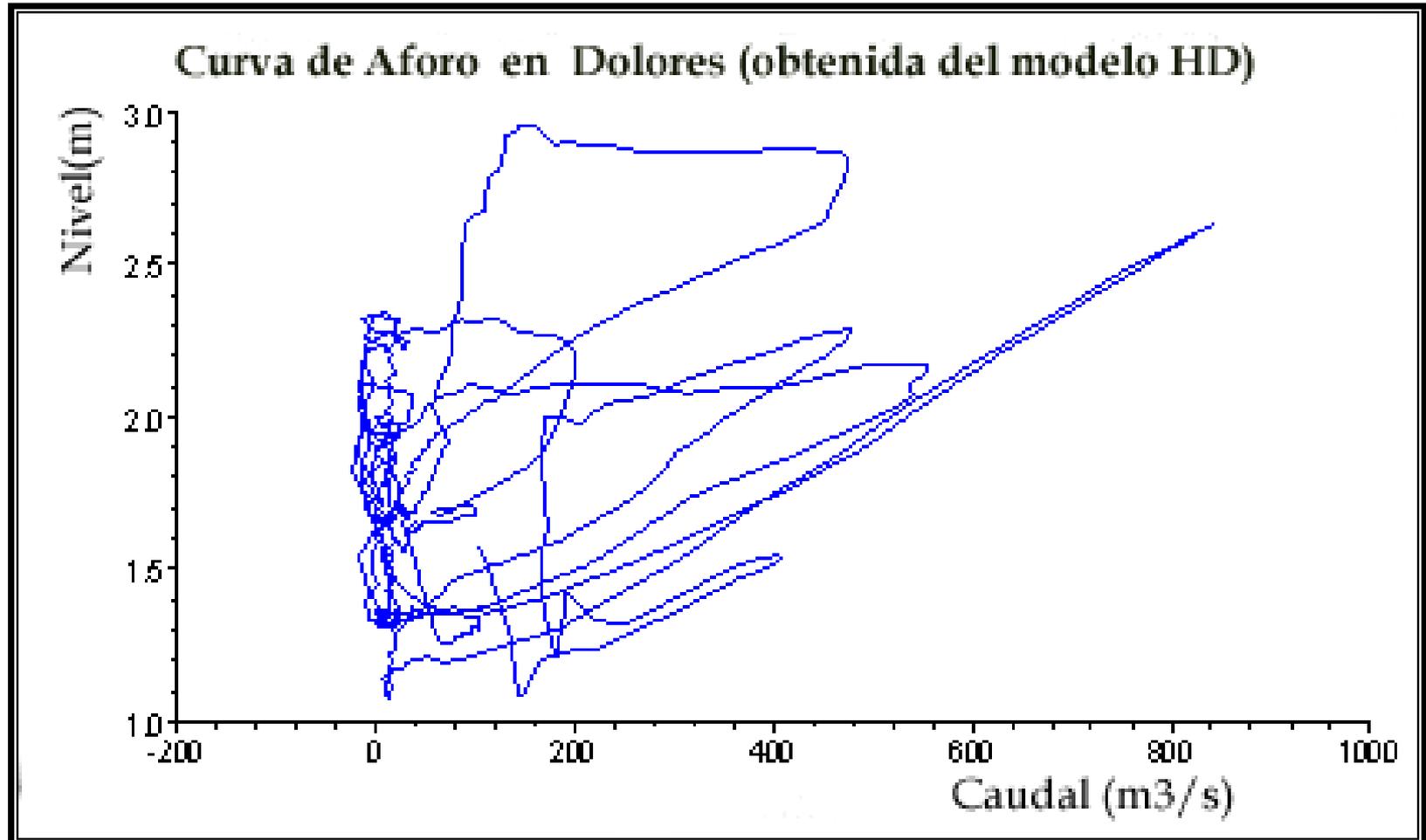
CURVAS DE AFORO

Afectación de remansos



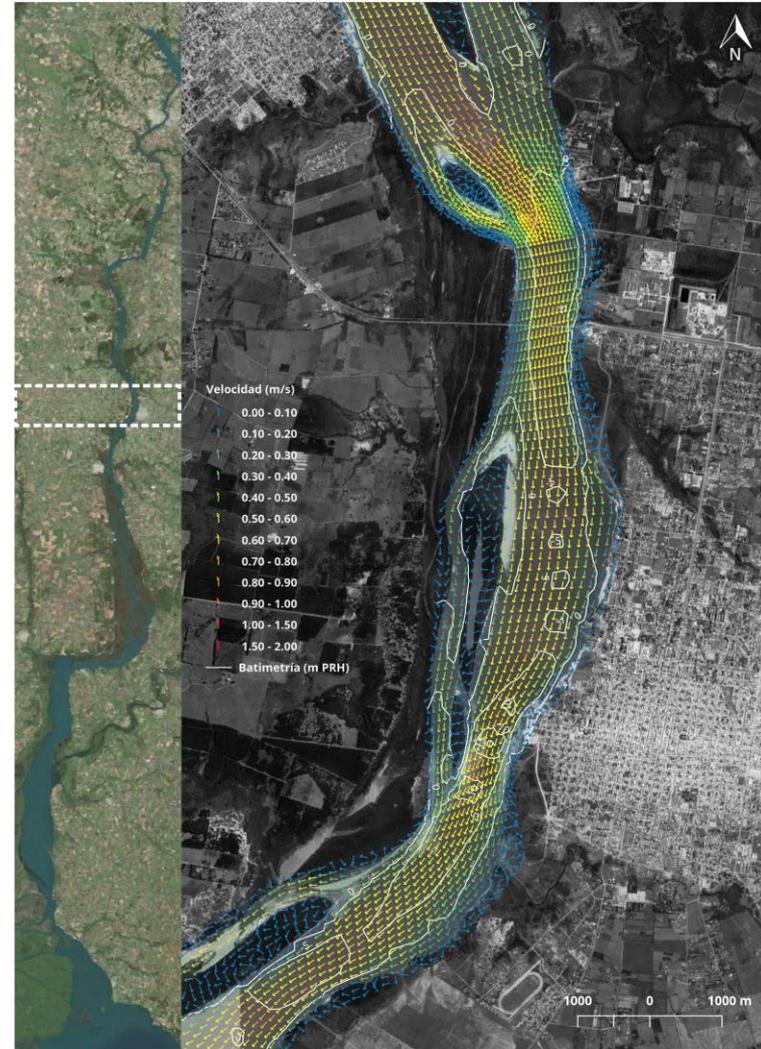
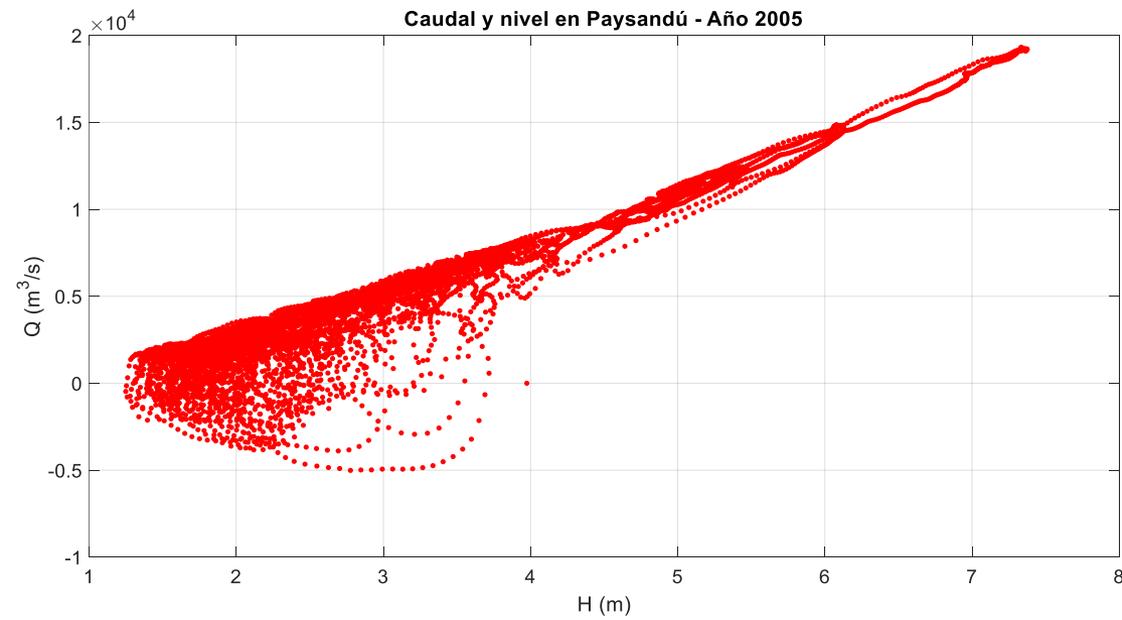
CURVAS DE AFORO

Afectación de remansos



CURVAS DE AFORO

Afectación de remansos



CURVAS DE AFORO

Determinación de curva de aforo



Luego de elegido el sitio, suponemos que tras una serie de mediciones de caudal en un cauce se obtiene la siguiente tabla.

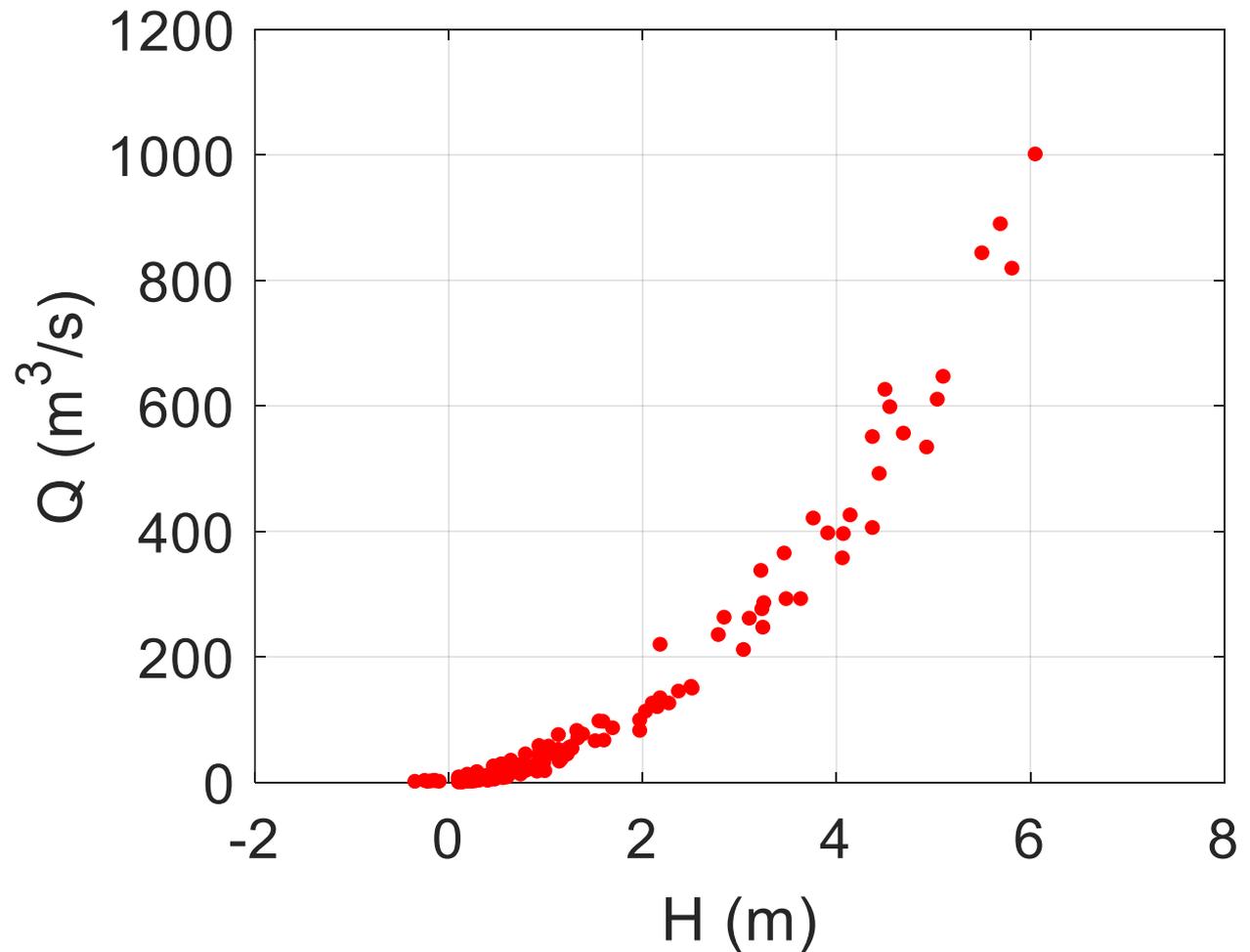


H (m)	Q (m ³ /s)
-0.35	1.64
-0.25	3.10
-0.22	1.55
-0.19	2.31
-0.15	3.30
-0.14	2.56
-0.10	1.77
0.10	0.53
0.10	4.73
0.10	8.57
0.11	8.11
0.13	0.96
0.13	0.87
0.15	1.35
0.15	1.28
0.15	3.92
...	...
...	...

