Teorema de división entera: Dados $a, b \in \mathbb{Z}$ con $b \neq 0$ existen únicos $q, r \in \mathbb{Z}$ tales:

$\ast$ $a = bq + r$

$\ast$ $0 \leq r < |b|$

q es lo que llamamos cociente y r el resto.

Sistemas o bases de numeración

$$\left.\begin{aligned} 264 &= 2 \times 100 + 6 \times 10 + 4 \cdot 1 \\ &= 2 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 \end{aligned}\right\} \text{en base } 10$$

$\ast$ vamos a escribir 27 en base 5:

$$27 = \underbrace{1 \cdot 5^2}_{25} + \underbrace{0 \cdot 5^1}_{0} + \underbrace{2 \cdot 5^0}_{2} = (102)_5$$

$$\ast\ (221)_3 = \underbrace{2 \cdot 3^2}_{18} + \underbrace{2 \cdot 3^1}_{6} + \underbrace{1 \cdot 3^0}_{1} = (25)_{10} = 2 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

$3^2 \quad 3^1 \quad 3^0$

Ejercicio 1.

a. Escribir en las bases 2, 4 y 16 los números decimales 137 y 6243.

$\ast$ 137 en base 2:

$$\begin{aligned} 137 &= 2 \cdot 68 + 1 \\ &= 2 \cdot (2 \cdot 34 + 0) + 1 \\ &= 2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot 17 + 0) + 0) + 1 \\ &= 2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot 8 + 1) + 0) + 0) + 1 \\ &= 2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot 4 + 0) + 1) + 0) + 0) + 1 \\ &= 2(2(2(2(2(2 \cdot 2 + 0) + 0) + 1) + 0) + 0) + 1 \\ &= 2(2(2(2(2(2(2 \cdot 1 + 0) + 0) + 0) + 1) + 0) + 0) + 1 \\ &= (10001001)_2 \end{aligned}$$

$2^7 \quad 2^6 \qquad\qquad 2^0$

* 137 en base 4:

$$137 = 4\cdot 34 + 1$$
$$= 4(4\cdot 8 + 2) + 1$$
$$= 4(4(4\cdot 2 + 0) + 2) + 1$$
$$= 2\cdot 4^3 + 0\cdot 4^2 + 2\cdot 4^1 + 1\cdot 4^0$$
$$= (2021)_4$$

$$137 = (10001001)_2$$
$$= 2^7 + 2^3 + 2^0$$
$$= (\underbrace{2^2}_{4})^3 \cdot 2 + \underbrace{2^2}_{4}\cdot 2 + 1$$
$$= 4^3\cdot 2 + 4^1\cdot 2 + 4^0\cdot 1$$
$$= 4^3\cdot \underline{2} + 4^2\cdot \underline{0} + 4^1\cdot \underline{2} + 4^0\cdot \underline{1}$$
$$= (2021)_4$$

$2^2 = 4$

$(2^2)^3\cdot 2 = 2^{2\cdot 3}\cdot 2 = 2^{2\cdot 3+1} = 2^7$

$2^7 = 2^2 2^2 2^2 \cdot 2$

c. Escribir en las bases 2 y 10 los números hexadecimales $A7$, $4C2$, $1C2B$ y $A2DFE$.

"dígitos" en base 16:

0,	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	A,	B,	C,	D,	E,	F
										10	11	12	13	14	15

$$(A7)_{16} = 16^1 A + 16^0\cdot 7$$
$$= 16^1\cdot 10 + 7$$
$$= 2^4\cdot(2\cdot 5 + 0) + 2\cdot 3 + 1$$
$$= 2^4\cdot(2(2\cdot 2+1)) + 2(2\cdot 1 + 1) + 1$$
$$= 2^7 + 2^5 + 2^2 + 2^1 + 1\cdot 2^0$$
$$= (10100111)_2$$

$$(A7)_{16} = A\cdot 16^1 + 7\cdot 16^0$$
$$= 10\cdot 16 + 7$$
$$= 167$$

d. Escribir en las bases 10 y 16 los números binarios 11001110, 00110001, 11110000 y 01010111.

$16 = 2^4$

$$
\begin{aligned}
(11001110)_2 &= 2^7 + 2^6 + 2^3 + 2^2 + 2^1 \\
&= 2^4 \cdot 2^3 + 2^4 \cdot 2^2 + 14 \\
&= 2^4 (2^3 + 2^2) + 14 \\
&= 2^4 \cdot 12 + 14 \\
&= 16^1 \cdot 12 + 14 \\
&= 16^1 \cdot C + E \\
&= (CE)_{16}
\end{aligned}
$$

e. Escribir en la base decimal el número dado en la base indicada: $OJO_{(25)}$.

"dígitos" en base 25

0, 1, ..., 9,	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

L	M	N	O
21	22	23	24

$$
\begin{aligned}
(OJO)_{25} &= 24 \cdot 25^2 + 19 \cdot 25^1 + 24 \cdot 25^0 \\
&= 24 \cdot 25^2 + 19 \cdot 25 + 24 \\
&= 15499
\end{aligned}
$$