

PRÁCTICO 2: COMBINATORIA

**Ejercicio 1.** Un alfabeto consta de 5 vocales y 22 consonantes. ¿Cuántas palabras de longitud 6 se pueden formar con tal alfabeto que no tengan ni dos consonantes ni dos vocales juntas?

**Ejercicio 2.** La final de un campeonato de fútbol ha terminado en empate y debe definirse por penales. Para patearlos, la directora técnica debe elegir en orden 5 jugadoras diferentes de un total de 11. ¿De cuántas formas puede hacerlo? Responder la misma pregunta si la capitana del equipo siempre patea el quinto penal.

**Ejercicio 3.**

- (a) ¿Cuántas palabras distintas se pueden formar usando todas las letras de la palabra *ÁRBOL*?
- (b) ¿Cuántas palabras de largo 3 se pueden formar usando letras distintas de la palabra *ÁRBOL* ?
- (c) ¿Cuántas palabras distintas pueden obtenerse permutando las letras de la palabra *ALGORITMO*?

**Ejercicio 4.** En una prueba que consta de 10 preguntas un estudiante decide responder sólo 6, y quiere que al menos 3 de ellas estén entre las 5 primeras. ¿De cuántas formas distintas podría hacerlo?

**Ejercicio 5.**

- a. ¿De cuántas formas se puede colorear una bandera de cuatro franjas horizontales con cinco colores?
- b. Idem a la parte a. con la restricción de que el color de la primer y última franja sean distintos.

**Ejercicio 6.** ¿Cuántos números naturales pares de tres dígitos distintos (en base diez), existen?

**Ejercicio 7.** ¿Cuántas palabras distintas pueden construirse (con o sin sentido), usando todas las letras de la palabra ASALAS?

**Ejercicio 8.** ¿De cuántas maneras diferentes puede un Rey, desplazarse desde la esquina inferior izquierda (a1) hasta la esquina superior derecha (h8) de un tablero de ajedrez, admitiendo únicamente movimientos hacia arriba o hacia la derecha (no se permite movimiento en diagonal)?

**Ejercicio 9.** (Ej. 1 del examen de diciembre de 2016)

- a. ¿Cuántas palabras se pueden formar con las letras de SKYWALKER que empiecen en vocal y no contengan la secuencia RL?
- b. ¿Cuántas palabras se pueden formar con las letras de SKYWALKER que empiecen en vocal y no contengan la secuencia RK?

**Ejercicio 10.** Un comité de 10 personas será elegido entre 8 hombres y 8 mujeres. De cuántas formas se puede hacer una selección si

- a. No hay restricciones.
- b. Debe haber 5 hombres y 5 mujeres.
- c. Deben haber más mujeres que hombres.
- d. Deben haber al menos 7 hombres.

**Ejercicio 11.** ¿De cuántas formas puede un jugador extraer 5 cartas de una baraja común (de 48 cartas) y obtener:

- a. cinco cartas del mismo palo,
- b. cuatro ases,
- c. cuatro cartas del mismo valor,
- d. tres ases y dos sotas,
- e. tres ases y un par?

Ejercicio 6. ¿Cuántos números naturales pares de tres dígitos distintos (en base diez), existen?

0 1 2 x  
 1 2 3 x  
 1 2 2

8 pos    1    0  
 d<sub>1</sub>   d<sub>2</sub>   d<sub>3</sub>

7 pos    1    2  
 d<sub>1</sub>   d<sub>2</sub>   d<sub>3</sub>

8 pos    0    2  
 d<sub>1</sub>   d<sub>2</sub>   d<sub>3</sub>

Primero elijo d<sub>3</sub> tengo 5 posibles dígitos.

Una vez elegido d<sub>3</sub> elijo d<sub>2</sub> que tengo  $|10-1|=9$

← el usado en d<sub>3</sub>  
 dígitos posibles  
 {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

no funciona

Empetamos de vuelta.

