Curso: HORMIGÓN ESTRUCTURAL 1

MÓDULO 8: FLEXIÓN COMPUESTA

Agustin Spalvier (aspalvier@fing.edu.uy)

1er Semestre - 2024

Universidad de la República - Uruguay

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

RESUMEN

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

- **Introducción a flexión compuesta**
  - Ejemplos de elementos en flexión compuesta
- **Tracción simple o compuesta (Tracción dominante)**
  - Disposiciones constructivas y ejemplo de cálculo
- **Teorema de Ehlers (Flexión dominante)**
  - Ecuaciones adimensionales de flexión compuesta
  - Interpretación por superposición y Rango de validez del teorema de Ehlers
  - Ejemplos
- **Presoflexión (Compresión dominante)**
  - Ejemplos y criterios para armado simétrico
  - Diagramas de interacción
  - Ábacos de diagramas de interacción adimensionales

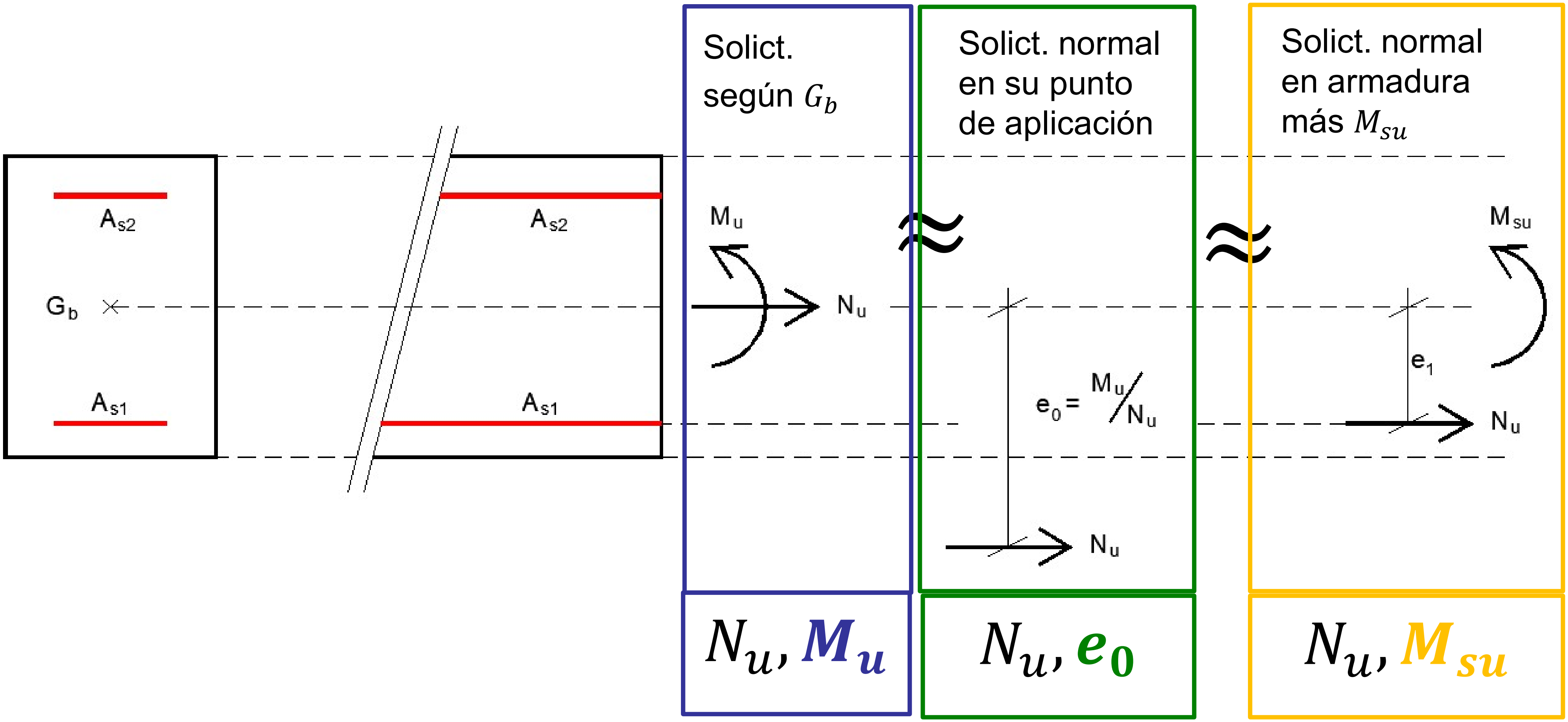
ACLARACIÓN: Estas transparencias se preparan únicamente como una guía para las clases, las cuales cumplen la función de ser una presentación de los temas que el estudiante debe aprender para aprobar el curso, indicados en la bibliografía.

Bibliografía: Jiménez Montoya – 15ª Ed. – Cap. 14.5; 15.5.1; 16.6; 16.4; 15.7

Repaso: Esfuerzos internos (Solicitaciones)

- En los cursos de resistencia de materiales tomábamos a las solicitaciones (esfuerzos internos), por definición, referidas al baricentro de la sección equivalente.

- En hormigón armado, **las solicitaciones están referidas al centro de gravedad de la sección bruta** (sección de hormigón suponiendo despreciable el área de acero).
- **Esfuerzos internos equivalentes:**
  - Si bien normalmente se expresan en el baricentro de la sección, para resolver el equilibrio de la sección a veces es conveniente expresar los esfuerzos internos como un torsor estáticamente equivalente.
    - REPASO: Para que dos sistemas de fuerzas (*i* y *j*) sean estáticamente equivalentes, se debe cumplir que los efectos que producen son equivalentes. Esto es:
      - $\Sigma F_i = \Sigma F_j$
      - $\Sigma M_{i,P} = \Sigma M_{j,P}$ *; para todo punto P*



Equación de momentos en G_b:

$$M_u = N_u \times e_0 \Rightarrow$$
$$e_0 = M_u / N_u$$

Equación de momentos en G_b:

$$M_u = M_{su} + N_u \times e_1 \Rightarrow$$
$$M_{su} = M_u - N_u \times e_1$$

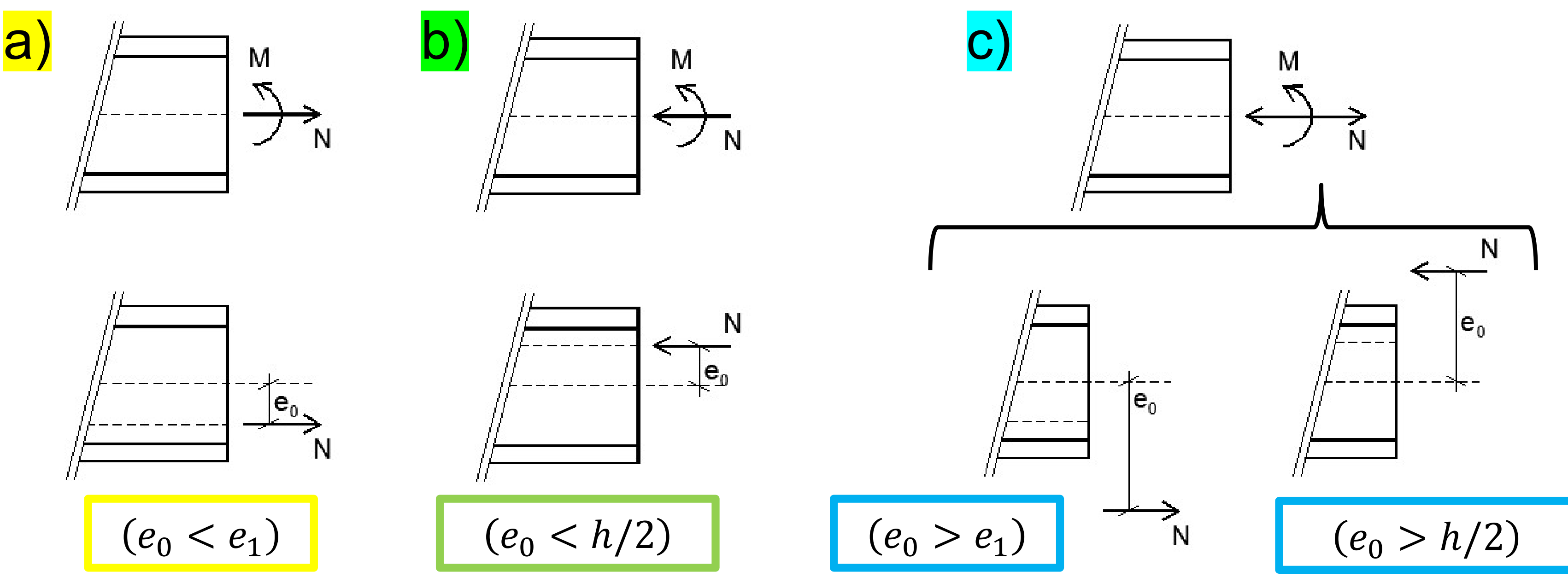
Introducción

- **Flexión Compuesta**
  - Hasta ahora hemos resuelto elementos sometidos únicamente a flexión pura ($N_d=0$).
  - Ampliaremos ahora la teoría para resolver elementos sometidos a flexión compuesta, es decir, cuando actúan simultáneamente flexión (M_d) y directa (N_d).
- **Distintos casos**
  - Por las características del hormigón armado, diferenciaremos el estudio de la flexión compuesta en 3 casos, que analizaremos de distinta forma:

    a) Tracción centrada o con pequeñas excentricidades (resultante entre las armaduras).