CURVAS DE AFORO

Determinación de curva de aforo

H (m)	Q (m ³ /s)
-0.35	1.64
-0.25	3.10
-0.22	1.55
-0.19	2.31
-0.15	3.30
-0.14	2.56
-0.10	1.77
0.10	0.53
0.10	4.73
0.10	8.57
0.11	8.11
0.13	0.96
0.13	0.87
0.15	1.35
0.15	1.28
0.15	3.92
...	...
...	...



CURVAS DE AFORO

Determinación de curva de aforo

Para obtener una relación Q-H busco una función que ajuste mis datos lo mejor posible. Como los datos no tienen un vínculo lineal recorro a una función de la forma:

$$Q = A H^b \quad \Rightarrow \quad \text{¿Porqué no ajustar mediante un polinomio de grado n?}$$

Para ajuste de curvas de aforo se suele adoptar la forma:

$$Q = A (H - H_0)^b \quad \Rightarrow \quad \text{¿Qué representa } H_0?$$

CURVAS DE AFORO

Determinación de curva de aforo

¿Por qué no ajustar mediante un polinomio de grado n ?

- Es de interés que el modelo matemático reproduzca lo mejor posible el fenómeno físico que se quiere representar.
- La función potencial es ampliamente utilizada para esta aplicación.

¿Qué representa H_0 ?

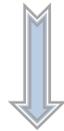
- Es el corte de la curva con el valor de caudal nulo. Representa el nivel correspondiente a $Q = 0$, que habitualmente se asocia al punto más bajo de la sección transversal.
- No tiene por qué ser el cero correspondiente a la escala local.

CURVAS DE AFORO

Determinación de curva de aforo

Aplicando logaritmo de ambos lados de la ecuación obtengo una forma linealizada que puedo aproximar mediante un ajuste lineal simple.

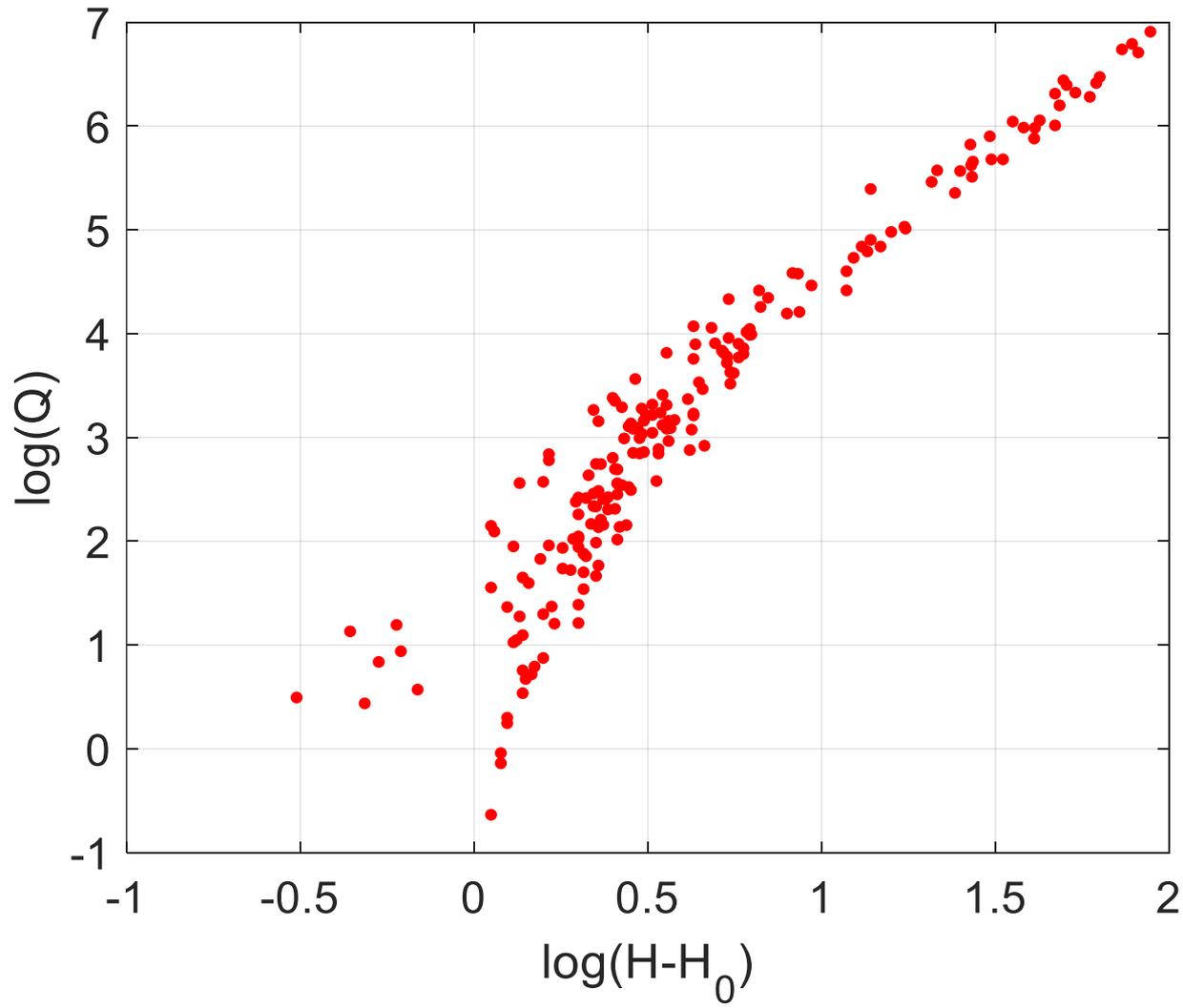
$$Q = A (H - H_0)^b$$



$$\log(Q) = \log(A) + b \log(H - H_0)$$

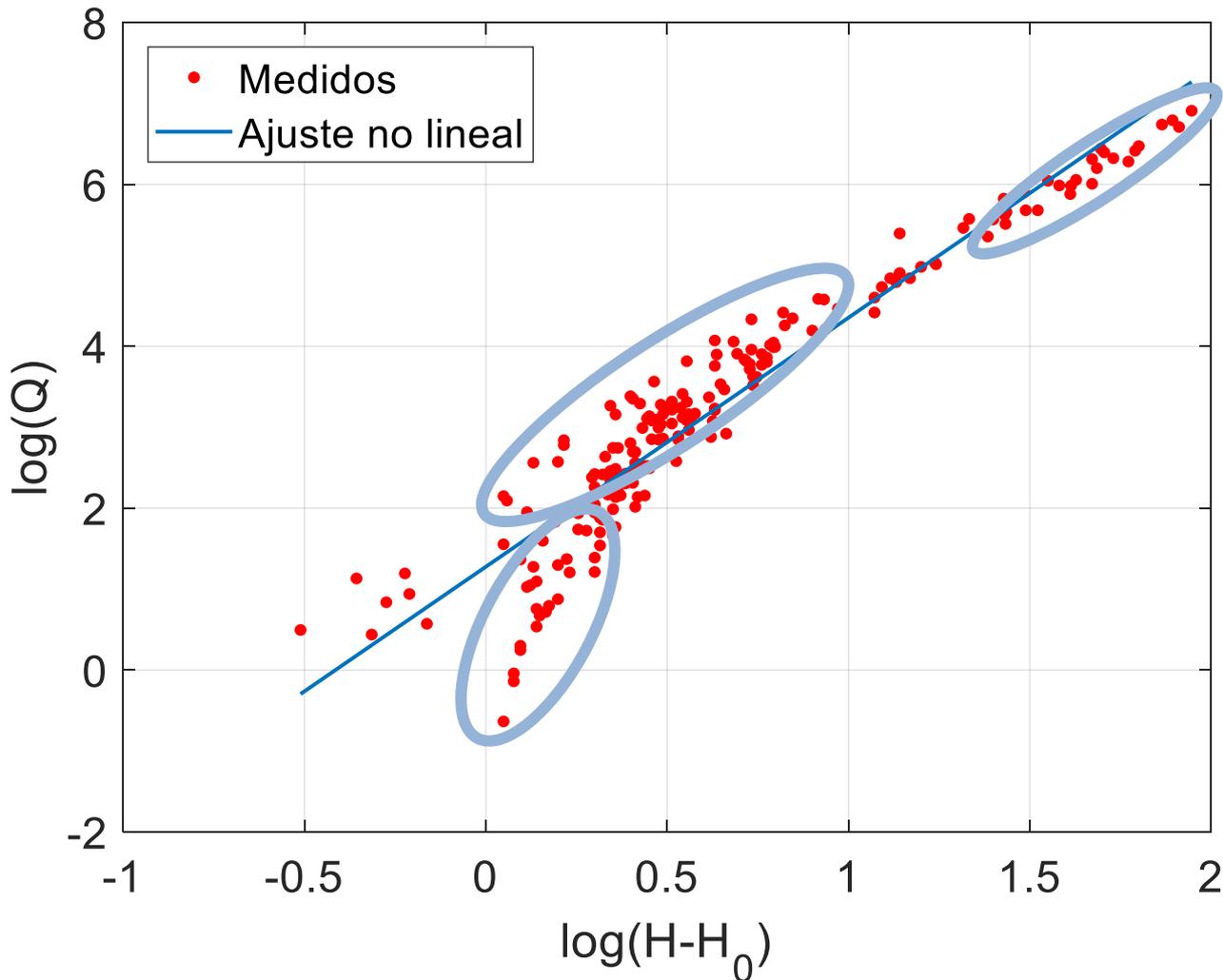
CURVAS DE AFORO

Determinación de curva de aforo



CURVAS DE AFORO

Determinación de curva de aforo



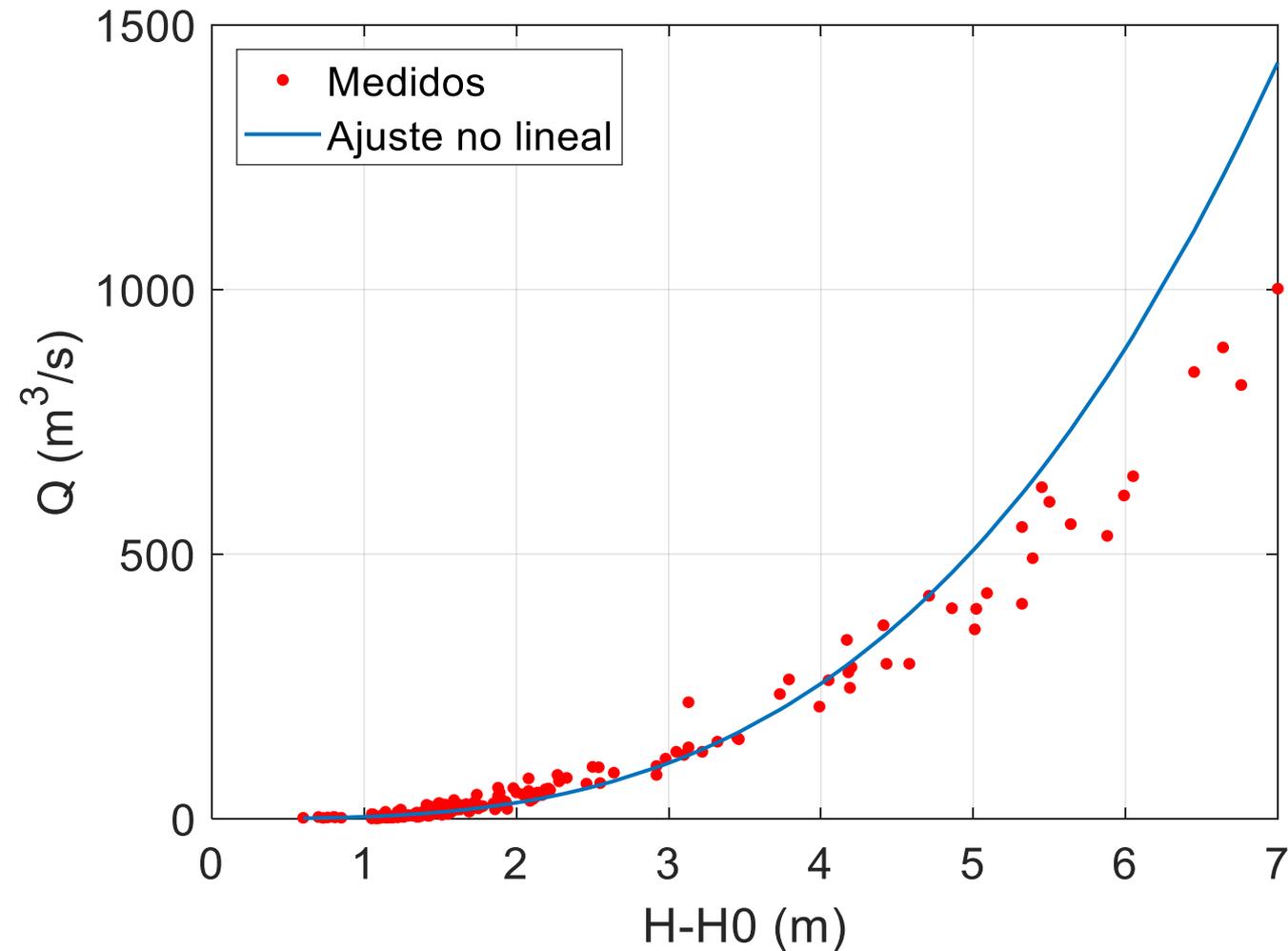
$$A = 3.58$$

$$b = 3.08$$

A simple vista:
¿El ajuste es
adecuado?