Separaremos en dos casos:

- I) d<sub>3</sub> = 0
- II) d<sub>3</sub> ≠ 0

I) d<sub>3</sub> = 0, hay 9 posibilidades para d<sub>1</sub>.  
 Una vez elegido d<sub>1</sub>, hay 8 posibilidades para d<sub>2</sub> → hay  $8 \times 9$

II) hay 4 posibilidades para d<sub>3</sub>.  
 una vez elegido d<sub>3</sub> hay 8 posibilidades para d<sub>1</sub>, una vez elegido d<sub>1</sub> tengo 8 posibilidades para d<sub>2</sub> →  $4 \times 8 \times 8$

En total, por regla de la suma, tengo

$$8 \times 9 + 4 \times 8 \times 8 = 8(4 \times 8 + 9)$$

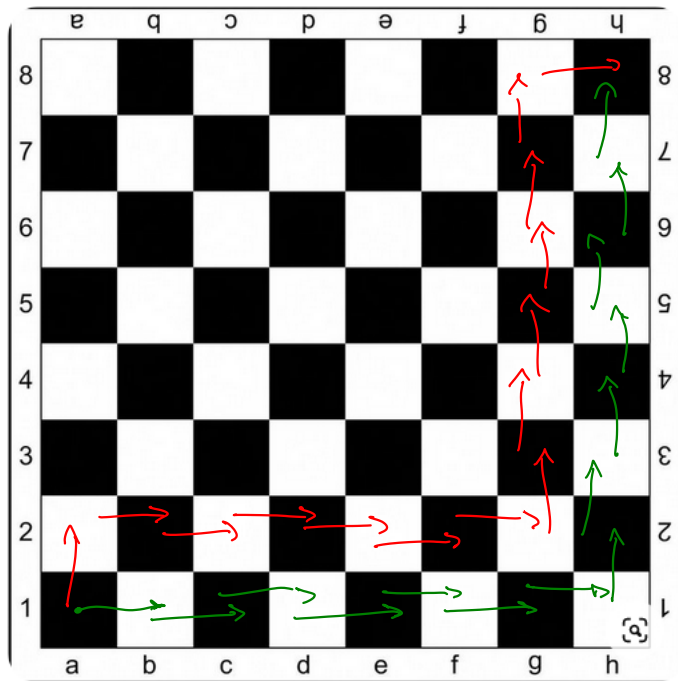
$$= 328$$

```

>>> contar = 0
>>> for d1 in range(10):
...   for d2 in range(10):
...     for d3 in range(10):
...       if d1 != 0:
...         if d3%2 == 0:
...           if d1 != d2 and d1 != d3 and d2 != d3:
...             print(d1*100+d2*10+d3)
...             contar+= 1
>>> contar
328

```

**Ejercicio 8.** ¿De cuántas maneras diferentes puede un Rey, desplazarse desde la esquina inferior izquierda (a1) hasta la esquina superior derecha (h8) de un tablero de ajedrez, admitiendo únicamente movimientos hacia arriba o hacia la derecha (no se permite movimiento en diagonal)?



DDDDDDD DAAAAAA  
 ADDDDDD DAAAAAD  
 Para llegar de a1 a h8 tengo que subir 7 veces y moverme a la derecha 7 veces.

Recordar: si tengo  $n$  objetos

$n_1$  del primer tipo  
 $n_2$  " seg. " " "  
 $n_3$  " tercer " "  
 $\vdots$   
 $n_t$  " T-ésimo tipo

$n_1 + n_2 + \dots + n_t = n$   
 $\rightarrow$  hay  $n!$

$n_1! n_2! \dots n_t!$  permutaciones

de los  $n$  objetos.

Cada manera de llegar la puedo describir como una palabra con 7 A's y 7 D's. La cantidad de dichas palabras es

$$\frac{14!}{7! \cdot 7!} = 3432$$

**Ejercicio 9.** (Ej. 1 del examen de diciembre de 2016)

- ¿Cuántas palabras se pueden formar con las letras de SKYWALKER que empiecen en vocal y no contengan la secuencia RL?
- ¿Cuántas palabras se pueden formar con las letras de SKYWALKER que empiecen en vocal y no contengan la secuencia RK?

→ cantidad

# palabras con las letras de SKYWALKER que empiecen en vocal

= # ... en vocal y contengan la secuencia RL +

# ... que no contengan RL

↳ esto es lo que quiero contar

Pero los otros es más fácil de contar

Lo primero:  $2 \cdot \frac{8!}{2!} = 8!$

Acá consideremos a RL como una letra sola: si empiezo con A

tengo las letras S, K, Y, W, RL, E

$$\frac{7!}{2!}$$

Hay  $2 \cdot \frac{7!}{2!} = 7!$  palabras de esas. si empiezo con E lo mismo

Entonces

$8! = 7! + \# \text{ palabras --}$   
empiezan en vocal  
y contienen RL.  
 $= X$

$$\Rightarrow X = 8! - 7!$$

$$= 7! \cdot 8 - 7! = 7 \cdot 7!$$