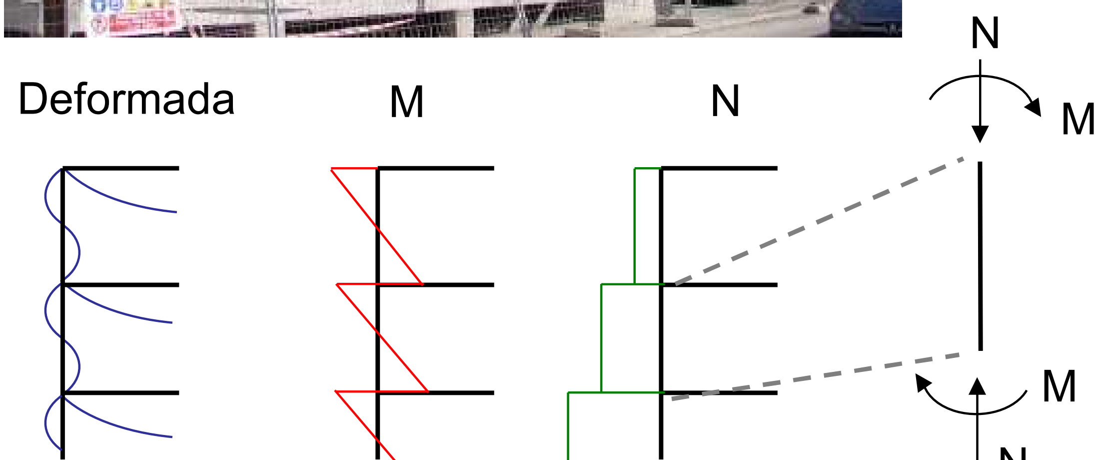
    b) Compresión centrada o con pequeñas excentricidades (aprox.: resultante dentro de la sección), o "grandes" compresiones.

    c) Directa con grandes excentricidades (tanto de tracción, como "pequeñas" compresiones).



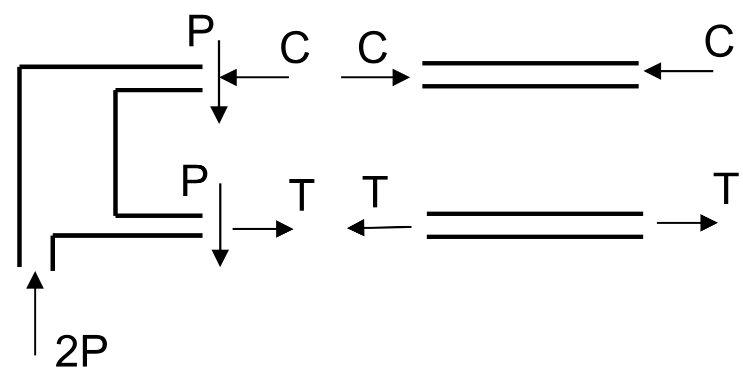
Para el cálculo consideraremos que la fibra inferior está más traccionada, o menos comprimida, que la superior.

Pilares



Efectos de banderas en losas y vigas

Pilar bandera



Algunos ejemplos

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

Tenso-flexión

Preso-flexión

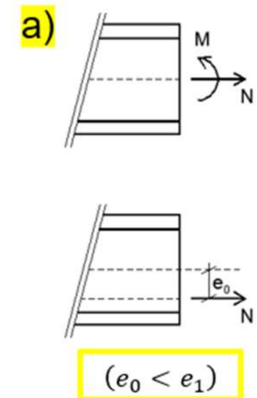
Algunos ejemplos

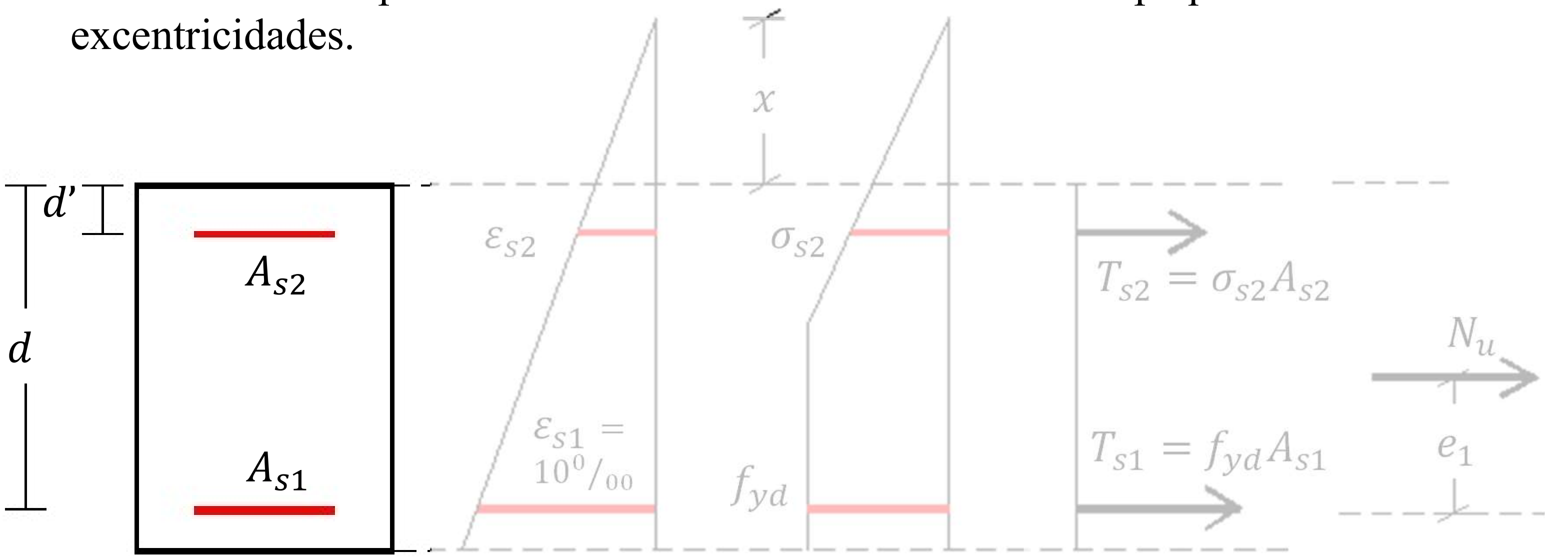
UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

Algunos ejemplos

TRACCIÓN SIMPLE O COMPUESTA

- **Definición:**
  - En **tracción simple o compuesta** la LN se ubica fuera de la sección, con: $-\infty \leq x \leq 0$.
- **Por lo tanto:**
  - Todas las fibras de la sección están en tracción.
    - Las tensiones del hormigón serán, por lo tanto, nulas.
    - Ambas armaduras trabajan a tracción.
  - Las rectas de deformación corresponden al *dominio 1*, con pivote en A.
  - En esta situación podremos tener tracciones centradas o con pequeñas excentricidades.





Por norma: $A_{s1} \geq A_{s2}$

Cuando diseñamos, para aprovechar el acero, usamos: $\boldsymbol{\sigma_{s2}} = \boldsymbol{f_{yd}}$

¿Cuál es la pareja de deformaciones límites en este caso?