CURVAS DE AFORO

Determinación de curva de aforo



$$A = 3.58$$

$$b = 3.08$$

A simple vista:
¿El ajuste es
adecuado?

CURVAS DE AFORO

Determinación de curva de aforo

A la hora de evaluar el ajuste, es bueno complementar métodos gráficos con métodos analíticos, para mayor objetividad.

Una forma sencilla de evaluar es calcular los residuales del ajuste y graficarlos en función de Q:

$$res_i = Q_i - Q_i^*$$

$$res_i = Q_i - A (H_i - H_0)^b$$

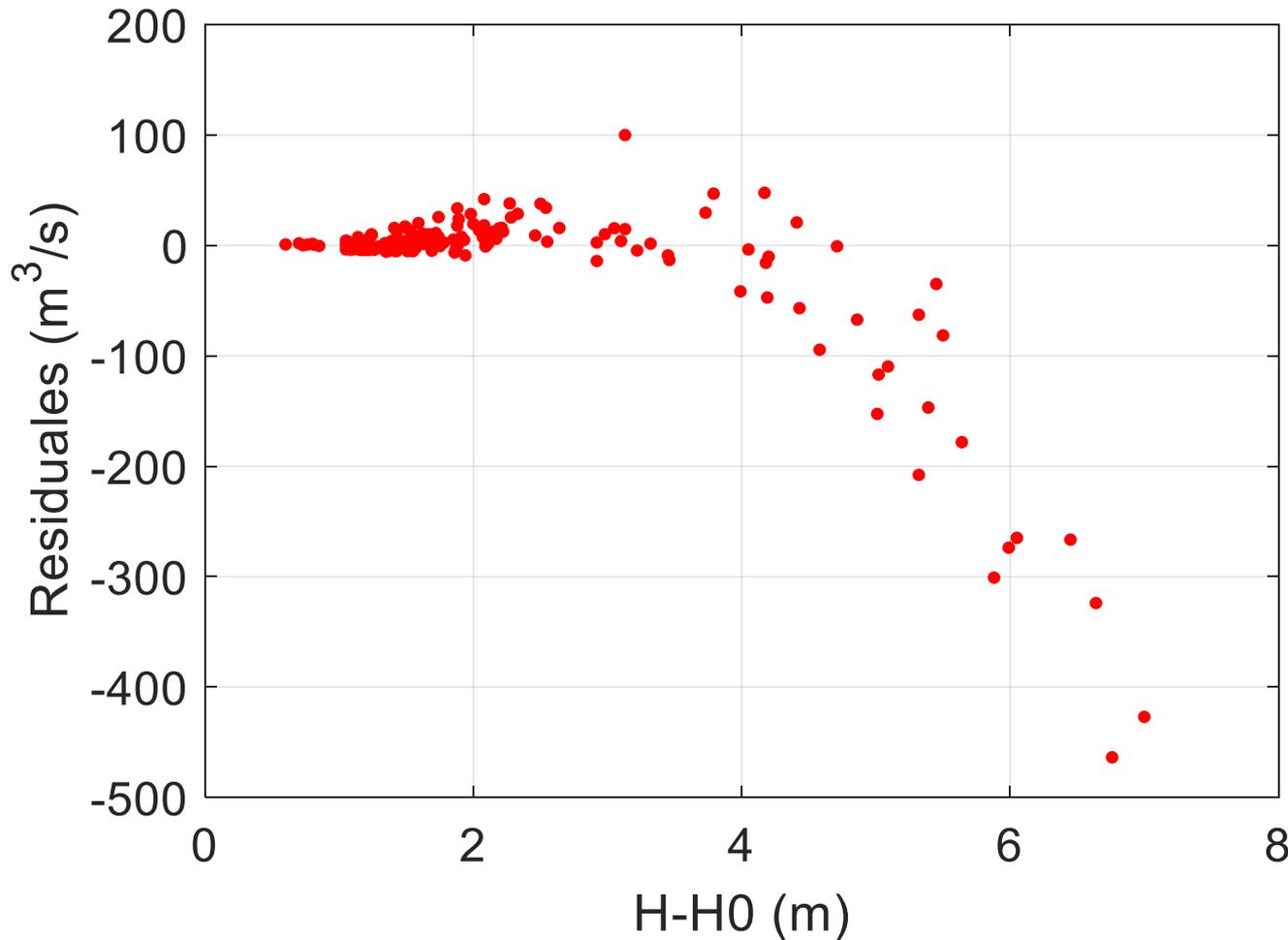
$$Q_i^* \Rightarrow Q_i^* = A (H_i - H_0)^b$$

(Caudal estimado
mediante la curva de
aforo)

CURVAS DE AFORO

Determinación de curva de aforo

$$res_i = Q_i - A (H_i - H_0)^b$$



¿Qué se observa?

¿El ajuste es adecuado?

CURVAS DE AFORO

Determinación de curva de aforo

$$Q_i^* = A (H_i - H_0)^b$$

La evaluación se puede complementar con algunas medidas estandarizadas de error, por ejemplo:

Error medio cuadrático:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Q_i^* - Q_i)^2 = 5.1 \times 10^3 \text{ m}^6/\text{s}^2$$

Raíz del error medio cuadrático:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Q_i^* - Q_i)^2} = 71.5 \text{ m}^3/\text{s}$$

Error absoluto medio:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |Q_i^* - Q_i| = 25.7 \text{ m}^3/\text{s}$$

CURVAS DE AFORO

Determinación de curva de aforo

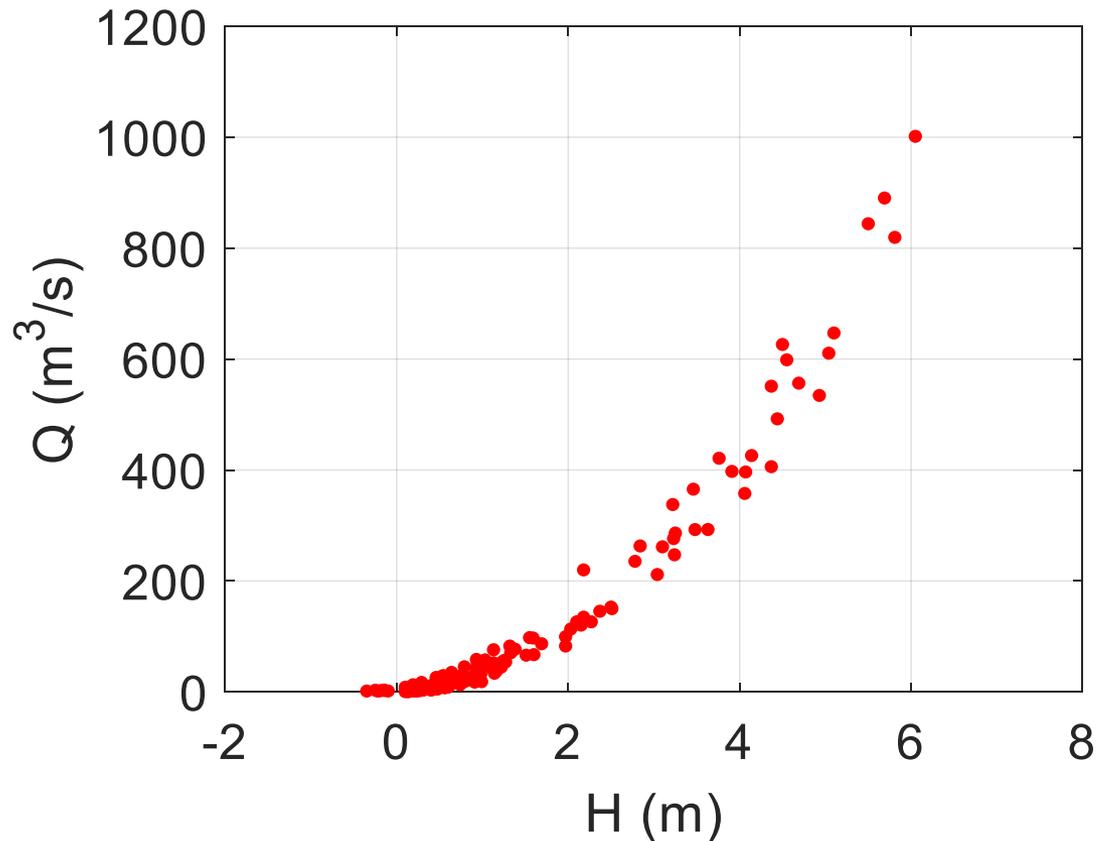
$$Q_i^* = A (H_i - H_0)^b$$

¿Qué nos dicen los valores obtenidos?

$$MSE = 5.1 \times 10^3 \text{ m}^6/\text{s}^2$$

$$RMSE = 71.5 \text{ m}^3/\text{s}$$

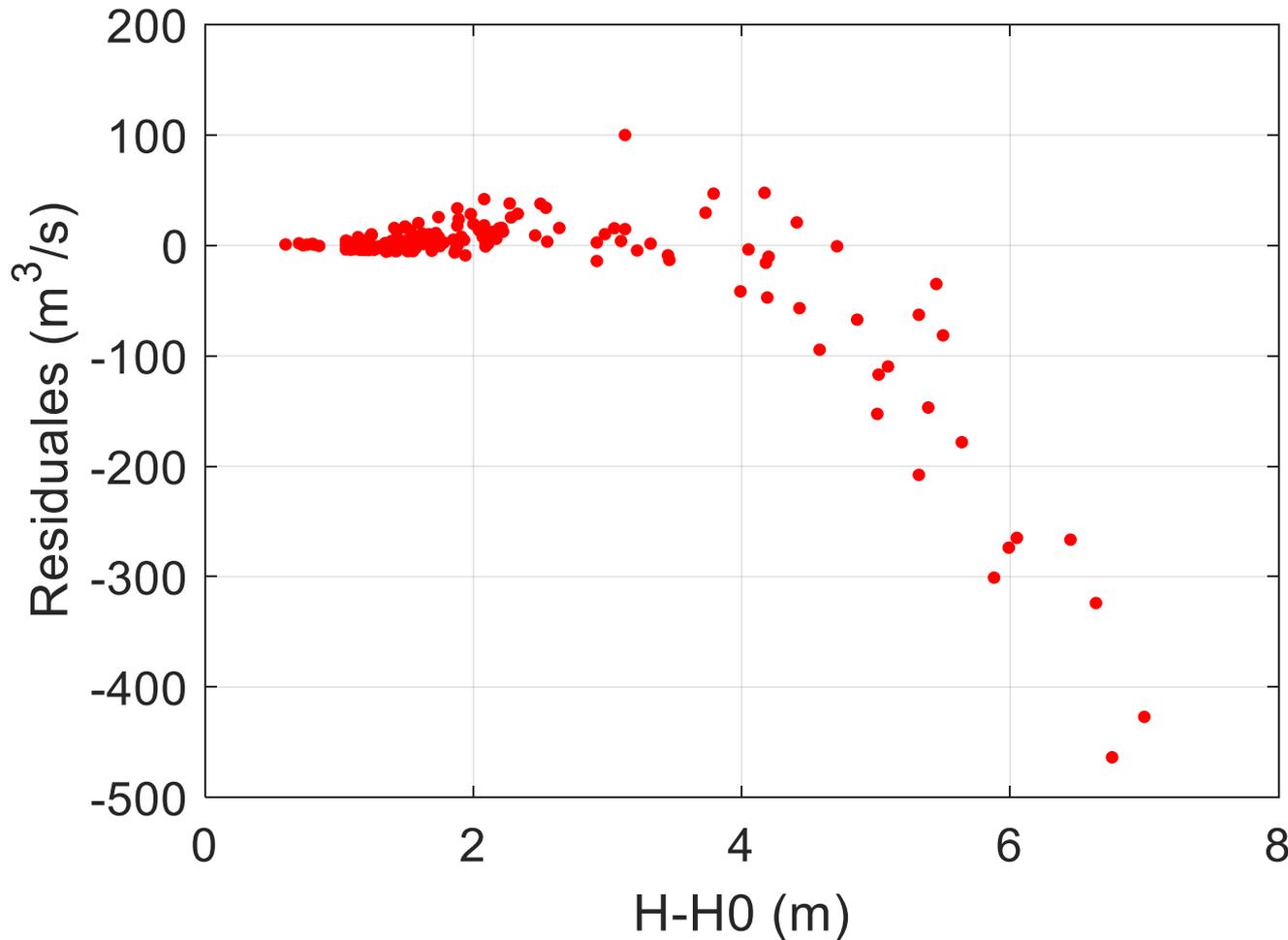
$$MAE = 25.7 \text{ m}^3/\text{s}$$



CURVAS DE AFORO

Determinación de curva de aforo

$$res_i = Q_i - A (H_i - H_0)^b$$



¿Por qué se da este comportamiento?