En general vale:

$$N_u = A_{s2}\sigma_{s2} + A_{s1}f_{yd}$$
$$N_u e_1 = A_{s2}\sigma_{s2}(d - d')$$

Pero para diseñar tomo $\sigma_{s2} = f_{yd} \Rightarrow$:

$$N_u = (A_{s2} + A_{s1})f_{yd}$$
$$N_u e_1 = A_{s2}f_{yd}(d - d')$$

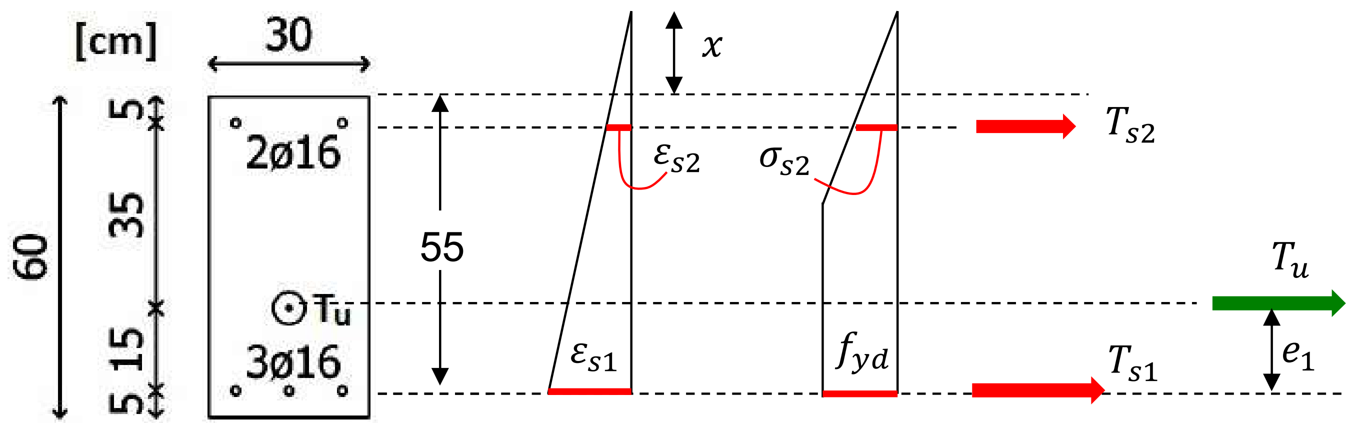
Notas

- **- Al diseñar tensores**: el problema queda indeterminado. Basta con fijar A_{s2} en fluencia (es decir: $\sigma_{s2} = f_{yd}$), ahí se puede cumplir $A_{s1} > A_{s2}$. La posición de la línea neutra x queda indeterminada.
- **- Para verificar:** puede no cumplirse $A_{s1} > A_{s2}$, se debe suponer una de las armaduras en fluencia, resolver, y verificar si la solución es coherente (las tensiones no pueden exceder f_{yd})

Consideraciones constructivas y ejemplo

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

- **Ejemplo de cálculo:** Determinar $\mathbf{T_u}$ y pareja de deformaciones
  - Considerar: $f_{ck} = 20$ MPa y $f_{yk} = 420$ MPa.



Observar que de las 5 variables independientes $x\ M\ N\ A_{s1}\ A_{s2}$, el problema nos da tres de ellas ($A_{s1}\ A_{s2}$ y $M = N \times e$) y nos pide calcular dos de ellas (N y x).

Áreas: $A_{s2} = 402\ \text{mm}^2, A_{s1} = 603\ \text{mm}^2$.
Estamos en Dominio 1 de deformación $\Rightarrow$
A_{s1} está en fluencia y $\boldsymbol{\varepsilon_{s1} = 10}$ **‰.**
$\Rightarrow T_{s1} = A_{s1} f_{yd} = 220$ kN.

Momento desde A_{s2}: $T_u \times 0{,}35 = T_{s1} \times 0{,}50$
$\Rightarrow \boldsymbol{T_u = 314}$ **kN**.

Eq. de N: $T_{s1} + T_{s2} = T_u \Rightarrow$
$T_{s2} = T_u - T_{s1} = 314 - 220 = 94\ \text{kN} \Rightarrow$
$\sigma_{s2} = T_{s2}/A_{s2} = 233\ \text{MPa} < \boldsymbol{f_{yd} = 365}$ **MPa**

$\Rightarrow A_{s2}$ no está en fluencia $\Rightarrow \varepsilon_{s2} = \frac{\sigma_{s2}}{E_s} = \mathbf{1{,}17}$ **‰**

Armadura mínima en tracción simple o comp.

- **No es habitual el uso de tirantes en estructuras de hormigón armado.**
- **Si es necesario su uso, se deben tomar precauciones.**
  - Mucho **cuidado con** el **anclaje y el empalme** de las barras.
  - Si hay **cortante**, considerar sus **efectos negativos**.
  - **Efectos negativos** respecto a la **durabilidad** (comprobar fisuración, resistencia al fuego).

¿Cómo se podría mejorar la durabilidad?

- **Art. 42.3.4**

En el caso de secciones de hormigón sometidas a tracción simple o compuesta, provistas de dos armaduras principales, deberán cumplirse las siguientes limitaciones:

$$A_p f_{pd} + A_s f_{yd} \geqslant P + A_c f_{ct,m}$$

donde P es la fuerza de pretensado descontando las pérdidas instantáneas.

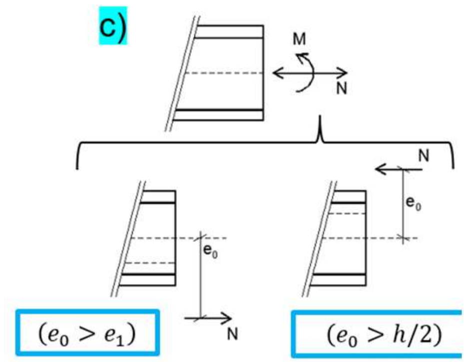
Ver resumen pdf de cuantía mínima en EVA

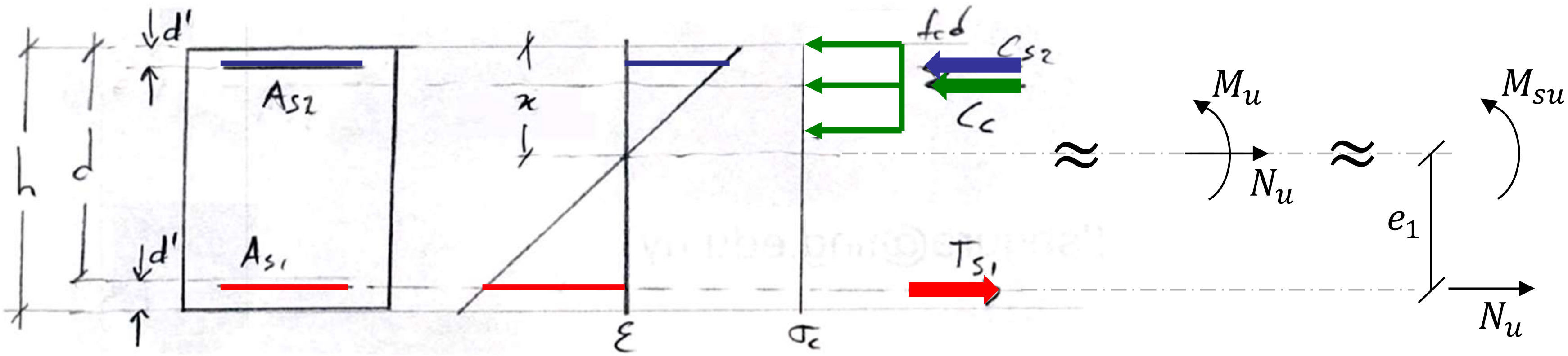
En el caso de tracción compuesta, la fórmula del articulado no tiene en cuenta la influencia del momento en la evaluación de la resultante de tensiones de tracción en la sección previamente a la fisuración y, por lo tanto, constituye una aproximación del lado de la seguridad.

Flexión compuesta: Teorema de Ehlers

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

- **Teorema de Ehlers:**
  - Los problemas de flexión compuesta (M_U, N_U) se pueden analizar como problemas de flexión pura, diseñando para el momento (M_{su}) proporcionado por el torsor equivalente (M_{su}, N_u) en el que la directa (N_u) se ubica en la posición de la armadura de tracción y, posteriormente, modificando la armadura de tracción para considerar el aporte que realiza dicha directa.





Modifico las ecuaciones de equilibrio del módulo 5 para considerar la directa:

$$\text{Eq. N} \Rightarrow \boldsymbol{N_u} = -0{,}8\,.\,x\,.\,b\,.\,f_{cd} - A_{s2}\,.\,f_{yd} + A_{s1}\,.\,f_{yd}$$

$$\text{Eq. M} \Rightarrow \boldsymbol{M_{su}} = 0{,}8\,.\,x\,.\,b\,.\,f_{cd}\,(d - 0{,}4x) + A_{s2}\,.\,f_{yd}\,(d - d')$$

1) La **ec. de momentos** queda igual, pero considerando M_{su}

=> Determino si es simple o doblemente armada, A_{s2} y x como antes.

si $M_{su} \leq M_{lim} \Rightarrow S.A.$

$M_{su} > M_{lim} \Rightarrow D.A.$

2) En la **ec. de directas**, ahora debo considerar el aporte de N_u.

=> Determino A_{s1}.

Despejo A_{s1} considerando N_u en la ecuación

Ecuaciones adimensionales

UNIVERSIDAD

Directa reducida: $\nu = \dfrac{N_u}{b.d.f_{cd}}$

Directa reducida proporcionado por el hormigón: $\nu_c = 0.8\,\xi$

– Nuevamente, se pueden expresar las ecuaciones de equilibrio en forma adimensional, incluyendo la directa.

Eq. N $\Rightarrow \underbrace{\dfrac{N_u}{b.d.f_{cd}}}_{\nu} = -\dfrac{0{,}8\,.\,x\,.\,\cancel{b}\,.\,\cancel{f_{cd}}}{\cancel{b}.\,d.\,\cancel{f_{cd}}} - \underbrace{\dfrac{A_{s2}\,.\,f_{yd}}{b.d.f_{cd}}}_{\omega_2} + \underbrace{\dfrac{A_{s1}\,.\,f_{yd}}{b.d.f_{cd}}}_{\omega_1}$

$\nu = -\underbrace{0{,}8\,\xi}_{\nu_c} - \omega_2 + \omega_1 \Rightarrow \boxed{\nu = -\nu_c - \omega_2 + \omega_1}$ **I**

Eq. M $\Rightarrow \underbrace{\dfrac{M_{su}}{b.d^2.f_{cd}}}_{\mu_{su}} = \dfrac{0{,}8\,.\,x\,.\,\cancel{b}\,.\,\cancel{f_{cd}}}{\cancel{b}.\,d.\,\cancel{f_{cd}}}\;.\;\dfrac{(\cancel{d} - 0{,}4x)}{\cancel{d}} + \underbrace{\dfrac{A_{s2}\,.\,f_{yd}}{b.d.f_{cd}}}_{\omega_2}\dfrac{(\cancel{d} - d')}{\cancel{d}}$

$\mu_{su} = \underbrace{0{,}8\,\xi\,(1 - 0{,}4\xi)}_{\mu_c} + \omega_2(1 - \delta') \Rightarrow \boxed{\mu_{su} = \mu_c + \omega_2(1 - \delta')}$ **II**

Ecuaciones adimensionales

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

– Observaciones:

- *La ecuación reducida de momentos queda igual al caso de flexión pura, pero considerando el momento (“μ_{su}”) del torsor equivalente expresado en A_{s1}.*
- *En la ecuación de directas se debe considerar la componente reducida de la directa.*
- *Las relaciones entre los términos (ξ, μ_c, ν_c) en “Ehlers” son las mismas que entre los términos (ξ, μ, ω) para el caso de flexión pura, por eso, normalmente sólo se dan (o se tabulan) las fórmulas de flexión pura, que sirven también para resolver las ecuaciones de Ehlers.*
- *Si N_u es de compresión (“ν” negativa), ésta reducirá la armadura inferior necesaria.*

Flexión pura | **Flexión compuesta**

$$\mu = 0{,}8\xi(1-0{,}4\xi) = \boldsymbol{\mu_c}$$

$$\omega = 0{,}8\xi \equiv \boldsymbol{\nu_c}$$

$$0{,}8\,\xi = \omega = 1-\sqrt{1-2\mu} \Rightarrow$$

$$\boxed{\boldsymbol{0{,}8\,\xi = \nu_c = 1-\sqrt{1-2\mu_c}}} \quad \text{III}$$

Para dimensionar (conozco N_d, M_d e igualo a N_u, M_u):

Aplico Ehlers y calculo $\mu_{su} \Rightarrow$

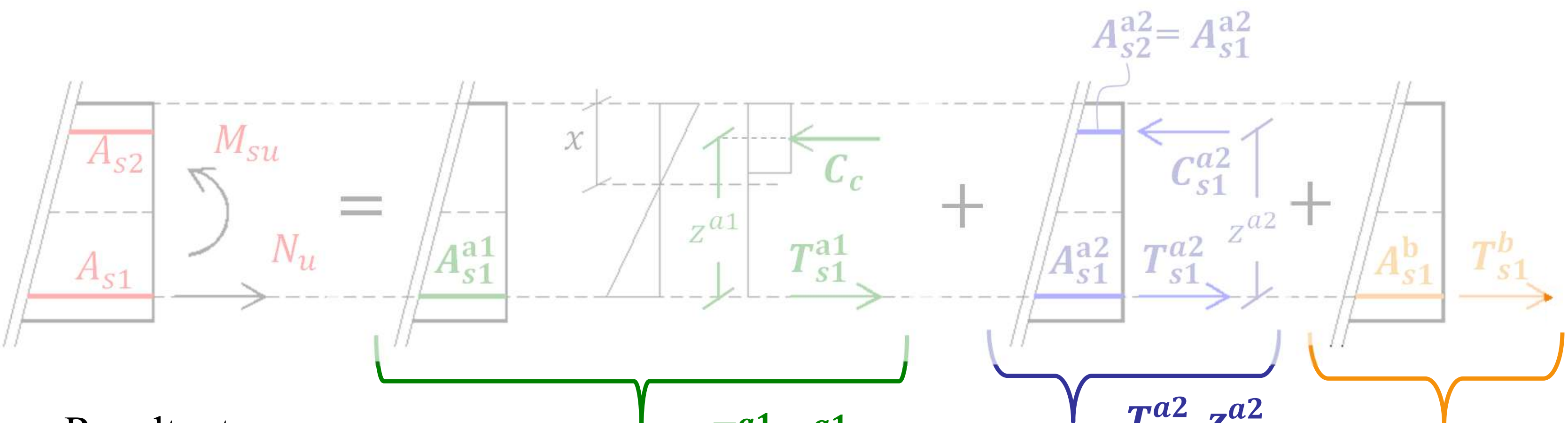
a) $\mu_{su} \le 0{,}295 \Rightarrow$
- VSA $\Rightarrow \omega_2 = 0$ $[\mu_{su} = \mu_c]$
- con μ_c obtengo ν_c y ξ usando III
- con ν y ν_c uso I $\Rightarrow \omega_1$

b) $\mu_{su} > 0{,}295 \Rightarrow$
- VDA $\Rightarrow \xi = 0{,}45 \Rightarrow \nu_c = 0{,}36$ y $\mu_c = 0{,}295$
- con μ_c y μ_{su} uso II $\Rightarrow \omega_2$
- con ν, ν_c y ω_2 uso I $\Rightarrow \omega_1$

$$\boxed{\nu = -\nu_c - \omega_2 + \omega_1} \quad \text{I}$$

$$\boxed{\mu_{su} = \mu_c + \omega_2(1-\delta')} \quad \text{II}$$

- **Se puede interpretar el dimensionamiento en flexión compuesta:**
  - 1) Se obtiene el armado (A_{s1}^{a} y A_{s2}) de M_{su}, como en el caso de flexión pura.
    - *La flexión pura se puede analizar también como la suma de dos componentes:*
      - » A) El momento (M_u^{VSA}) llevado por el hormigón y una parte de la armadura inferior (A_{s1}^{a1})
      - » B) El momento (M_u^{VDA}) llevado por un par de armaduras (A_{s1}^{a2})
    - *Este estado determina las deformaciones existentes en la sección.*
  - 2) Por cómo diseñamos la flexión pura (1), se tiene a la armadura inferior (A_{s1}) en fluencia. Para poder equilibrar la directa resultante (N_u), debemos agregar (o quitar) armadura inferior (A_{s1}^{b}).



La resultante de fuerzas debe ser compatible con el estado de deformaciones planteado.

¿En que caso no se cumpliría?