CURVAS DE AFORO

- ❖ La geometría de los cauces es variable al aumentar el nivel de agua.
- ❖ También cambia la rugosidad, ya que el material que conforma las márgenes y la vegetación van variando al subir en la planicie de inundación. Incluso pueden encontrarse estructuras o elementos de origen antrópico.
- ❖ La hidrodinámica también cambia al aumentar el caudal.



Esto hace que la relación nivel-caudal cambie y por eso cambia la pendiente de la nube de puntos.

¿Cómo lo solucionamos?

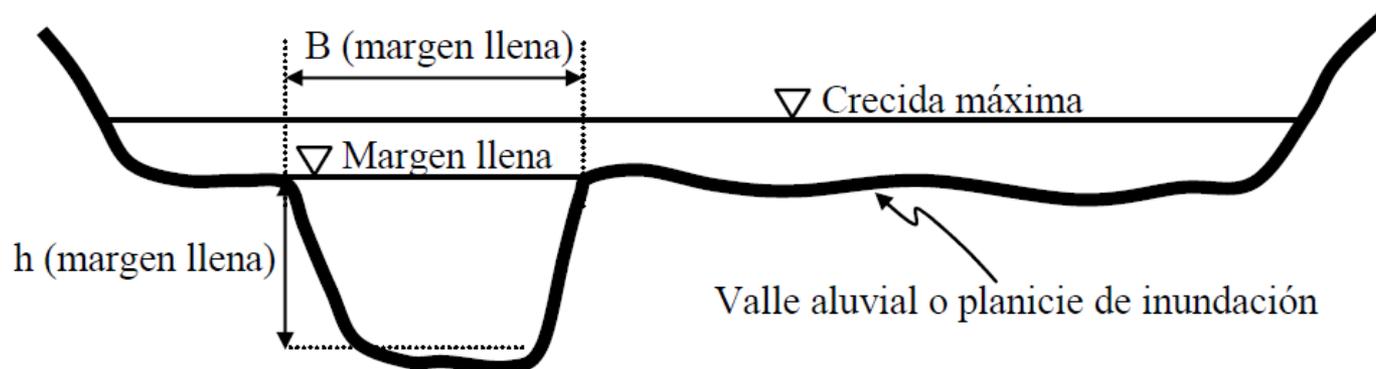
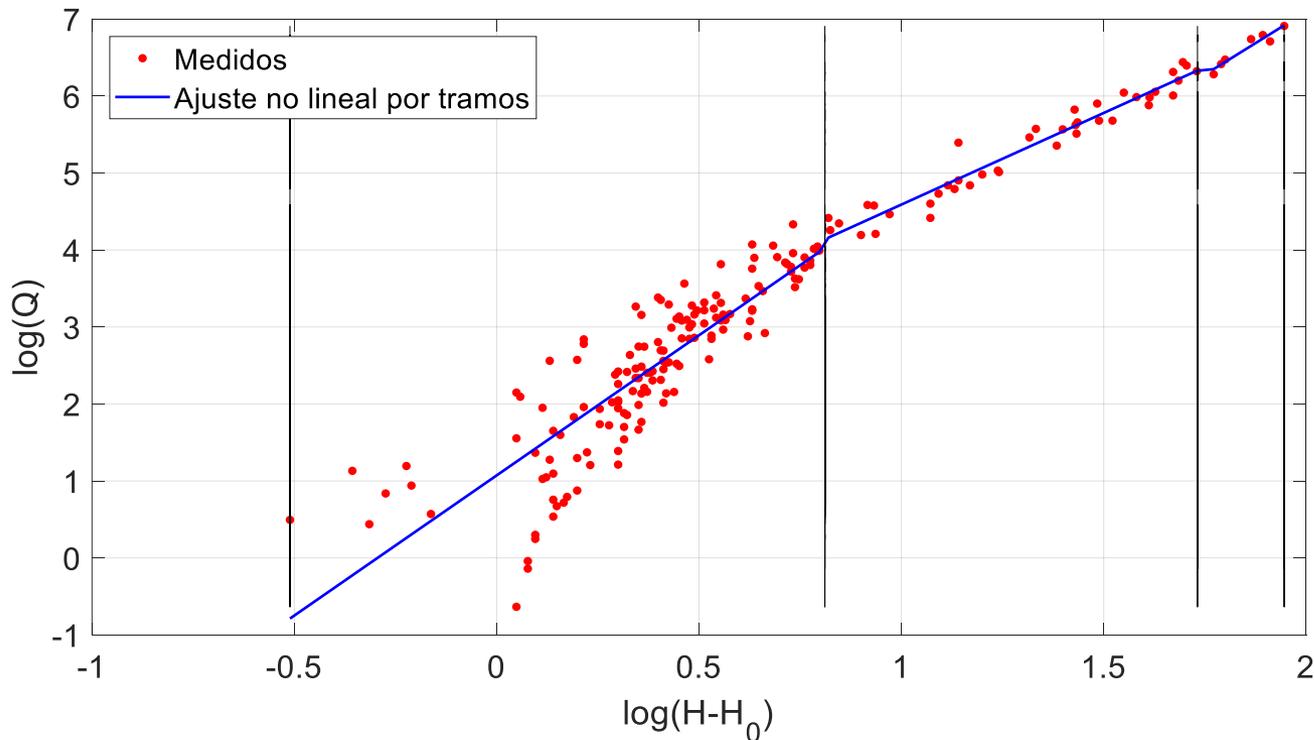


Figura extraída de Basile (2018).

CURVAS DE AFORO

Ajuste por tramos de nivel

Para enfrentar el problema es común realizar un ajuste por tramos, dividiendo el conjunto de datos con algún criterio razonable.

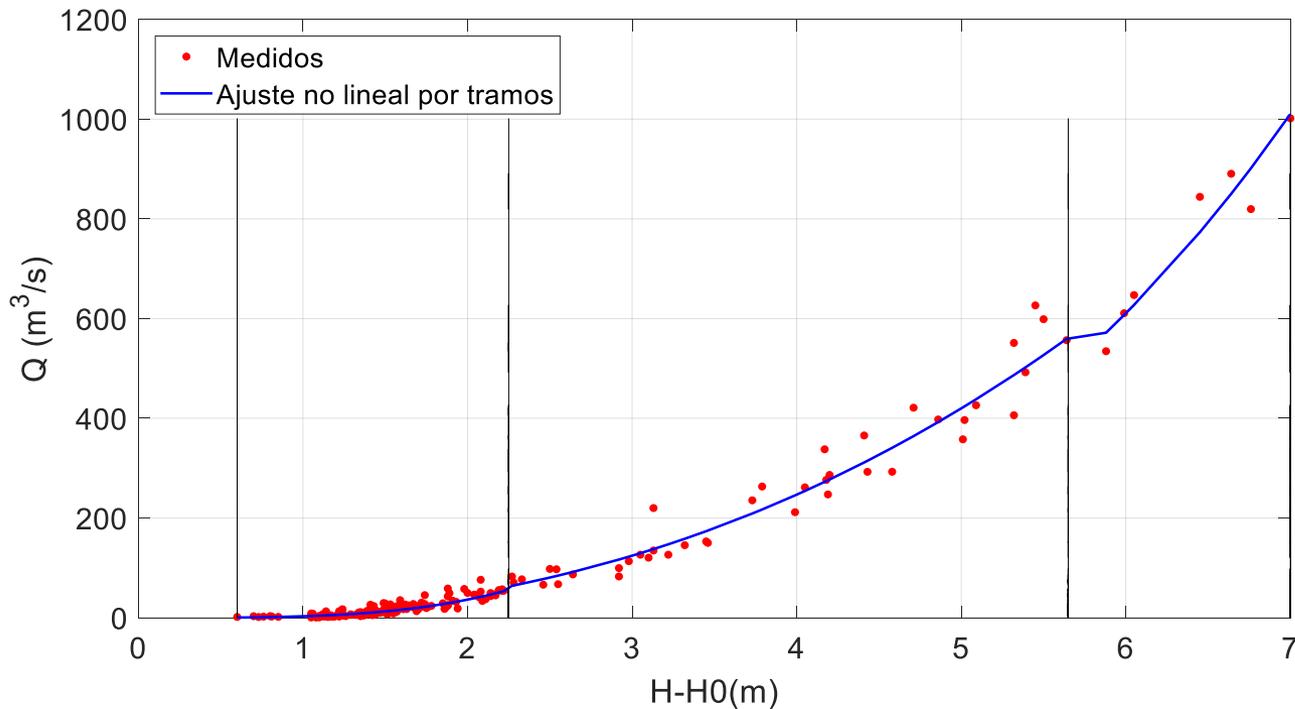


Tramo	H inf	H sup
1	-0.35 m	1.30 m
2	1.30 m	4.70 m
3	4.70 m	6.05 m

CURVAS DE AFORO

Ajuste por tramos de nivel

Para enfrentar el problema es común realizar un ajuste por tramos, dividiendo el conjunto de datos con algún criterio razonable.

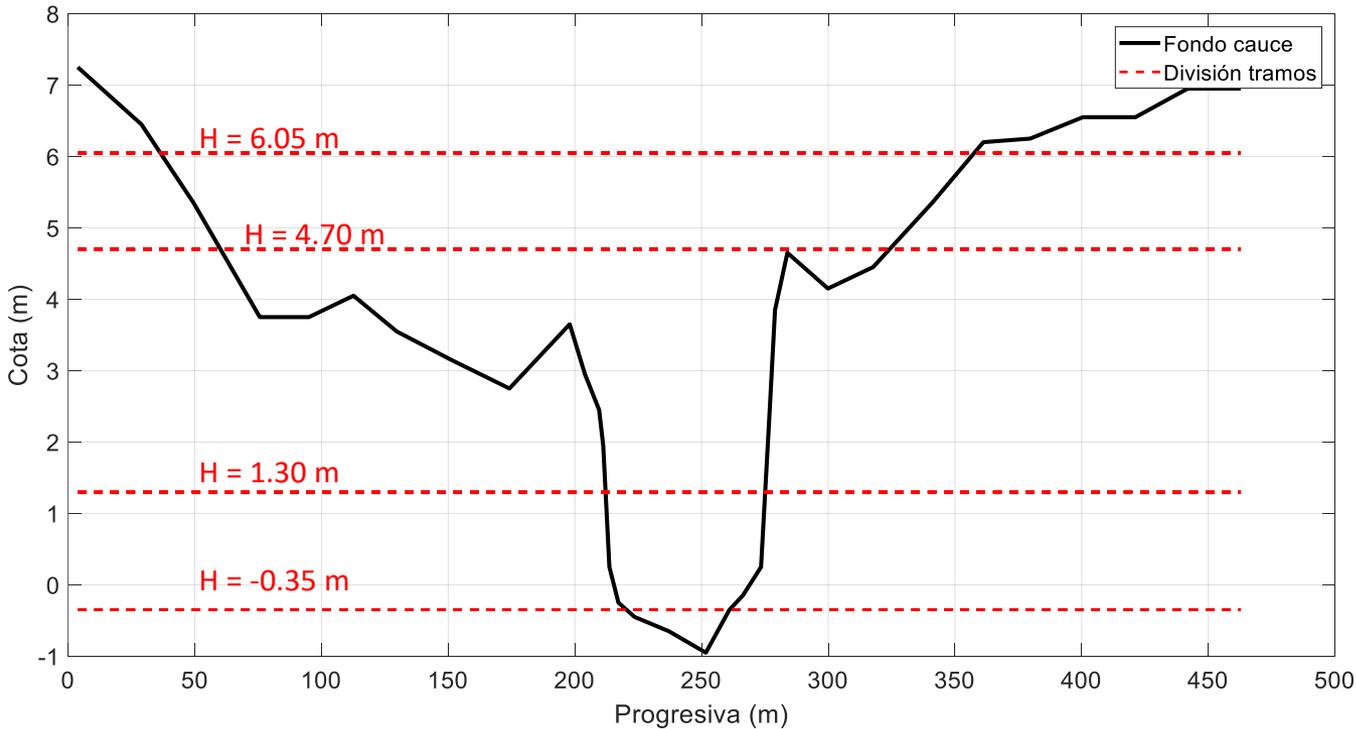


Tramo	H inf	H sup
1	-0.35 m	1.30 m
2	1.30 m	4.70 m
3	4.70 m	6.05 m

CURVAS DE AFORO

Ajuste por tramos de nivel

Para enfrentar el problema es común realizar un ajuste por tramos, dividiendo el conjunto de datos con algún criterio razonable.