Además: por norma: $A_{s1} \geq A_{s2}$

Resultantes:

$$\begin{bmatrix} M_{su} \\ N_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_u^{VSA} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_u^{VDA} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ N_u^{b} \end{bmatrix}$$

$$M_u^{VSA} = T_{s1}^{a1} \cdot z^{a1} \qquad M_u^{VDA} = T_{s1}^{a2} \cdot z^{a2} \qquad N_u^{b} = T_{s1}^{b}$$

$$M_{su} = M_u^{VSA} + M_u^{VDA}$$

$$N_u = N_u^{b}$$

Armado:

$$A_{s1} = A_{s1}^{a1} + A_{s1}^{a2} + A_{s1}^{b}$$

$$A_{s2} = A_{s1}^{a2}$$

Rango de validez del teorema de Ehlers

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

- **Para que se pueda aplicar el teorema de Ehlers, debemos cumplir las dos condiciones señaladas en la transparencia anterior:**
  - Debe haber coherencia entre las deformaciones de la sección y las tensiones resultantes en los materiales. Es decir, la armadura "inferior" debe estar en tracción (o ser nula):
    - $A_{s1} \geq 0 \Rightarrow \omega_1 \geq 0$
  - Por norma, la armadura más traccionada (A_{s1}) debe ser mayor o igual a la armadura menos traccionada o comprimida (A_{s2})
    - $A_{s1} \geq A_{s2} \Rightarrow \omega_1 \geq \omega_2$ *Esta condición es más restrictiva*

$$\omega_1 = \nu + \nu_c + \omega_2 \qquad \Rightarrow \nu + \nu_c + \omega_2 \geq \omega_2 \Rightarrow \boxed{\nu \geq -\nu_c}$$

$$\omega_1 \geq \omega_2$$

Para presoflexiones donde el torsor equivalente de una compresión excéntrica cae fuera de la sección:

Como máximo: $\nu_c = 0{,}36$, entonces, si limitamos $\nu > -0{,}36$, nos aseguramos que valga Ehlers.

Regla práctica

Aplica Ehlers si:

-Tensoflexión ($\nu > 0$), o

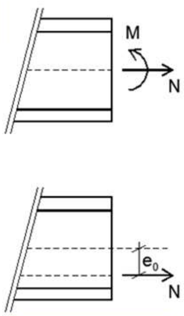
-Presoflexión ($\nu < 0$), con compresiones pequeñas ($|\nu| \leq 0.36$) que caen fuera de la sección.

Ejercicio: demostrar que para que valga Ehlers en presoflexión $\nu > -0{,}36$.

Puesta a punto

Tracción simple o compuesta

a)

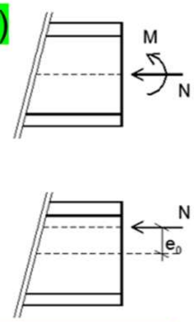


$(e_0 < e_1)$

Resolver como tensor

Compresión simple o compuesta

b)



$(e_0 < h/2)$

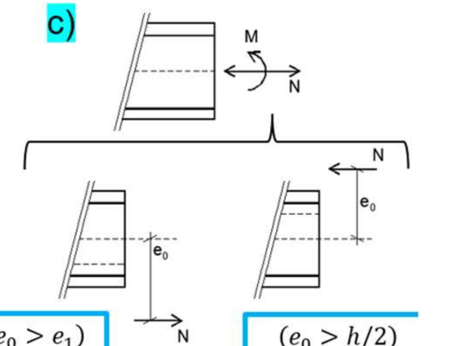
Todavía no lo vimos

Resolver con "armado simétrico"

Lo veremos en las siguientes diapositivas

Flexión compuesta

c)



$(e_0 > e_1)$ | $(e_0 > h/2)$

Tensoflexión:

Resolver con Ehlers

Presoflexión:

DEPENDE

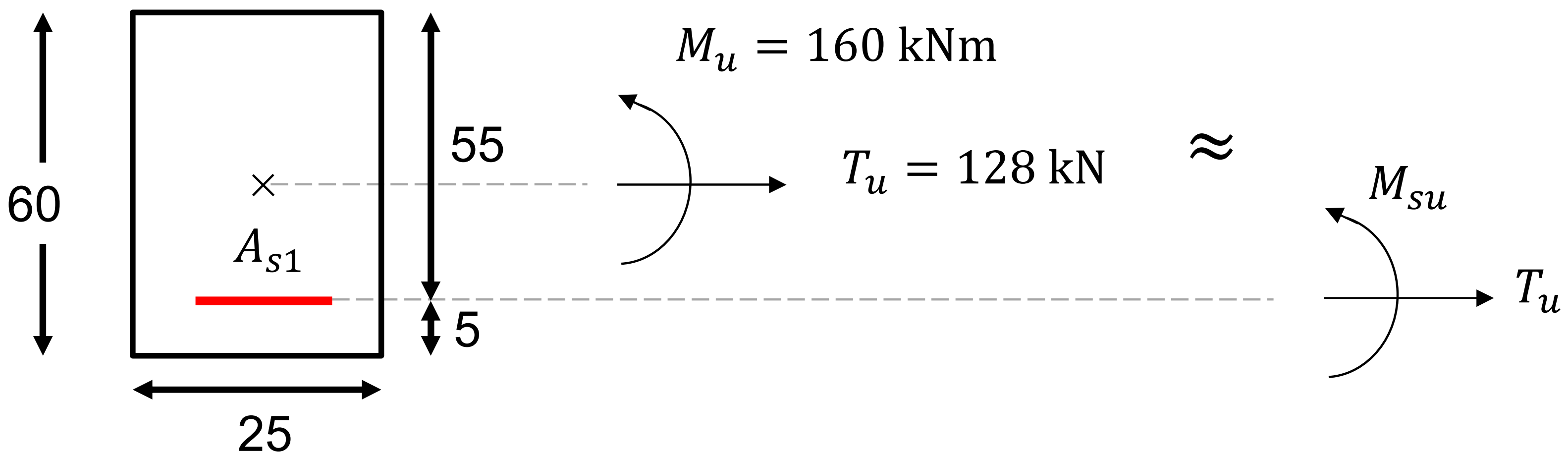
¿$\nu > -0{,}36$?

si

no

Ejemplo

– Para una viga rectangular de sección **0,25 m x 0,60 m**, sometida a un momento flector $\mathbf{M_d}$ **= 160 kNm** y a una tracción $\mathbf{T_d}$ **= 128 kN** (referidos al baricentro), determinar la armadura longitudinal necesaria. Materiales: $\mathbf{f_{ck}}$ **= 25 MPa**, $\mathbf{f_{yk}}$ **= 500 MPa**, **rec.mec = 5 cm**.



Aplico Ehlers: $M_{su} = M_u - T_u e_1 = 160 \text{ kNm} - 128 \text{ kNm} \times 0{,}25 \text{ m} \Rightarrow M_{su} = 128 \text{ kNm}$

$$\mu_{su} = \frac{M_{su}}{bd^2 f_{cd}} = \frac{0{,}128 \text{ MNm}}{0{,}25 \text{ m} \times 0{,}55^2 \text{ m}^2 \times \frac{25 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}}{1{,}5}} = 0{,}102 \quad < 0{,}295 \Rightarrow \text{VSA}$$

$$\nu_c = 1 - \sqrt{1 - 2\mu_{su}} = 0{,}107$$

$$\nu = \frac{N_u}{bdf_{cd}} = \frac{+0{,}128 \text{ MN}}{0{,}25 \text{ m} \times 0{,}55 \text{ m} \times \frac{25 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}}{1{,}5}} = 0{,}056$$

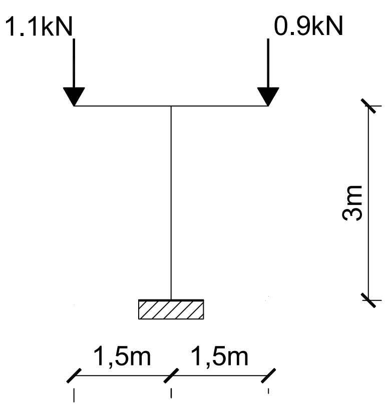
$$\nu = -\nu_c \; - \omega_2 + \omega_1 \Rightarrow \omega_1 = \nu + \nu_c + \omega_2 = 0{,}056 + 0{,}107 + 0 = 0{,}163 \Rightarrow$$

$$\omega_1 = \frac{A_s f_{yd}}{bdf_{cd}} \Rightarrow A_s = \frac{\omega_1 bdf_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0{,}163 \times 25/1{,}5}{500/1{,}15} \times 25 \text{ cm} \times 55 \text{ cm} = 8{,}6 \text{ cm}^2$$

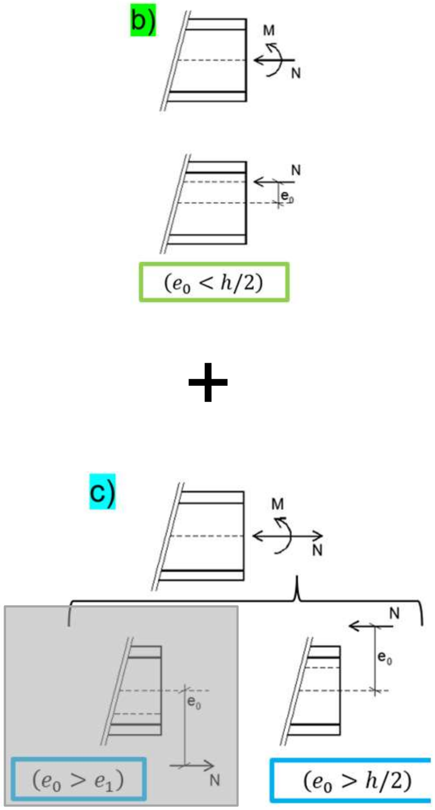
Coloco: $3\phi 20$ ($9{,}4 \text{ cm}^2$)

Preso flexión y armado simétrico: Ejemplos

- **Pilares**
  - Soportes



Pilares



Preso flexión y armado simétrico: Ejemplos

Preso flexión y armado simétrico: Ejemplos

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA

- **Museo de Arte de Sao Paulo**

Arquitecta: **Lina Bo Bardi**

Año de proyecto: **1968**

Luz libre: **74 m** (record mundial en su tiempo)

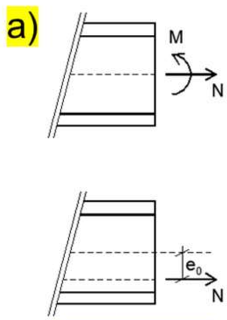
Resumen: Flexión compuesta

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

- **En general, en flexión compuesta, con directas de compresión (presoflexión):**
  - **Caso 1**: Con **grandes excentricidades y compresiones pequeñas** ($\nu \leq -0{,}36$) :
    - Podemos **diseñar con Ehlers**, obteniendo una armado más eficiente.
  - **Caso 2**: Con **pequeñas excentricidades** (compresiones centradas: la directa ubicada dentro de la sección) o compresiones importantes ($0 > \nu > -0{,}36$):
    - Se dispone **armadura simétrica**.
      - *Ya que en estos casos es imposible dimensionar con Ehlers cumpliendo:* $A_{s1} \geq A_{s2}$
      - *Es más común en estos casos tener que dimensionar en dominios 4 o 5*
        - » Implica que el hormigón rompa bruscamente, y un armado menos eficiente.
        - » Tener mayor cuidado en estos elementos! (críticos y frágiles)
  - **Caso 1b**: Además, por más que se pueda diseñar por Ehlers, igualmente se utiliza **armadura simétrica cuando**:
    - El signo del momento puede cambiar (Como pasa habitualmente en pilares interiores)
    - Por seguridad constructiva, para eliminar posibles errores de colocación, también frecuente en pilares.

Puesta a punto

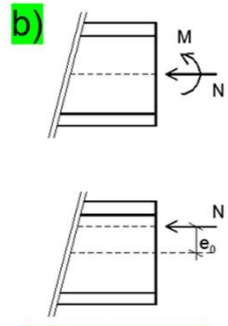
Tracción simple o compuesta



$(e_0 < e_1)$

Resolver como tensor

Compresión simple o compuesta

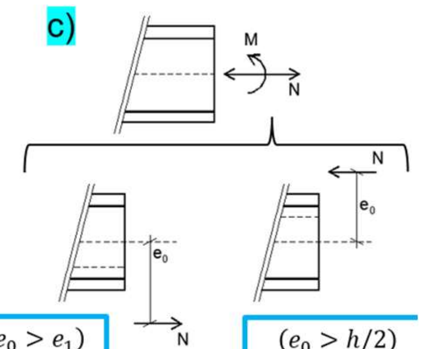


$(e_0 < h/2)$

Todavía no lo vimos

Resolver con "armado simétrico"

Flexión compuesta



$(e_0 > e_1)$

$(e_0 > h/2)$

Tensoflexión:

Resolver con Ehlers

Presoflexión: DEPENDE

¿$\nu > -0{,}36$?

si

Caso 1

no

Caso 2

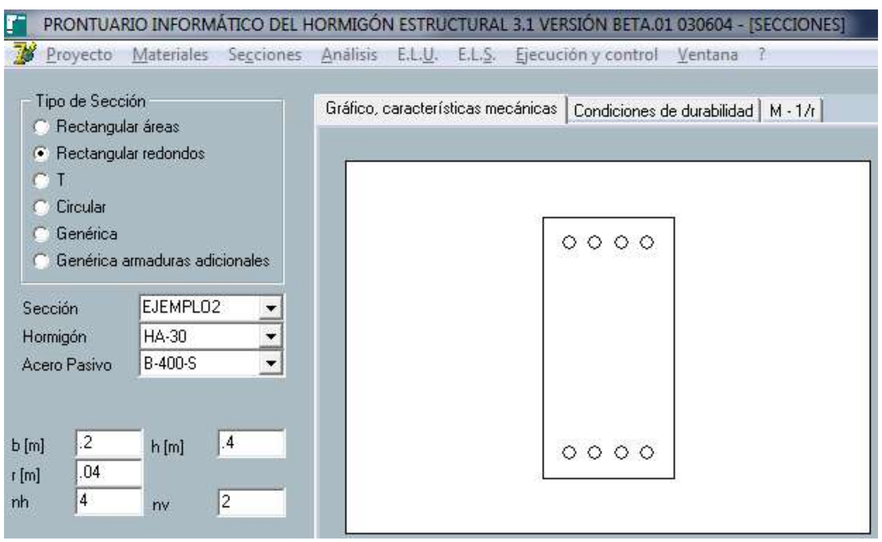
Armado simétrico: Diagramas de interacción

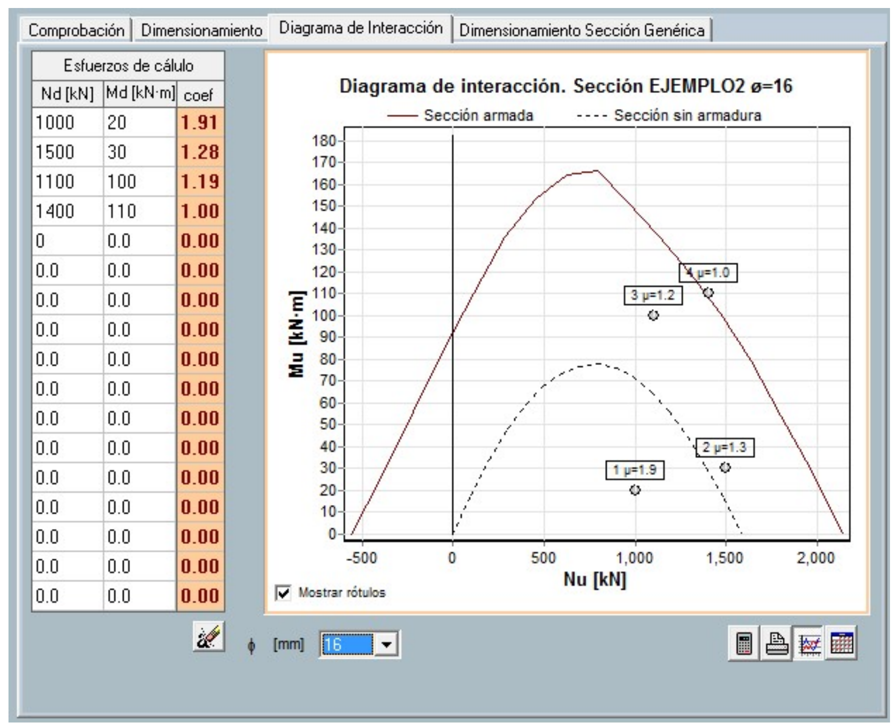
UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

– El problema de dimensionado de una sección simétrica tradicionalmente se resolvía mediante ábacos llamados: “Diagramas de interacción”.
  - Hoy en día es tan común la **resolución por ábacos** como mediante **programas computacionales**.

– Un diagrama de interacción, para una sección dada, representa la curva de puntos (M_u, N_u) en los que se alcanza el estado límite último para dicha sección.
  - Por lo tanto, cada punto de la curva corresponde a una posición de la línea neutra en ELU.
  - El diseño consta en asegurar que las parejas de solicitaciones (N_d, M_d) a las que estará sometido el elemento, caigan por debajo de la curva del diagrama de interacción.

Ejemplo de programa: *Prontuario Informático del Hormigón Estructural* del *IECA*.





Diagramas de interacción adimensionales

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

– Los ábacos de *diagramas de interacción* se expresan en forma adimensional, relacionando el momento (μ) y la directa (ν) reducida para distintos valores de cuantía (ω) de la sección.
  - Con estos ábacos, teniendo los valores de Momento y Directa, y las dimensiones de la sección, se puede determinar el valor de cuantía mínima capaz de resistir dichas solicitaciones.
  - A veces se indica también las fronteras entre dominios, que indica donde se está dimensionando.