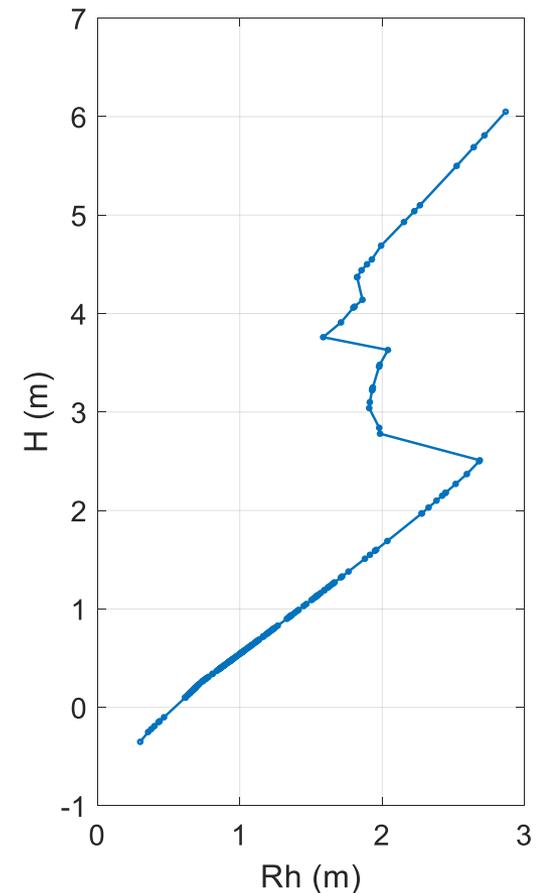
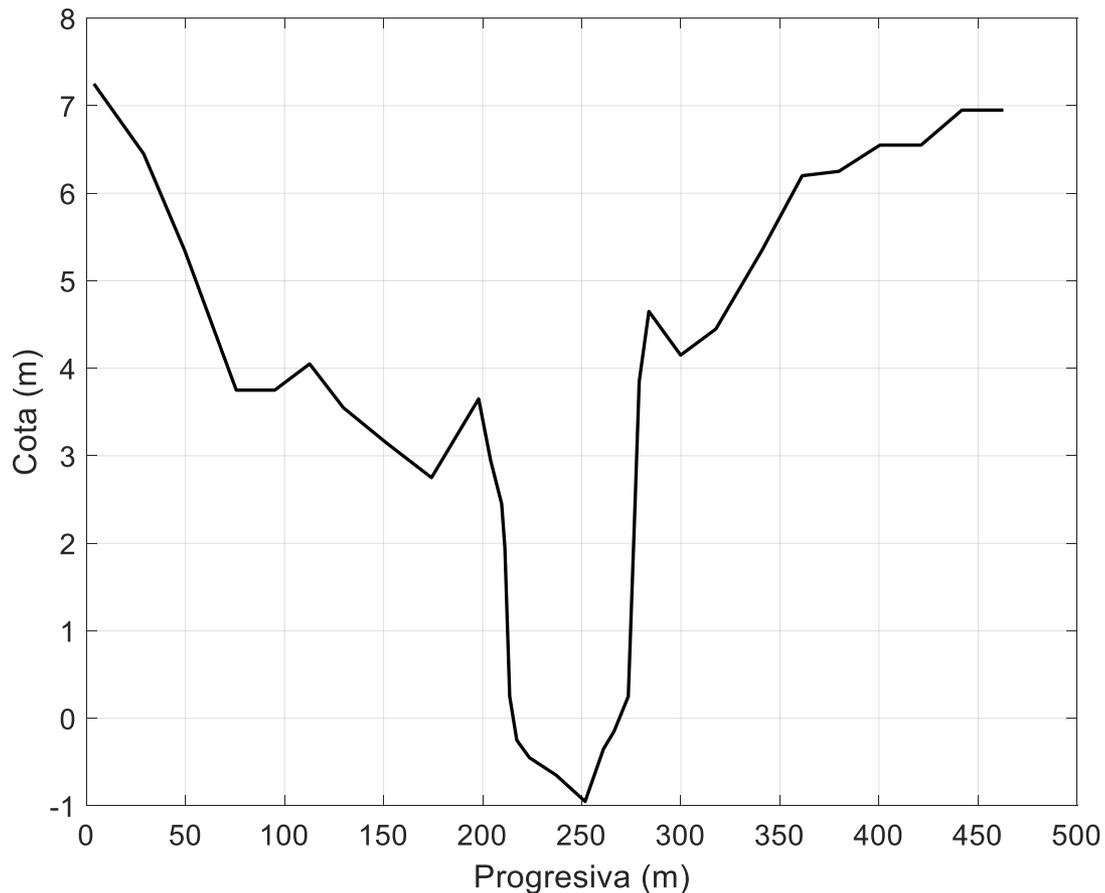


Tramo	H inf	H sup
1	-0.35 m	1.30 m
2	1.30 m	4.70 m
3	4.70 m	6.05 m

CURVAS DE AFORO

Ajuste por tramos de nivel

Para enfrentar el problema es común realizar un ajuste por tramos, dividiendo el conjunto de datos con algún criterio razonable.

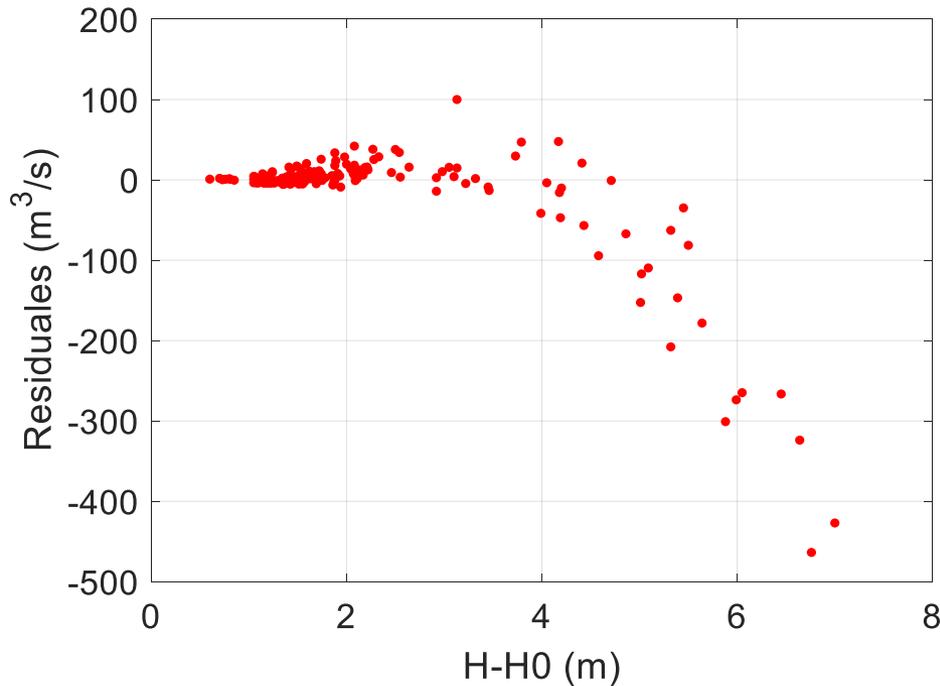


CURVAS DE AFORO

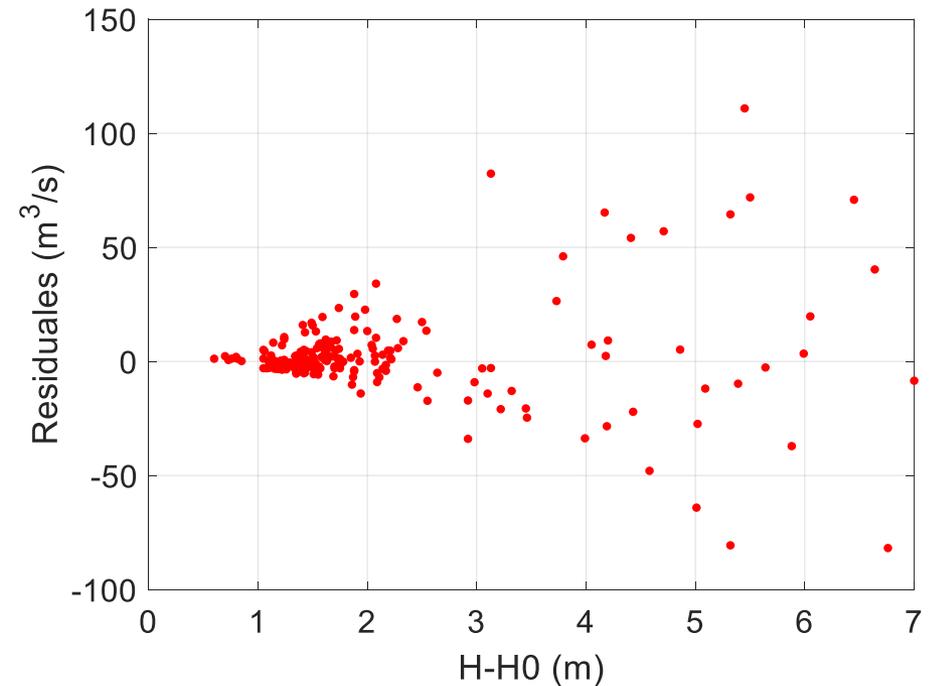
Ajuste por tramos de nivel

Comparando podemos observar una mejoría en el ajuste en todos los indicadores, tanto gráficos como analíticos.

Ajuste normal



Ajuste por tramos



CURVAS DE AFORO

Ajuste por tramos de nivel

Comparando podemos observar una mejoría en el ajuste en todos los indicadores, tanto gráficos como analíticos.