Ejemplo: Determinar el área necesaria de acero para: Md=110kN.m y Nd=1400 kN. Sección: 20 x 40 cm. Recub. mec.: 4 cm. f_{yk}= 400 MPa y f_{ck}= 35 MPa

$M_d = 110$ kNm, y $N_d = 1400$ kN.

$f_{ck} = 35$ MPa $\Rightarrow f_{cd} = 23{,}3$ MPa.

$f_{yk} = 400$ MPa $\Rightarrow f_{yd} = 347{,}8$ MPa.

$$\nu = \frac{N_d}{\boldsymbol{bh}f_{cd}} = \frac{1400 \text{ kN}}{0{,}2\text{m} \times 0{,}4\text{m} \times f_{cd}} = 0{,}75$$

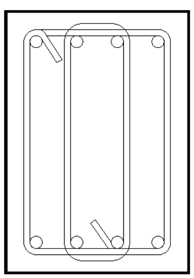
$$\mu = \frac{M_d}{\boldsymbol{bh} \times \boldsymbol{h} \times f_{cd}} = 0{,}15$$

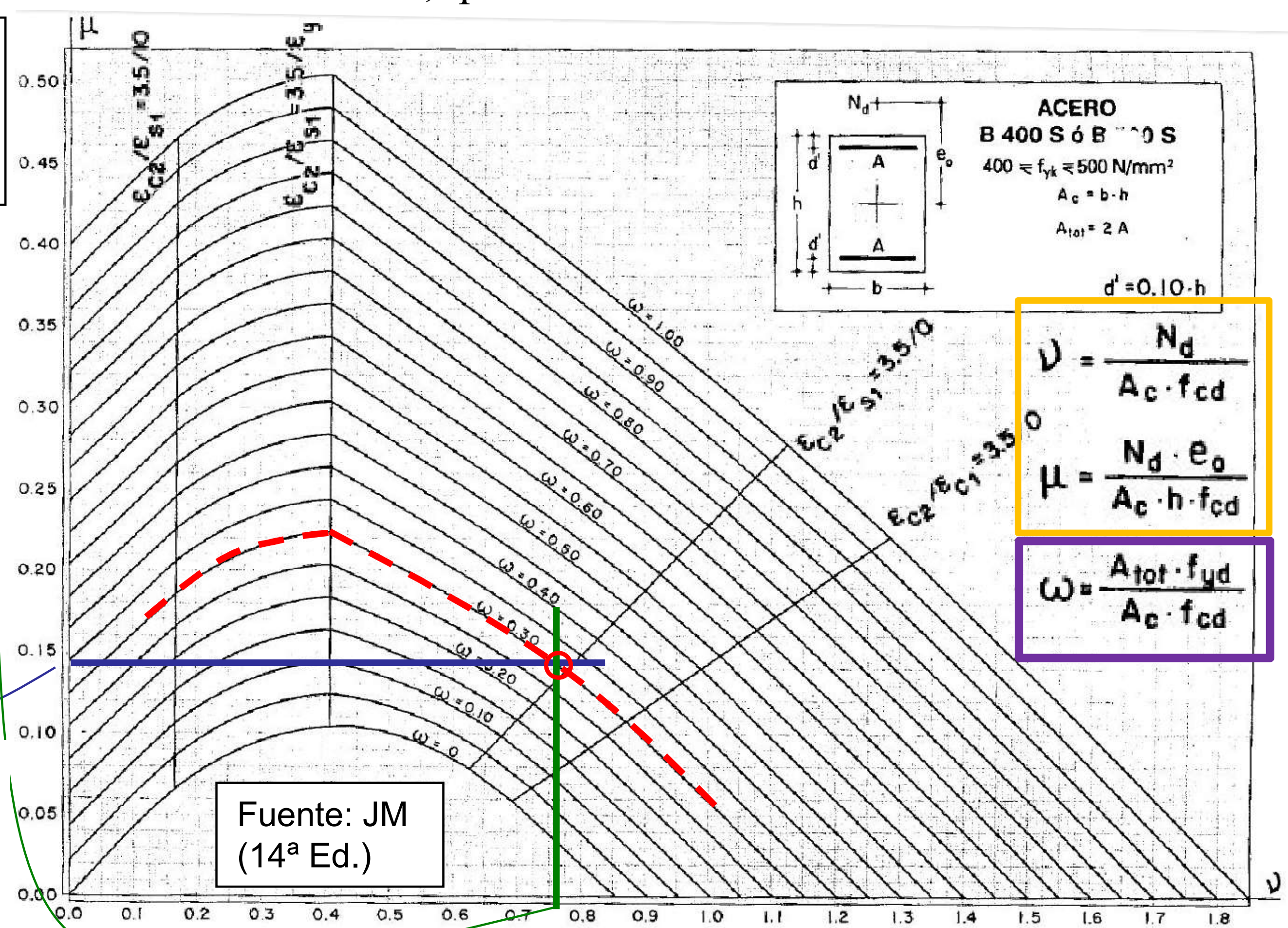
$\boldsymbol{\omega = 0{,}3} \Rightarrow$

$$\boldsymbol{A_T = 0{,}3\ .\ 20\text{cm}\ .\ 40\text{cm}\ \frac{23{,}3}{347{,}8}}$$

$= 16{,}1 \text{ cm}^2$

$\Rightarrow$ elijo $8\phi16$
($4\phi16$ de cada lado)

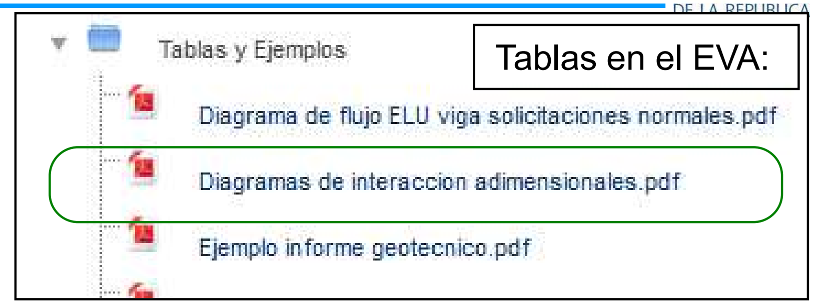


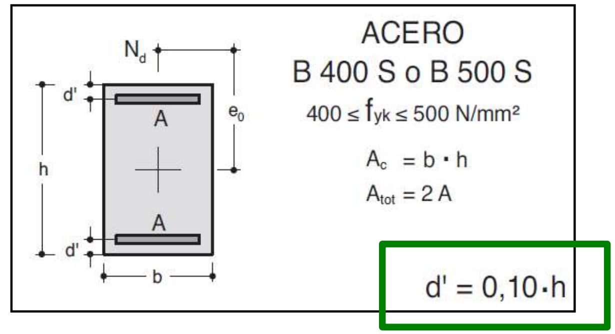


Fuente: JM (14ª Ed.)

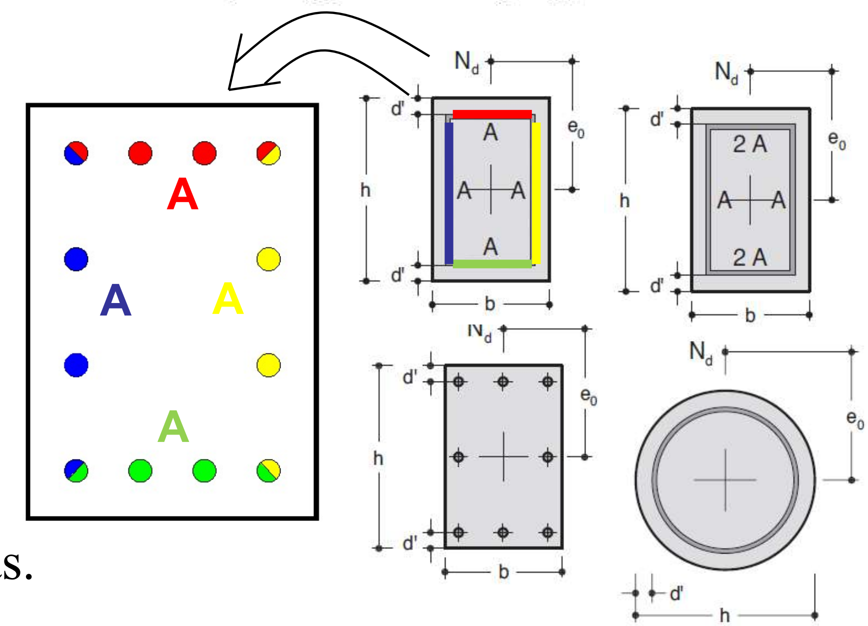
Diagramas de interacción adimensionales

- **Atención!** Las definiciones de los parámetros adimensionales puede cambiar a las dadas en el curso. Por ello, **es importante, para cada ábaco que se utilice, conocer la notación de los parámetros asociados** a ella. Por ejemplo, normalmente los parámetros adimensionales en presoflexión utilizan la altura total (*h*) en vez de la altura útil (*d*).
- Cada ábaco indica el recubrimiento de cálculo.
  - J.M. utiliza recubrimientos de:
    - *d’=0,05×h;   d’=0,10 × h;   d’=0,15 × h*
  - Si no se tiene un ábaco con el recubrimiento exacto, tomar el siguiente mayor, para estar del lado de la seguridad.
- En casos de presoflexión, es más común que los aceros no estén trabajando en fluencia.
  - Por lo menos uno estará por debajo del 2‰
    - *Para aceros de f_{yk}= 500MPa*
      - » f_{cd}= 435MPa => ε_y= 2,18‰
- Existen distintas colecciones de ábacos con los diagramas adimensionales de distintos tipos de secciones y de distintas distribuciones de armaduras.





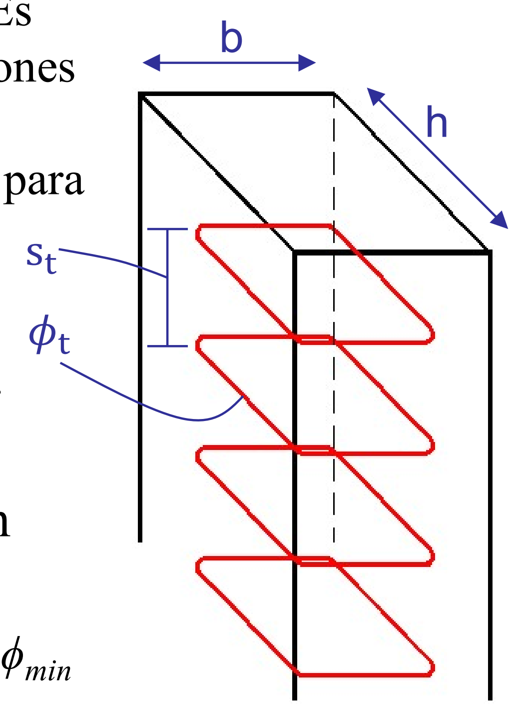
$$\mu = \frac{N_d \cdot e_0}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} \qquad \nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \qquad \omega = \frac{A_{tot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$



Disposiciones constructivas

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

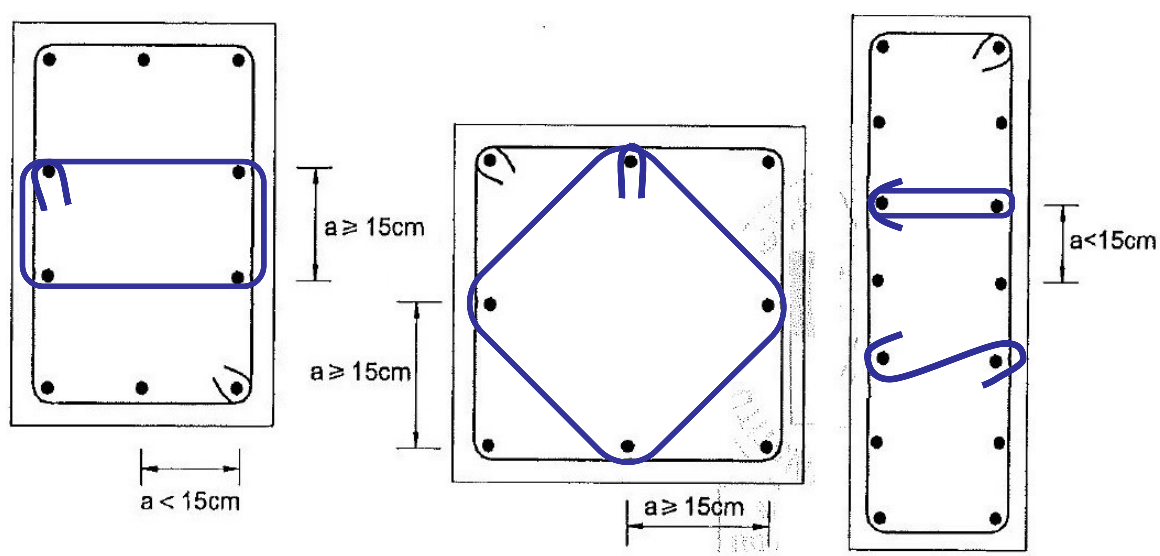
- **Disposiciones relativas a las secciones.**
  - En este módulo, se especifican mínimos referidos únicamente a la sección. Es decir, cuando se diseñe una sección a compresión, debe cumplir las limitaciones indicadas en este módulo. Posteriormente, cuando se traten elementos como pilares, muros, o pilares auxiliares, se introducirán restricciones adicionales para cada elemento.



  - Armadura principal: (Art.54. "Soportes")
    - Mínimo de 4 barras en secciones rectangulares y de 6 barras en circulares.
    - Diámetro mínimo: 12 mm. [UNIT: 10 mm]
  - Las barras longitudinales **en compresión** deben estar sujetas por un **estribado mínimo** (Art. 42.3.1) con:
    - separación (s_t) tal que $s_t \leq min\ (15\ \phi_{min}\ ,\ h,\ b,\ 30\ cm)$ $[UNIT: s_t \leq min\ (12\ \phi_{min}\ ;h;\ b)]$
      - *con* ϕ_{min} *diámetro de la barra comprimida de menor diámetro.*
    - diámetro (ϕ_t) tal que $\phi_t \geq ¼ \times \phi_{max}$
      - *con* ϕ_{max} *diámetro de la barra comprimida de mayor diámetro.*
  - A su vez, la separación máxima de barras longitudinales (s) también está limitada:
    - $s \leq min(30\ cm,\ 3 \times b)$; con b: espesor del elemento

Disposiciones constructivas

- **Colocación de los estribos:**
  - Este **estribado** es para **asegurar que las armaduras comprimidas no pandeen.** Puede ser mayor por efectos de corte y torsión, que se verifican independientemente. Por ello, también hay indicaciones de cómo disponerlo.
  - Si las armaduras de compresión se disponen a lo largo de las caras, sujetar:
    - *Al menos, una de cada dos barras.*
    - *Todas las que estén separadas más de 15 cm.*
  - Estas reglas valen para **todas las barras a compresión**, incluso para la armadura de compresión en flexión simple o compuesta.



Consideraciones adicionales

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

- **Cuantía mínima y máxima en compresión y comp. compuesta[Art. 42.3.3]:**
  - En secciones sometidas a compresión simple o compuesta, tanto la armadura más traccionada o menos comprimida (A_{s1}), como la más comprimida (A_{s2}), deben cumplir :
    - Cuantía mínima: $A_{si} \cdot f_{yd} \geq 0{,}05 . N_d$
      - » con N_d normal de diseño
    - – *Se limita para asegurar una ductilidad mínima de la sección, y*
    - – *Para brindar una resistencia frente a flexiones imprevistas.*
    - Cuantía máxima: $A_{si} \cdot f_{yd} \leq 0{,}5 . f_{cd} \cdot A_c$
      - » con A_C área total de la sección de hormigón
    - – *Se limita para evitar dificultades en el hormigonado*
      - » Principalmente en solapes y nudos;
    - – *Para limitar la sensibilidad ante del elemento incendios;*
    - – *Y para evitar redistribuciones de esfuerzos al acero excesivos.*
      - » Además, limita el coste de la pieza

> En casos de armado simétrico, ambas condiciones se reducen a:
>
> - Cuantía mínima:
>
> $A_s \cdot f_{yd} \geq 0{,}1 . N_d$
>
> - Cuantía máxima:
>
> $A_s \cdot f_{yd} \leq f_{cd} \cdot A_c$
>
> *Siendo* $\boldsymbol{A_s}$ *el área total de la armadura*

- **Excentricidad mínima (Art. 42.2.1)**
  - Toda sección sometida a una normal de compresión (N_d) debe ser capaz de resistir dicha compresión con una excentricidad mínima (e_{min}) (medida desde el centro de gravedad de la sección bruta, hacia la dirección más desfavorable), debida a la incertidumbre en la posición del punto de aplicación:

$$e_{min} = max\ (h/20;\ 2\ cm)$$