Ajuste normal

$$MSE = 5.1 \times 10^3 \text{ m}^6/\text{s}^2$$

$$RMSE = 71.5 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$MAE = 25.7 \text{ m}^3/\text{s}$$



Ajuste por tramos

$$MSE = 4.3 \times 10^2 \text{ m}^6/\text{s}^2$$

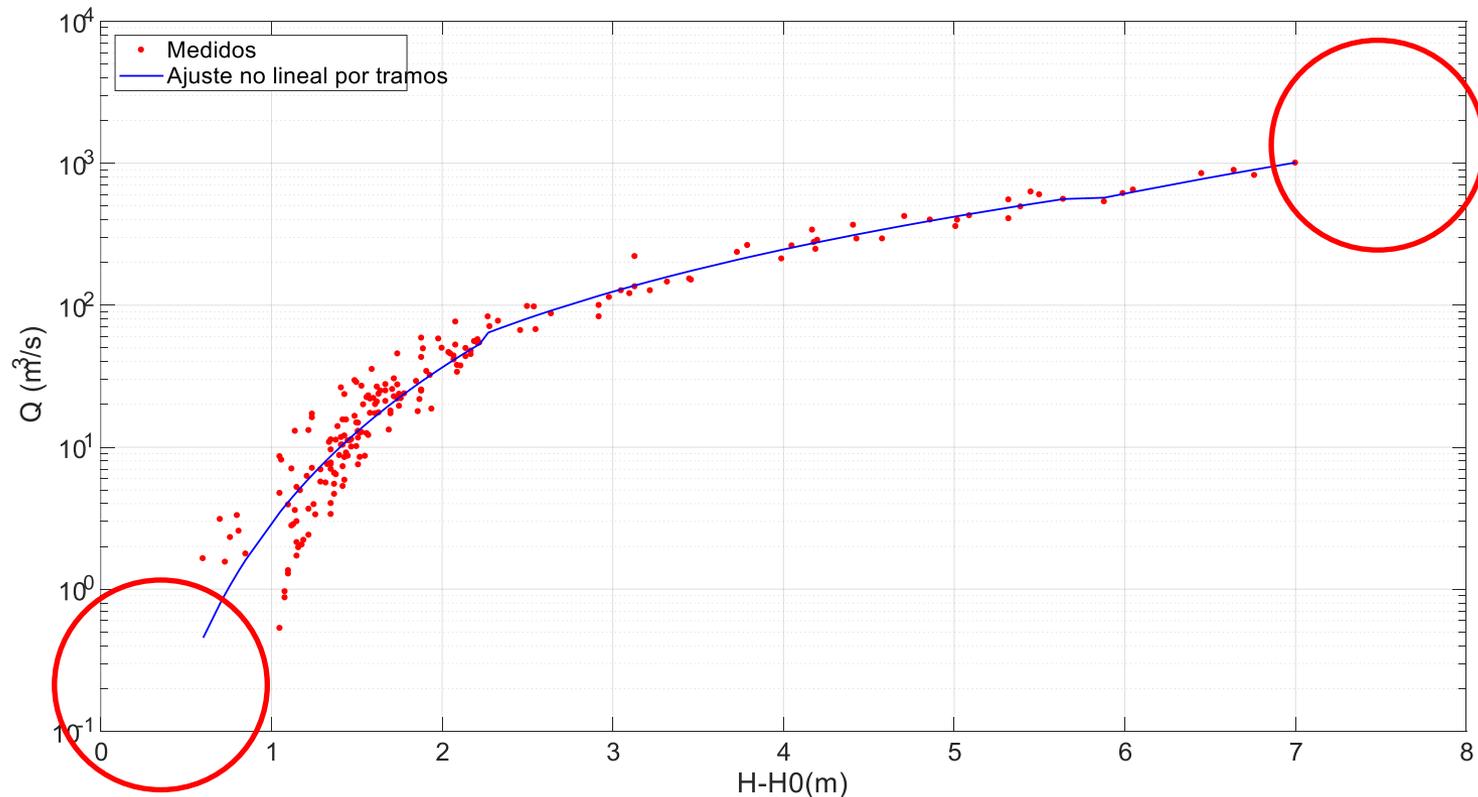
$$RMSE = 20.7 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$MAE = 10.8 \text{ m}^3/\text{s}$$

CURVAS DE AFORO

Extrapolación de curva de aforo

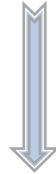
En ocasiones necesitamos estimar caudales fuera del rango que utilizamos para hacer el ajuste.
¿Qué hacemos en ese caso? ¿Es correcto extrapolar nuestro ajuste?



CURVAS DE AFORO

Extrapolación de curva de aforo

En ocasiones necesitamos estimar caudales fuera del rango que utilizamos para hacer el ajuste. ¿Qué hacemos en ese caso? ¿Es correcto extrapolar nuestro ajuste?



- ❖ No hay que olvidar que es un ajuste matemático, que no tiene en cuenta las características físicas del cauce (geometría, rugosidad, etc.). Es por esto que hubo que hacer un ajuste por tramos en primer lugar.
- ❖ Si extrapolamos el ajuste matemático, nos arriesgamos a hacer estimaciones erróneas, ya que no sabemos si cambian la geometría y rugosidad del cauce.
- ❖ Es conveniente manejar algún otro criterio (ecuación de base física) como respaldo, que tenga en cuenta estas características del cauce. ¿Cuál puede ser?

CURVAS DE AFORO

Extrapolación de curva de aforo

❖ Ecuación de Manning:

$$Q = \frac{AR_h^{2/3} S_f^{1/2}}{n}$$

Siendo:

- ❖ Q el caudal
- ❖ A el área transversal de flujo.
- ❖ R_h el radio hidráulico.
- ❖ S_f la pendiente de fricción del flujo. En flujo uniforme se puede considerar igual a la pendiente de fondo del cauce.
- ❖ n el coeficiente de rugosidad de Manning. Sus valores se pueden consultar en Chow (1994).

CURVAS DE AFORO

Extrapolación de curva de aforo

La dificultad de utilizar la ecuación de Manning para extrapolar es que aparecen dos nuevas variables a tener en cuenta la pendiente S_f y el coeficiente de rugosidad n .

$$Q = \frac{AR_h^{2/3} S_f^{1/2}}{n}$$

Condicionado por la hidrodinámica del cauce.

Si bien es un parámetro que se encuentra tabulado, presenta incertidumbre y muchas veces se usa como variable de calibración de modelos hidrodinámicos.



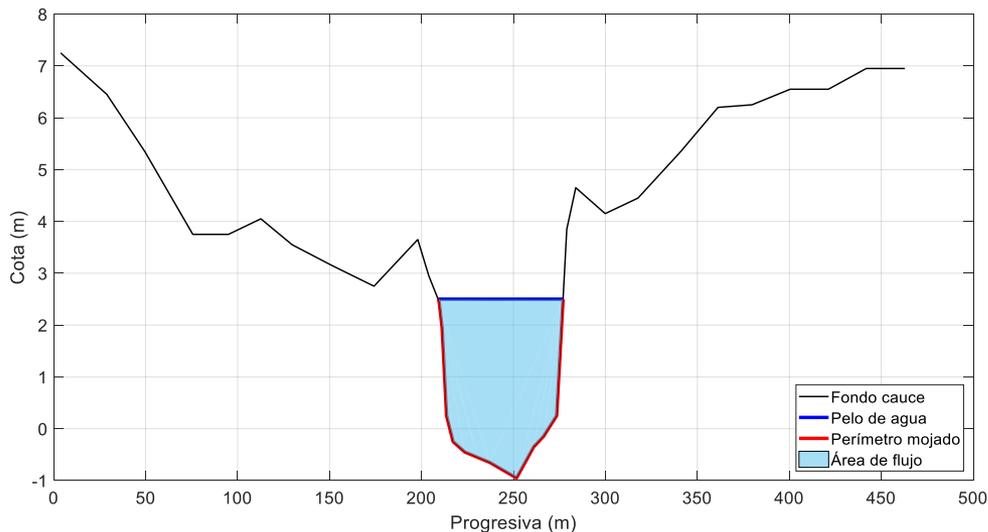
Podemos despejarlos de la ecuación y observar su comportamiento a partir de los datos medidos de H y Q.

CURVAS DE AFORO

Extrapolación de curva de aforo

$$S_f = \left(\frac{Qn}{AR_h^{2/3}} \right)^2 \quad \frac{S_f^{1/2}}{n} = \frac{Q}{AR_h^{2/3}}$$

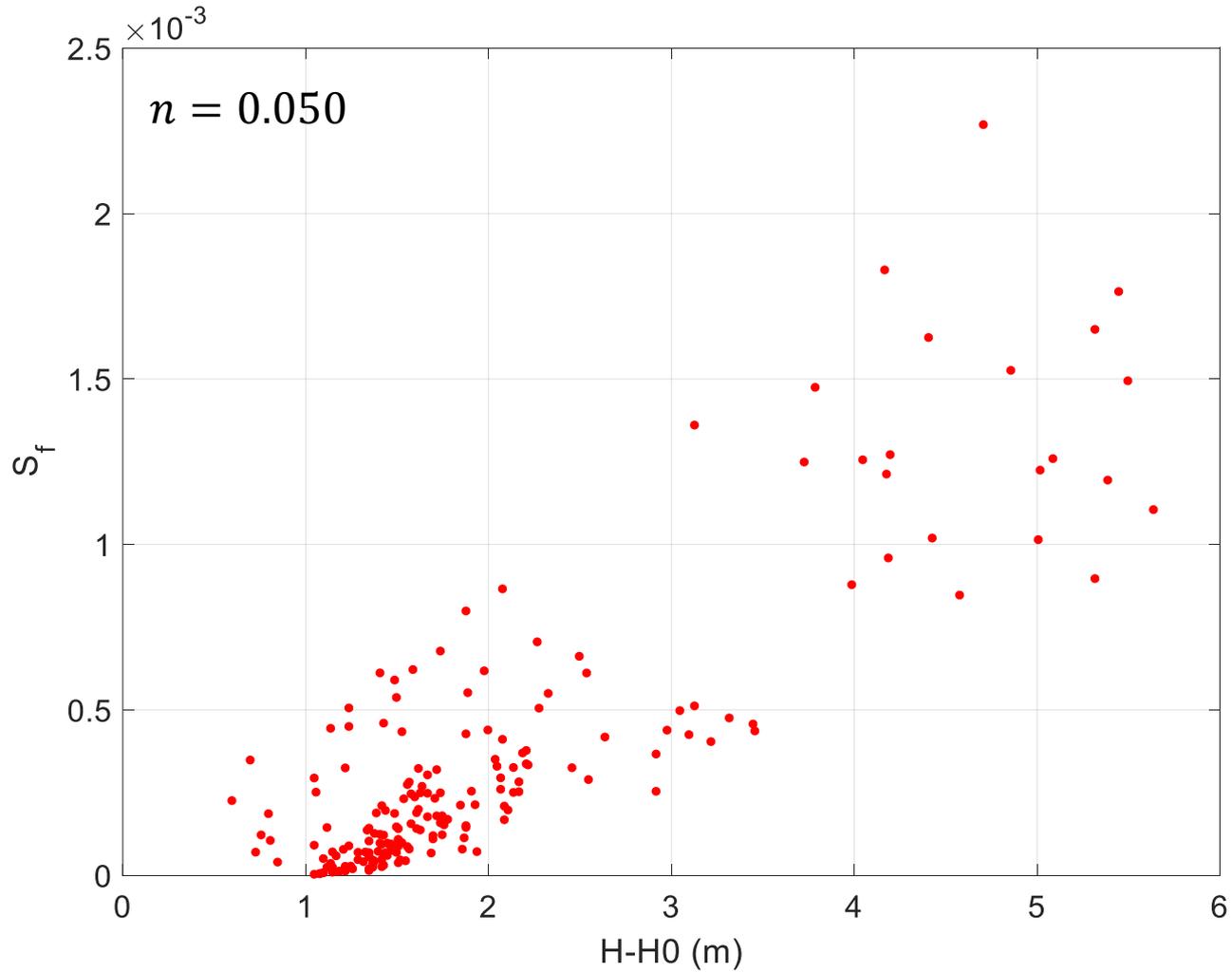
- ❖ Q es medido
- ❖ A y Rh pueden calcularse a partir de H y la geometría del cauce.



H (m)	Q (m³/s)	A (m²)	Rh (m)	Sf	Sf ^{0.5} /n
-0.35	1.64
-0.25	3.10
-0.22	1.55
-0.19	2.31
-0.15	3.30
-0.14	2.56
-0.10	1.77
0.10	0.53
0.10	4.73
0.10	8.57
0.11	8.11
0.13	0.96
0.13	0.87
0.15	1.35
0.15	1.28
0.15	3.92
...
...

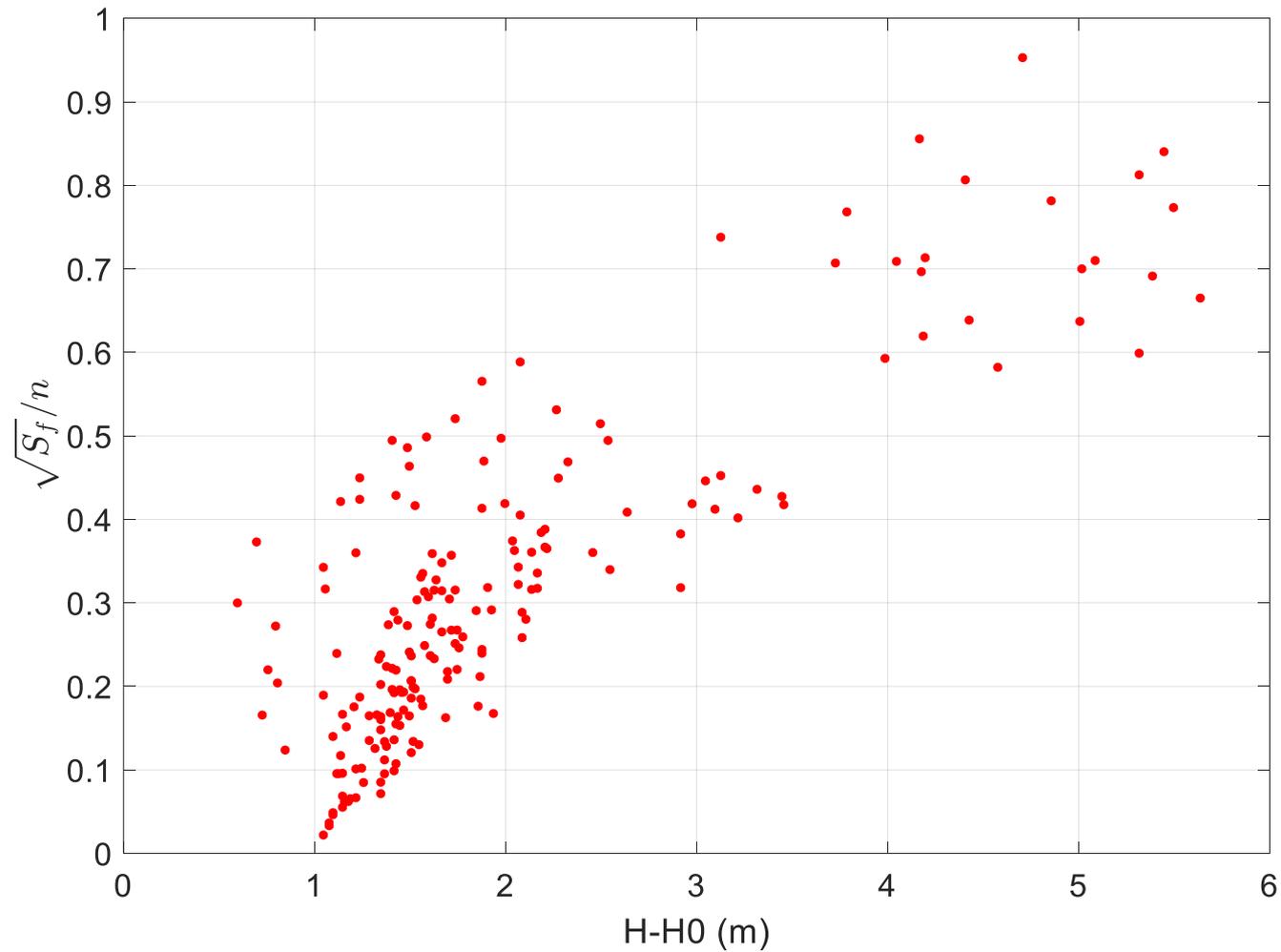
CURVAS DE AFORO

Extrapolación de curva de aforo



CURVAS DE AFORO

Extrapolación de curva de aforo



CURVAS DE AFORO

Extrapolación de curva de aforo

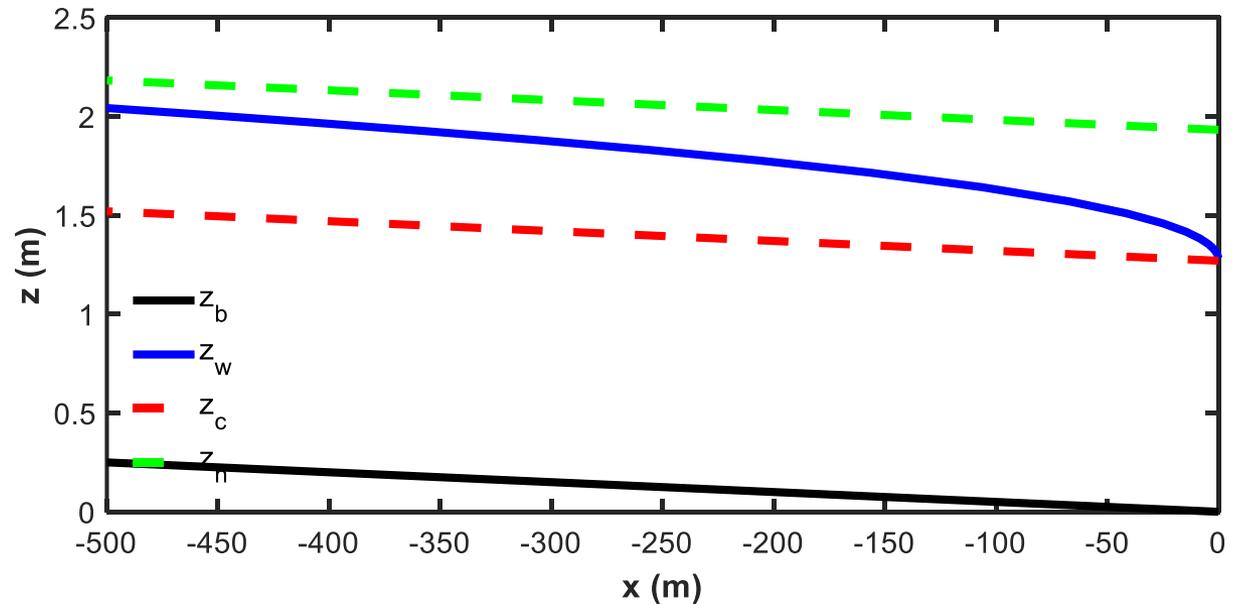
¿Cómo podemos estimar S_f para extrapolar?



Alternativa 1: Modelación hidrodinámica

Flujo gradualmente variado:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2}$$



CURVAS DE AFORO

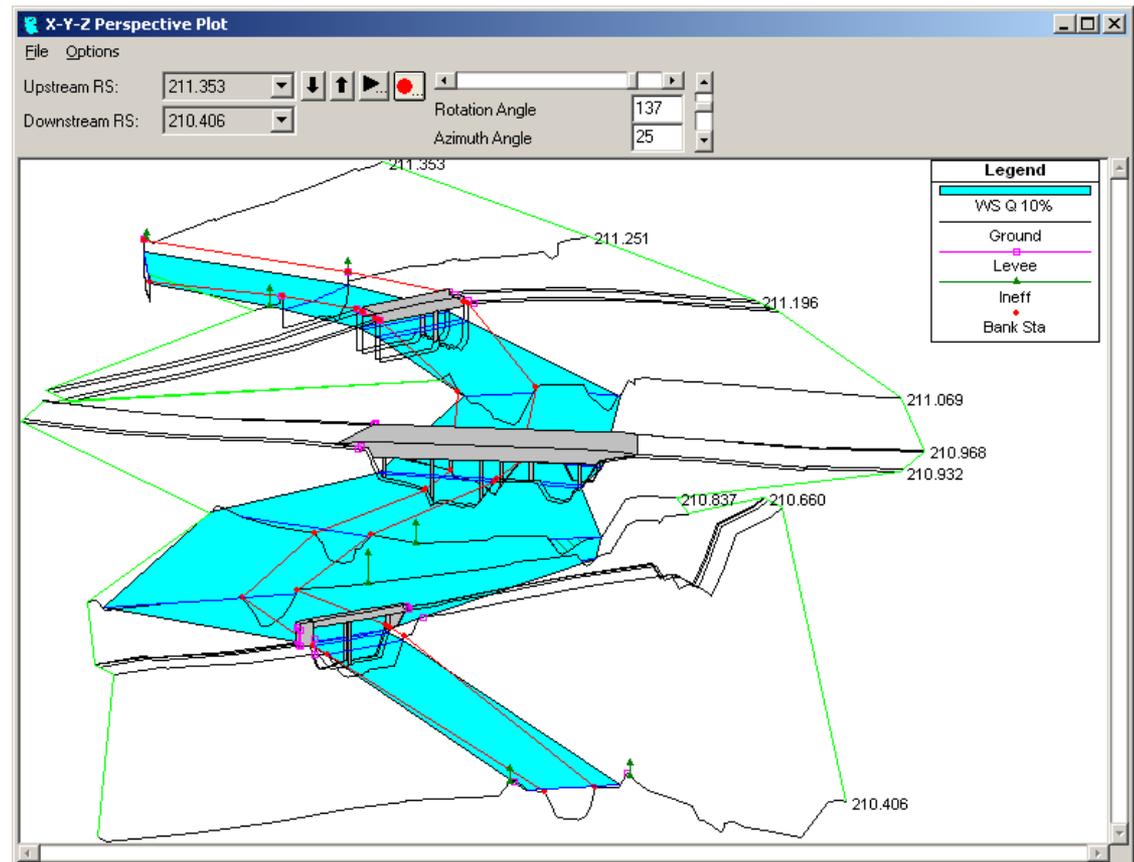
Extrapolación de curva de aforo

¿Cómo podemos estimar S_f para extrapolar?



Alternativa 1: Modelación hidrodinámica

Ecuaciones de Saint Venant:



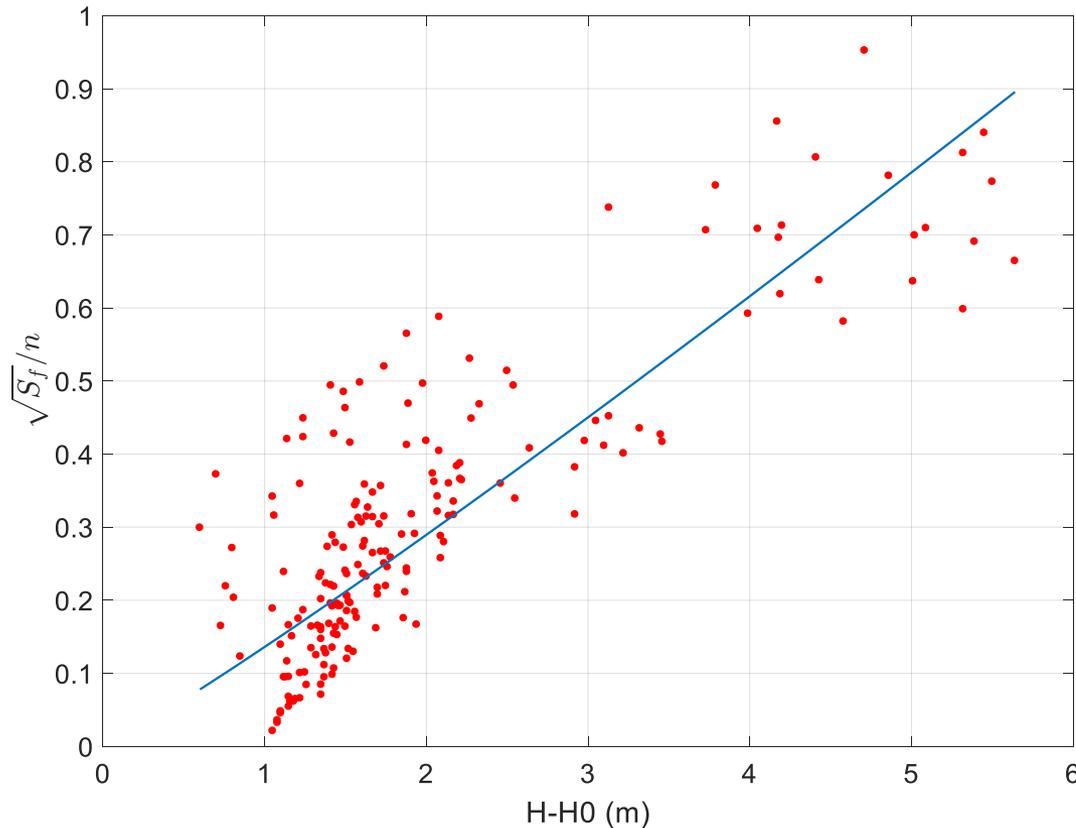
CURVAS DE AFORO

Extrapolación de curva de aforo

¿Cómo podemos estimar S_f para extrapolar?



Alternativa 2: Extrapolar ajuste matemático no lineal a $S_f^{1/2} / n$



Si bien con esta alternativa seguimos dependiendo de un ajuste matemático, en este caso se contemplan la geometría de la sección transversal y la rugosidad del cauce dentro del método, lo que le da mayor confiabilidad.

CURVAS DE AFORO

Resolución de ejercicio de aforos

En la tarea del módulo, solo para simplificar, **vamos a suponer que es válido considerar S_f constante igual a la pendiente de fondo del cauce**. Con este dato, se pide hacer un ajuste del coeficiente de rugosidad de Manning para aproximarse a los datos medidos.

Suponemos:

$$S_f = S_0 \quad (\text{valor conocido})$$

Iteramos con el coeficiente de rugosidad n de Manning para lograr el mejor ajuste posible a los datos.

$$Q = \frac{AR_h^{2/3} S_0^{1/2}}{n}$$

* Como queremos extrapolar a valores de caudal alto, nos centramos en que el ajuste sea adecuado para el tramo de valores de caudal más altos disponibles.

CURVAS DE AFORO

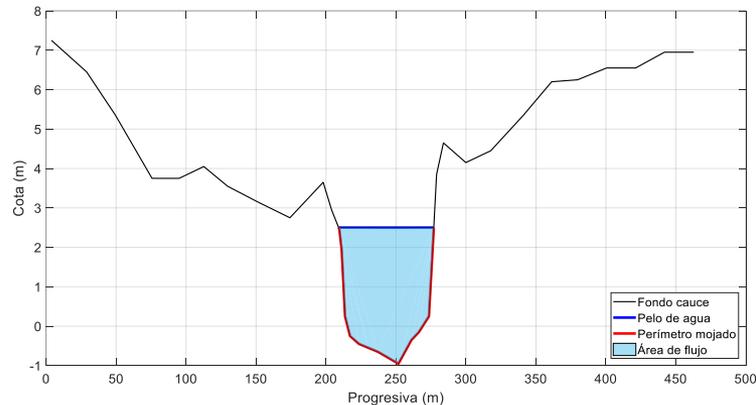
Resolución de ejercicio de aforos

Parto de los siguientes datos:

- ❖ Serie de mediciones de H y Q
- ❖ Geometría de sección transversal

H (m)	Q (m ³ /s)
-0.35	1.64
-0.25	3.10
-0.22	1.55
-0.19	2.31
-0.15	3.30
-0.14	2.56
-0.10	1.77
0.10	0.53
0.10	4.73
0.10	8.57
0.11	8.11
0.13	0.96
0.13	0.87
0.15	1.35
0.15	1.28
0.15	3.92
...	...
...	...

A partir de la geometría de la ST, puedo determinar A_i y Rh_i para cada valor de nivel H_i



H (m)	A (m ²)	Rh (m)
-0.35
-0.25
-0.22
-0.19
-0.15
-0.14
-0.10
0.10
0.10
0.10
0.11
0.13
0.13
0.15
0.15
0.15
...
...

CURVAS DE AFORO

Resolución de ejercicio de aforos

Luego supongo un valor para el coeficiente de rugosidad y uso la ecuación de Manning para calcular un caudal estimado Q_i^* correspondiente a cada valor de H_i

H (m)	A (m ²)	Rh (m)
-0.35
-0.25
-0.22
-0.19
-0.15
-0.14
-0.10
0.10
0.10
0.10
0.10
0.11
0.13
0.13
0.15
0.15
0.15
...
...

$$S_f = S_0 \text{ (valor conocido)}$$

Comenzamos suponiendo
 $n = 0.015$

$$Q = \frac{AR_h^{2/3} S_0^{1/2}}{n}$$

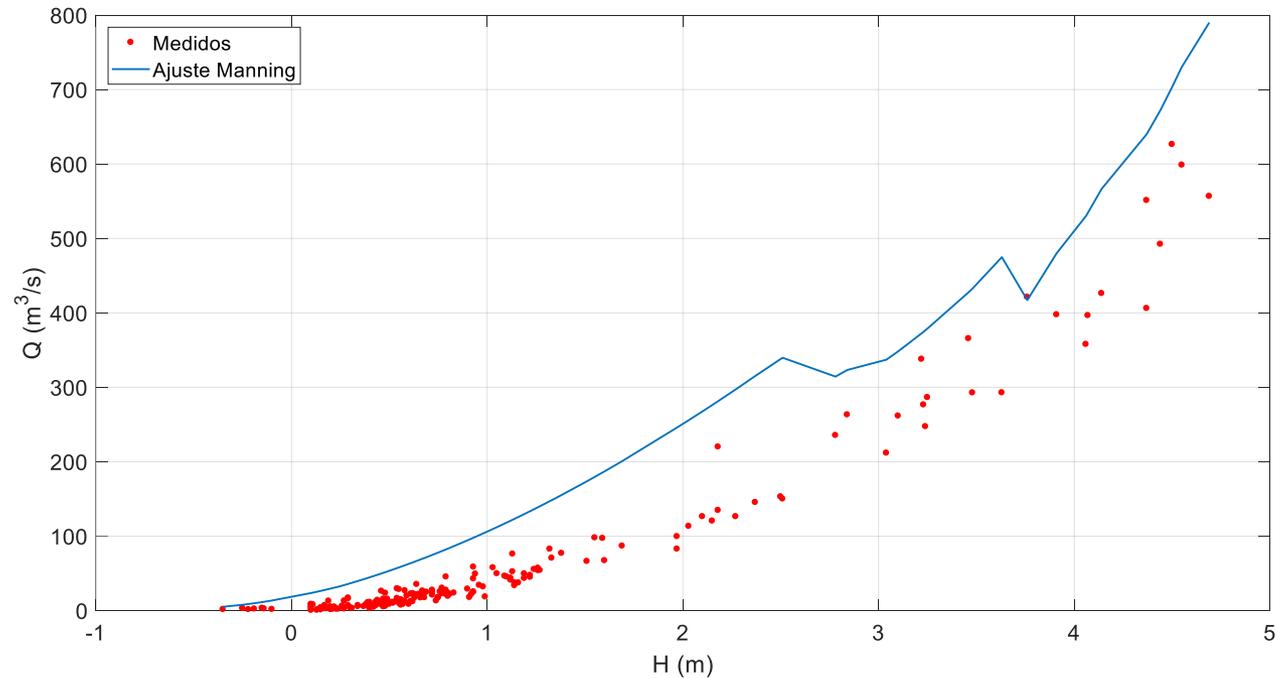
H (m)	A (m ²)	Rh (m)	Q^* (m ³ /s)
-0.35
-0.25
-0.22
-0.19
-0.15
-0.14
-0.10
0.10
0.10
0.10
0.10
0.11
0.13
0.13
0.15
0.15
0.15
...
...

CURVAS DE AFORO

Resolución de ejercicio de aforos

Ahora puedo hacer una comparación entre los valores medidos (Q_i) y los estimados (Q_i^*) y evaluar la calidad del ajuste.

Q (m^3/s)	Q^* (m^3/s)
1.64	...
3.10	...
1.55	...
2.31	...
3.30	...
2.56	...
1.77	...
0.53	...
4.73	...
8.57	...
8.11	...
0.96	...
0.87	...
1.35	...
1.28	...
3.92	...
...	...
...	...



$$MSE = 5.5 \times 10^3 \text{ m}^6/\text{s}^2$$

$$MAE = 60.8 \text{ m}^3/\text{s}$$

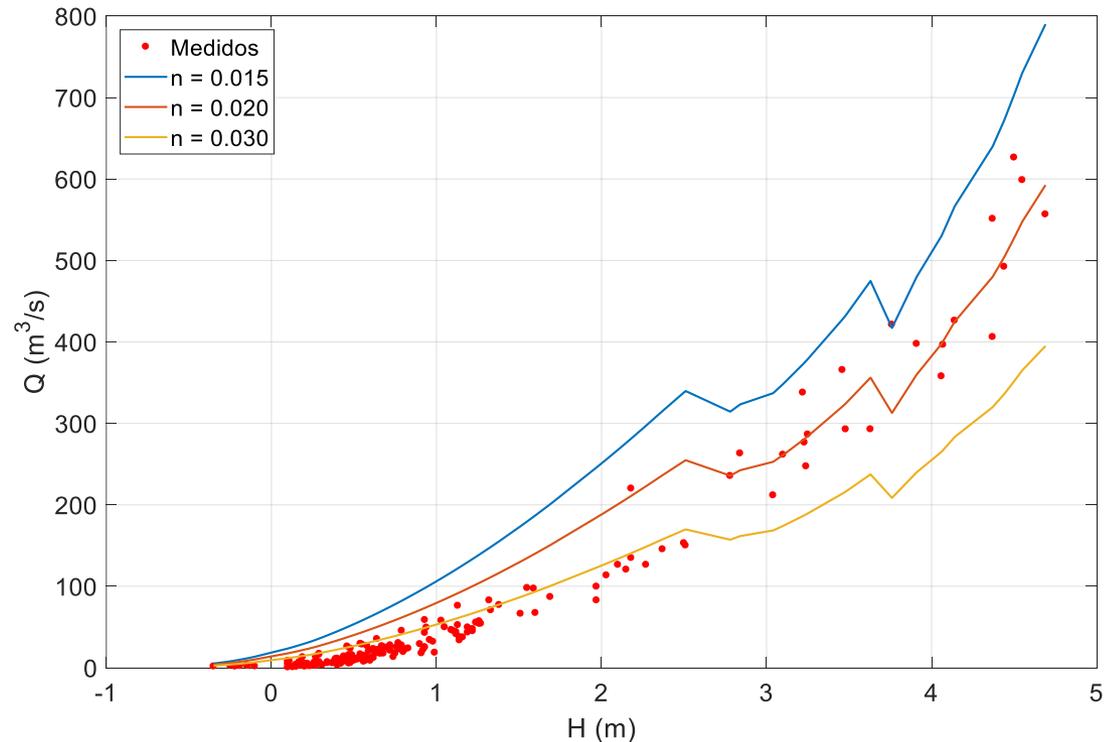
$$RMSE = 74.4 \text{ m}^3/\text{s}$$

CURVAS DE AFORO

Resolución de ejercicio de aforos

Luego repito el procedimiento iterando con el valor del coeficiente de rugosidad hasta obtener un valor óptimo, que represente mejor mis datos.

	n = 0.015	n = 0.035	n = 0.050
Q (m ³ /s)	Q* (m ³ /s)	Q* (m ³ /s)	Q* (m ³ /s)
1.64
3.10
1.55
2.31
3.30
2.56
1.77
0.53
4.73
8.57
8.11
0.96
0.87
1.35
1.28
3.92
...
...

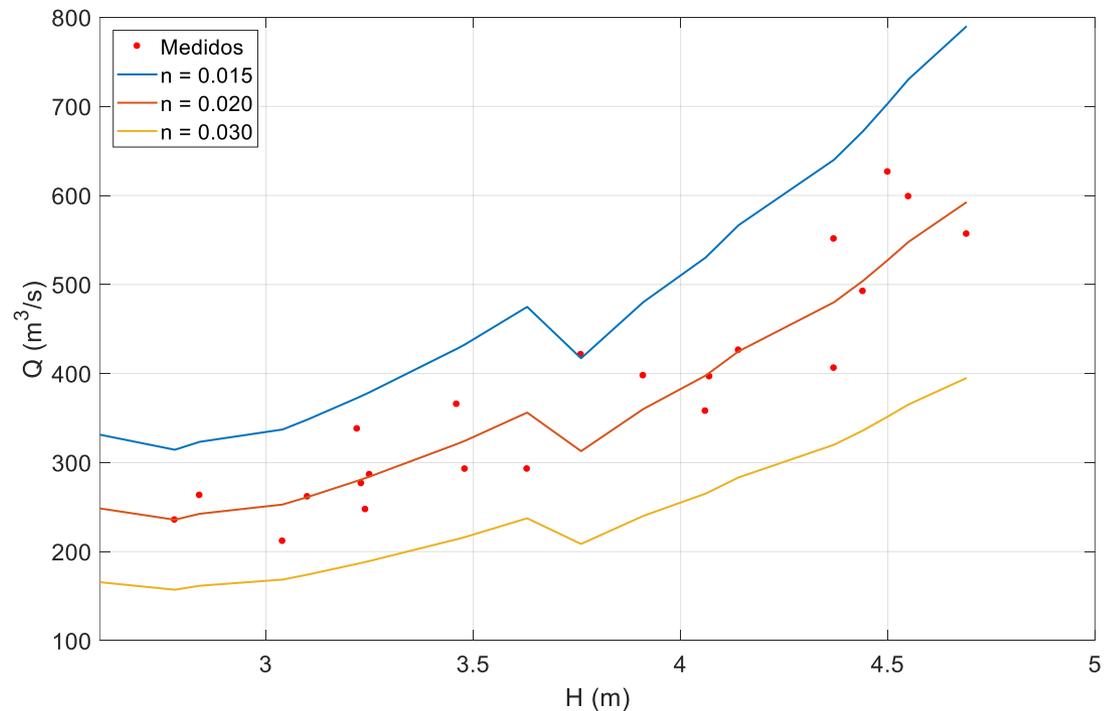


CURVAS DE AFORO

Resolución de ejercicio de aforos

Recordar que, en el caso del ejercicio, nos interesa particularmente el rango de caudales altos, no es necesario trabajar con la totalidad de los datos medidos.

	n = 0.015	n = 0.035	n = 0.050
Q (m ³ /s)	Q^* (m ³ /s)	Q^* (m ³ /s)	Q^* (m ³ /s)
211.7
261.6
337.8
276.5
247.3
286.4
365.5
292.7
292.8
421.3
397.6
357.8
396.5
426.2
406.1
551.2
...
...



AFOROS



Edición 2024

Federico Vilaseca

Instituto de Mecánica de los Fluidos e Ingeniería Ambiental (IMFIA)
Facultad de Ingeniería, Universidad de la República, Uruguay

fvilaseca@fing.edu.uy